

**DAS PRINCIP
DER
ERHALTUNG DER ENERGIE
VON
MAX PLANCK.**

VON DER PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT GÖTTINGEN PREISGEKÖNT

**LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B.G. TEUBNER.**

1887.

Prefazione

Lo spunto per la stesura di questo libro è stato offerto da un concorso a premio che la Facoltà di Filosofia di Gottingen aveva bandito nell'anno 1887 per il conferimento del premio della donazione "Beneke". Il tema, che venne assegnato nel 1884, suonava così:

"A partire da Thomas Young (*Lectures on Natural Philosophy, London 1807, Lecture VIII*) viene attribuita, da parte di molti fisici, energia ai corpi e, a partire da William Thomson (*Philosophical Magazine and Journal of Sciences, IV Serie, London 1855, pag. 523*) viene ripetutamente affermato come valido per tutti i corpi il principio di conservazione dell'energia, sotto cui sembra inteso lo stesso principio che già prima venne enunciato da Helmholtz sotto il nome di principio di conservazione della forza.

Si richiede allora: anzitutto una precisa ricostruzione storica del significato e dell'uso della parola energia nella fisica; poi, un'approfondita indagine fisica se siano da distinguere diverse specie di energia e come ciascuna delle medesime debba essere definita; infine, in che modo si potrebbe formulare e dimostrare il principio di conservazione dell'energia come legge di natura universalmente valida."

Il corso delle idee che mi guidò nell'elaborazione di questo compito, come pure lo scopo che mi si palesava davanti agli occhi, potrebbero essere illustrati nel modo più chiaro se espongo l'essenza delle osservazioni con cui ho accompagnato l'invio del mio lavoro alla giuria del premio:

... "Mi sia consentito innanzitutto di premettere alcune note introduttive sul progetto e lo svolgimento del lavoro. Già da molto tempo, pervaso da un particolare interesse per la scienza dell'energia, l'idea di farne l'argomento di un lavoro dettagliato, elaborando il tema di concorso proposto, era per me tanto più ovvia in quanto spesso notavo personalmente la mancanza di un'opera che, destinata in primo luogo al fisico di mestiere, riunisse sotto un punto di vista comune le molteplici forme e applicazioni di cui è suscettibile il concetto di energia, e che si trovano descritte da diversi autori nei modi più diversi. Infatti, per quanto negli ultimi 40 anni sia già stato scritto e detto sulla dottrina dell'energia, tuttavia tutte le pubblicazioni relative a questo argomento - con la sola eccezione del Trattato di Helmholtz sulla Conservazione della Forza, dell'anno 1847 - nella misura in cui trattano il concetto generale di energia e non eventualmente qualche applicazione specifica, per es. in terminologia, sono destinate in prima linea ad una più ampia cerchia di lettori: dagli scritti di Mayer fino alle più estese opere di A. Secchi, G. Krebs, Balfour Stewart e altri.

È dunque essenzialmente un'esigenza fisico-pratica che io miro a soddisfare con il presente scritto e spero soltanto che questa concezione non si allontani troppo dal senso del tema proposto, così da poter essere ancora valida come una sua elaborazione. La restrizione indicata mi parve, del resto, molto opportuna anche in considerazione della natura dell'argomento da trattare poichè esso, durante i preliminari, si dilatò fino a dimensioni tali da farmi temere di compromettere, senza una radicale selezione dell'intero materiale, l'unità della trattazione, della quale principalmente mi importava. Così, per prima cosa doveti tralasciare la discussione di tutte le speculazioni filosofiche eccedenti il puro ambito fisico, che abbastanza spesso sono state collegate al concetto di energia; inoltre, conformemente alla concezione fisica che avevo evidenziato anche nella scelta del titolo, potei porre l'accento della ricerca sempre sul principio di conservazione dell'energia, mentre trattai il concetto di energia in modo dettagliato solo nella misura in cui esso può essere messo in rapporto

al principio di conservazione, partendo dall'idea che il concetto di energia acquista significato per la fisica solo attraverso il principio che lo contiene. D'altro lato, in considerazione del fatto che le tracce dell'esistenza del concetto di energia fossero considerevolmente anteriori all'uso della parola, mi apparve indispensabile ricordare, per lo meno succintamente, lo sviluppo storico del concetto già da prima della sua denominazione da parte di Th. Young.

Del resto, naturalmente, mi sforzai di collegare il più strettamente possibile la mia esposizione al tenore del tema; proprio per questo ho intrapreso una suddivisione in tre capitoli: evoluzione storica, varie specie di energia, formulazione e dimostrazione del principio di conservazione dell'energia. Inoltre, seguendo le considerazioni che si evidenziarono in parte già nel corso del lavoro, mi sono permesso uno scambio dei titoli in quanto avevo anteposto al secondo capitolo quello indicato nel tema come terzo. Se da un lato questo cambiamento di ordine non mi pareva proprio di importanza tale da suscitare seri dubbi, dall'altro credetti di soddisfare meglio le intenzioni di chi aveva assegnato il tema, dando la massima considerazione alla chiarezza della trattazione piuttosto che pregiudicare la viva connessione, così come essa appariva per intanto alla mia sensibilità soggettiva, aggrappandomi in modo troppo timoroso alla lettera.

Secondo il suesposto punto di partenza della mia concezione, nel secondo e terzo capitolo c'è il baricentro di tutto il lavoro; tuttavia, anche alla prima parte ho dedicato molta fatica e cura; in particolare credo di avere esaurito completamente il numero di dati di fatto in qualche modo degni di nota, così come credo di poter garantire per l'esattezza di tutte le indicazioni e citazioni che ho sempre controllato minuziosamente, nella misura in cui potei in qualche modo accedere alle opere in questione.

È una vecchia esperienza che quasi ogni scoperta scientifica di una certa portata venga fatta più di una volta e da diversi ricercatori indipendentemente l'uno dall'altro. Altrettanto spesso però accade anche che, appena la scoperta guadagna in qualche modo di importanza, si presenta immediatamente un grande numero di candidati che rivendicano la gloria della priorità ⁽ⁿ¹⁾ Questi problemi, che notoriamente sono stati discussi nel modo più vivace proprio in relazione al principio di conservazione dell'energia, e fra l'altro purtroppo hanno condotto ad attacchi esagerati contro personalità che partecipano in prima linea alla costruzione delle scienze fisiche, sono stati nel presente scritto toccati solo quando mi sembrava che lo richiedesse l'obiettivo della trattazione dello sviluppo storico del principio. In tali faccende mi sento tanto meno di ergermi a giudice in quanto sono ancora in vita molte persone che con la loro personale testimonianza sono in grado di esprimere il giudizio più competente. Mi sia permesso di aggiungere qui solo una breve annotazione generale. Certamente, chiunque esprima per la prima volta un'idea importante ha ottenuto merito permanente; tuttavia sarà opportuno controllare sempre se egli era completamente consapevole anche della portata di questa idea e se intendeva con essa iniziare qualcosa e svilupparla ulteriormente. Se si applica questa condizione alla valutazione delle controversie per la priorità si dovrà sicuramente restringere molto il numero dei concorrenti. Oggigiorno è quasi diventato di moda ricercare negli scritti di fisici e filosofi più antichi le affermazioni che rammentino il principio di conservazione dell'energia o la teoria meccanica del calore; molto si è già trovato in questa direzione e molto ancora si potrebbe indubbiamente trovare con ulteriori ricerche. Tuttavia per quanto importante appaia la constatazione del fatto che certe idee, molto prima di venire affidate all'umanità come frutto maturo, crescono in gran silenzio nelle menti di singoli spiriti eminenti, così non si può attribuire in modo unilaterale il merito della

scoperta a coloro che forse non sospettavano affatto la possibilità di sviluppo del germe contenuto in un'idea da loro occasionalmente espressa.

Quando si tratta di stabilire il valore di un principio fisico per l'indagine delle leggi del mondo fenomenico, è necessario prima di ogni cosa confrontare il contenuto della proposizione con i fatti che appaiono confermati dall'esperienza con assoluta sicurezza, e quanto più profondo e completo è il significato che si attribuisce al principio da esaminare, tanto più strettamente ci si deve attenere ai risultati immediati dell'osservazione, che costituiscono il solo affidabile punto di partenza di tutta la scienza della natura⁽ⁿ²⁾. Questo vale in modo spiccato per il principio di conservazione dell'energia, una proposizione dall'efficacia così universale, da incidere profondamente in tutte le teorie scientifiche, che non è possibile liberarla in modo sufficientemente accurato da tutte le rappresentazioni ipotetiche che si è facilmente propensi a costruire per facilitare il quadro delle relazioni di legge fra disparati fenomeni naturali. Inserendo nell'indagine qualche supposizione arrischiata, qualche ipotesi non provata, non viene dimostrato il principio in sé ma, nello stesso tempo, anche quella ipotesi, ed una eventuale differenza tra teoria ed esperienza si dovrà mettere in conto non solo al principio ma anche all'ipotesi. Partendo da questa considerazione ritenni di dover rivolgere sempre la maggior attenzione, nell'esposizione, al modo di fondare il concetto e il principio dell'energia innanzitutto sui puri fatti sperimentali, evitando il più possibile tutte le ipotesi, comprese le diverse ipotesi molecolari, anche se qualcuna di queste ha ottenuto ultimamente un posto degno di nota nella scienza. Così ho escluso di massima dalla mia ricerca anche il principio di Carnot-Clausius, il cosiddetto secondo principio della teoria meccanica del calore, con i suoi corollari, poichè esso si sviluppa autonomamente dal principio dell'energia, inserendovi un elemento del tutto nuovo: le condizioni di mutua trasformazione delle diverse forme di energia^(a1) (pag.129). Mi propongo di farne eventualmente oggetto di un lavoro particolare⁽ⁿ³⁾.

Solo quando la base su cui poggia la scienza dell'energia sia sicuramente fondata, si può cominciare a trasferirla in ambiti più remoti della ricerca; allora però il principio non può più essere analizzato in sé e per sé ma, viceversa, vale come direttiva secondo la quale esaminare altre ipotesi. In questo senso ho proceduto, per quanto mi consentiva in fin dei conti il tempo che avevo ancora a disposizione: non potevo mettermi in mente l'idea di dare una visione completa di tutte le singole applicazioni del principio che sono state volta per volta fatte, credo tuttavia di avere apportato qualcosa di nuovo, anche se, naturalmente, non nel numero di fatti esteriori, ma almeno nel modo d'interpretazione.

Infine mi sento ancora obbligato ad esprimere all'esimia Facoltà il mio sincero ringraziamento per il profondo stimolo e progresso scientifico che ho ottenuto con l'elaborazione di questo tema bello e dovizioso.”

Oltre al mio elaborato del tema ne arrivarono altri due che non furono premiati. Faccio seguire testualmente il giudizio della Facoltà sul mio:

“Nel primo capitolo l'autore collega lo sviluppo del concetto di energia con un'esauriente storia del principio di equivalenza della teoria meccanica del calore, che fornisce la prova più favorevole del suo giudizio sano e indipendente e della sua approfondita conoscenza delle fonti. Con grande chiarezza e la più precisa competenza vengono espone le sensazionali realizzazioni che hanno preparato e giustificato il principio; la continuità dello sviluppo è tutelata da una valutazione dei passaggi intermedi basata su una raffinata sensibilità scientifica. Tuttavia non era opportuno per il lavoro che fosse dedicata una descrizione tanto esauriente anche alla graduale estensione del principio, alla sua applicazione ai diversi rami della fisica. In questa parte l'autore non è sempre riuscito ad evitare l'impressione di faticose ripetizioni ed è

particolarmente avvertito il fatto che egli antepo- nendo il puro punto di vista storico ha limitato la libertà della sua esposizione. Per l'economia dell'insieme sarebbe stato meglio trasferire al secondo o al terzo capitolo una parte del materiale qui elaborato, mentre d'altro canto l'autore si sarebbe guadagnato maggior considerazione se si fosse attenuto meno strettamente all'anno 1860 come limite dello sviluppo storico. Il punto di vista strettamente fisico che l'autore assume con piena consapevolezza, comporta il fatto che egli abbia solo toccato di sfuggita il contributo che la tecnica ha fornito allo sviluppo del concetto di energia, e non abbia affatto considerato quello della sfera delle idee filosofiche. Sarebbero stati graditi alla Facoltà una maggior estensione della descrizione ed una più approfondita valutazione di questi influssi.

Con grande interesse la Facoltà ha preso conoscenza della trattazione del secondo capitolo; qui risalta pienamente la mentalità metodica, la formazione fondamentale matematico-fisica dell'autore e l'assennatezza del suo giudizio. All'amore con cui l'autore si è concentrato sull'oggetto della sua ricerca corrisponde la cura con cui egli sa illustrarlo in tutti i suoi aspetti. Con viva soddisfazione la Facoltà constata che, prescindendo da alcune scorrettezze praticamente trascurabili, il problema della formulazione e della dimostrazione del principio dell'energia ha trovato in questa parte della trattazione un'elegante e completa soluzione.

Non altrettanto illimitato è il riconoscimento che la Facoltà esprime riguardo all'ultima parte del lavoro. Essa si rammarica che la mancanza di tempo abbia impedito all'autore di conferire alla sua descrizione delle diverse forme di energia, quella completezza e quella uniformità che era auspicabile. Tanto interessanti sono le considerazioni dell'autore, e così numerose le informazioni che si possono trarre, che la Facoltà rimpiange la mancanza di uno studio più generale sul problema di come si possano distinguere le molte specie di energia, e come ciascuna di esse possa essere definita. Invece di questo, l'autore si è limitato a dimostrare dettagliatamente come nei diversi campi della fisica si debba utilizzare il principio dell'energia come base sicura e unitaria d'interpretazione. La brillante trattazione che egli dedica da questo punto di vista alla meccanica, avrebbe ottenuto maggior importanza se l'autore avesse sottoposto ad una critica approfondita la portata del principio, da lui introdotto, della sovrapposizione di energie diverse. Secondo l'intendimento della Facoltà non avrebbe assolutamente oltrepassato i limiti del tema anche un' approfondita trattazione della riflessione e rifrazione della luce. Così come la trattazione dell'ottica, anche quella dell'energia termica e chimica sembra un pò scarsa, in particolare l'autore ha trascurato una discussione critica di quelle ricerche sperimentali su cui si basa la nostra conoscenza del valore numerico dell'equivalente meccanico del calore. La trattazione dell'energia elettrica e magnetica dimostra abbondantemente la completa e profonda conoscenza che l'autore ha di questo campo, nondimeno le sue considerazioni risentono nei singoli casi della mancanza di quella chiarezza, continuità e stabilità che ha fatto dello studio del suo scritto un così piacevole compito. La Facoltà deve infine negare la sua approvazione alle osservazioni con cui l'autore cerca di liquidare la legge di Weber essa avrebbe ritenuto necessaria una dettagliata indagine della sfera d'idee di Weber.

Non riuscirà difficile all'autore completare la sua trattazione nei punti citati, prima della pubblicazione. Con questa speranza e nel pieno riconoscimento di ciò che è stato fatto, la Facoltà assegna a questo trattato il secondo premio.”

Se io dunque, contrariamente al desiderio espresso dalla Facoltà, ho deciso di consegnare il lavoro praticamente immutato per la pubblicazione, ciò è avvenuto non senza seria considerazione e matura riflessione, giacchè deve starmi a cuore di dare al lavoro, completato in un primo tempo fino ad un certo punto, anche quella

completezza e rotondità che è auspicata da così nobile parte. Tuttavia fu proprio questa considerazione che, dapprima, mi infuse seri dubbi sul fatto che, dopotutto, mi riuscisse di soddisfare la speranza espressa dalla Facoltà. Ciò vale particolarmente per un' eventuale rielaborazione del terzo capitolo, specialmente del paragrafo sull'energia elettrica, nel senso delle osservazioni contenute nel giudizio della Facoltà. Sono naturalmente ben lontano dal voler togliere dai ragionamenti di Weber qualcosa della grande importanza che essi hanno ottenuto durante gli ultimi decenni, specialmente in Germania; la poderosa ricerca, il grandioso allargamento di prospettiva che, nel campo generale dell'elettricità e oltre, dobbiamo alle opere del geniale ricercatore, è evidente per ogni fisico. Ma oltretutto non posso fare a meno, considero addirittura mio dovere, di confessare apertamente che attraverso coscienzioso studio e maturata riflessione sono giunto al fermo convincimento che l'orientamento più speculativo rivolto a metodi deduttivi, che Weber insegna ad intraprendere, ha già prodotto i suoi più validi frutti e che dunque, per il futuro, non ci si debba più aspettare da esso un progresso altrettanto ampio e sostanziale. Secondo il mio parere personale si dovrebbe ottenere, nel prossimo futuro, un simile progresso piuttosto solo attraverso uno stretto rapporto col metodo induttivo e perciò ho cercato di esprimere questo punto di vista nella descrizione dei fenomeni elettrici, limitandomi essenzialmente allo studio di correnti continue e chiuse, le cui leggi sono comprovate sufficientemente proprio dall'esperienza e si possono derivare anche senza la legge generale di Weber, mentre, al contrario ho creduto di dover accuratamente evitare, oppure solo sfiorare, il campo nel quale ha origine la sua importanza effettiva: gli effetti di correnti aperte, o rispettivamente di masse puntiformi elettricamente cariche in movimento. Giacchè ogni fisico, invero, per migliorare la visione generale del mondo fenomenico escogita, secondo il suo gusto personale, una concezione fondamentale il più possibile conforme alle leggi di natura osservate, così anch'io confesso volentieri che mi considero attualmente fra i seguaci di quella teoria che abbandona l'ipotesi dell'azione diretta a distanza, e perciò anche l'idea di un'esistenza primaria di una legge elettrica fondamentale del tipo di quella di Weber. La decisione su questo problema deve essere innanzitutto affidata al futuro, però io ritengo importante la circostanza che, nell'eventuale tentativo di una rielaborazione nel senso accennato, mi dedicherei al lavoro in ogni caso non con la stessa gioia della prima volta, e questa dovrebbe essere una premessa incondizionata qualora io ritenessi di soddisfare le attese, per me così autorevoli della Facoltà. Se a questa incertezza nella prospettiva di un risultato soddisfacente aggiungo il dispendio di tempo che sarebbe necessariamente connesso ad una simile rielaborazione, e che mi colpirebbe in modo doppiamente doloroso proprio adesso che mi sono rivolto ad altri studi, come pure il conseguente ritardo nella pubblicazione dell'opera il cui compimento risale ormai quasi ad un anno fa, credo allora di non dover del tutto perdere la speranza che la mia decisione, di accontentarmi di qualche variazione^{(1)(v1)} editoriale e per il resto far pubblicare il lavoro nella stesura che ha ottenuto il giudizio della Facoltà come precedentemente riportato, possa trovare anche presso l'esimia Facoltà quella giustificazione che mi sta a cuore in grandissima misura.

Kiel, luglio 1887

L'Autore

CAPITOLO I

Evoluzione storica

Due sono i principi che servono da fondamento per l'attuale costruzione delle scienze esatte: il principio di conservazione della materia e il principio di conservazione dell'energia. Rispetto a tutte le altre leggi della fisica, pur così complete, essi mantengono un'indiscutibile preminenza; infatti gli stessi grandi assiomi di Newton: le leggi dell'inerzia, della proporzionalità tra forza ed accelerazione e dell'eguaglianza di azione e reazione, abbracciano soltanto una parte specifica della fisica: la meccanica, nei cui riguardi esse inoltre, sotto certe ipotesi da chiarire più avanti, si possono derivare cumulativamente dal principio di conservazione dell'energia (v. cap. 3). Negli ultimi tempi invero è apparso sempre più probabile il fatto che tutti i processi della natura si possano ricondurre a fenomeni di moto, e pertanto alle leggi della meccanica, tuttavia questa riduzione, in ogni caso, non è di gran lunga ancora felicemente riuscita in misura tale da consentire l'applicazione diretta di quegli assiomi meccanici a qualsiasi fenomeno della natura^(v2). Il principio di conservazione dell'energia, invece, rivela il suo carattere universale appunto nel fatto che, se al giorno d'oggi venisse scoperto un fenomeno^(v3) nella natura del tutto nuovo si potrebbe senz'altro ricavare dal principio una misura e una legge per il nuovo fenomeno^(v3) mentre non c'è alcun altro assioma che possa venire esteso con la stessa sicurezza a tutti gli eventi nella natura. Ciò si è reso manifesto in modo particolarmente chiaro nella fondazione delle diverse teorie dell'elettricità, poichè a parte i fatti consolidati sperimentalmente (effetti di circuiti chiusi)^(v4), il riconoscimento del principio di conservazione dell'energia costituisce l'unico punto di partenza comune per tutte le teorie che avanzano pretese di ammissibilità.

Entrambi i principi citati all'inizio sono in certo qual modo coordinati l'uno all'altro, esprimendo l'uno l'indistruttibilità della materia (meglio: della massa misurata dal peso), l'altro l'indistruttibilità della forza (nel senso appropriato di questa parola), analogia che può essere applicata ancor più in particolare e che ha contribuito molto al chiarimento dei concetti. Tanto affini appaiono i due principi riguardo al loro contenuto, altrettanto diversificato è lo sviluppo storico da essi attraversato. Mentre la costanza della materia veniva affermata già dagli antichi filosofi della natura, in particolare da Democrito, consolidata da tutti gli atomisti e infine portata a riconoscimento illimitato da Black e Lavoisier, mediante il principio che il peso di un sistema di corpi non viene alterato da nessun processo chimico e nemmeno dalla combustione, si deve ritenere la scoperta del principio di conservazione dell'energia come una conquista recente e, nella sua forma precisa e più generale, recentissima.

La prima traccia dell'esistenza di tale principio si rese avvertibile già secoli fa nell'esperienza, acquisita talvolta con esperimenti difficili e costosi e quindi per via induttiva, che non è possibile costruire un perpetuum mobile⁽²⁾, cioè costruire una macchina (che operi in maniera periodica)^(v5) per mezzo della quale si possa ottenere a piacere lavoro o forza viva, senza un corrispondente dispendio di qualche altro agente, sia esso il consumo di certe entità materiali, o la perdita di altro lavoro o forza viva; in altre parole: senza un'altra determinata variazione corrispondente di altro genere, la quale - per utilizzare un'espressione che Clausius adopera invero in tutt'altra circostanza - ha la proprietà di non poter ritornare sui suoi passi senza da parte sua dar luogo a un consumo di lavoro o forza viva, sia in modo diretto che indiretto. Questa variazione può essere considerata come compensazione o equivalente del lavoro compiuto e si può allora dire in breve: produzione di lavoro o generazione di forza

viva non può avvenire senza una certa qual compensazione, o ancora più brevemente: è impossibile ottenere lavoro dal nulla.

Dovremo mostrare nel prossimo capitolo di questo scritto fino a che punto questa proposizione possa servire a dimostrare il principio di conservazione dell'energia nella sua generalità; tuttavia si scorge già qui che dal momento della conoscenza di questa proposizione sperimentale, fino alla precisa formulazione matematica del principio generale c'era ancora molta strada da percorrere. Passò ancora molto tempo prima di pervenire alla nozione ulteriore, in questo caso massimamente essenziale, che quella proposizione si può anche invertire, che quindi non esiste alcun dispositivo mediante il quale si possa consumare continuamente lavoro o forza viva senza una variazione di altro genere da considerarsi come compensazione. Infatti il riconoscimento generale di quest'ultima affermazione è, come vedremo ancora chiaramente più tardi, di data estremamente recente, [e cioè n.d.t.] una prova ulteriore e convincente^(v6) del fatto che noi qui abbiamo a che fare con una pura questione di esperienza, giacché all'uomo ha sempre maggiormente interessato ottenere, più che perdere, forza di lavoro.

Le difficoltà, tra l'altro ancora da superare, riguardavano principalmente la risposta al problema: in quali processi allora si debba cercare la suddetta compensazione, in quale rapporto quantitativo essa stia con il lavoro fornito (o speso), che cosa dunque si deve considerare come misura della compensazione, come valore equivalente del lavoro compiuto. In seguito avremo spesso occasione di osservare che la maggior parte e le più importanti diversità d'opinione e malintesi, venuti alla luce nel corso dei tempi coll'applicazione del nostro principio, non si riferivano tanto al riconoscimento o alla negazione del principio in sè - il suo valore venne di regola in generale riconosciuto - bensì piuttosto alla misura della compensazione, al valore equivalente del lavoro compiuto. Ciò si può constatare fino alle epoche più recenti.

Nonostante la sua forma incompleta, la proposizione primitiva che né il lavoro né tantomeno la materia possono formarsi dal nulla, mostrò tuttavia fin dai primi tempi la sua fertilità e, imprimendosi sempre più profondamente nel pensiero umano, divenne con ciò la miglior premessa per la sua successiva precisazione attraverso il principio generale. Anche per determinazioni scientifiche, nella meccanica, troviamo ripetutamente applicato il principio dell'impossibilità del perpetuum mobile. Famosa è la dimostrazione che S. Stevin⁽³⁾, nei suoi *Hypomnemata mathematica*⁽⁴⁾ apparsi a Leida nel 1605, dà delle leggi di equilibrio sul piano inclinato e che utilizza come fondamento di tutto il suo sistema della statica. Se si immagina una catena pesante, distesa sopra un vertice e lungo i lati adiacenti di un triangolo posto verticalmente (con lato di base orizzontale), e che siano collegate insieme le parti terminali, pendenti da entrambe le parti della linea di base, allora è chiaro, secondo Stevin, che la catena si trova in equilibrio. Infatti se così non fosse, essa comincerebbe a scivolare da un lato e questo movimento durerebbe senza fine perché la configurazione del sistema rimarrebbe sempre la stessa; si potrebbe dunque utilizzare questo dispositivo per ottenere lavoro all'infinito senza una corrispondente compensazione. Dall'impossibilità di tale apparato Stevin conclude l'esistenza dell'equilibrio, che rimane pure imperturbato allorché vengono tagliate contemporaneamente le due estremità della catena pendenti simmetricamente dagli estremi della linea di base, così che in conclusione risulta il principio, non del tutto evidente a prima vista, che una catena aperta posta su un triangolo verticale^(v7) si trova in equilibrio quando i suoi punti terminali giacciono sullo stesso piano orizzontale.

Anche G. Galilei sembra essere partito da una premessa analoga a quella di Stevin nella dimostrazione della tesi che la velocità raggiunta da un grave nella caduta

lungo una traiettoria qualsiasi dipende solo dalla distanza verticale tra le posizioni iniziale e finale, assumendo che, se questo principio non fosse esatto, si potrebbe subito indicare un mezzo per portare un corpo ad una altezza maggiore solo per effetto del proprio peso, facendolo cadere lungo una certa linea curva e risalire di nuovo lungo un'altra [linea curva n.d.t.] appropriata; in tal modo avremmo naturalmente ottenuto il perpetuum mobile.

In stretto rapporto con ciò sta la nozione, ugualmente già acquisita da Galilei, che, se si solleva (lentamente)^(v8) un carico maggiore mediante un peso in caduta, i prodotti dei pesi per le traiettorie contemporaneamente percorse sono uguali, proposizione che più tardi venne ampliata, specialmente da Joh. Bernoulli⁽⁵⁾ (1717) come principio degli spostamenti (velocità) virtuali. Proprio la tesi che un corpo non può salire in virtù del proprio peso o, in termini più generali, che un sistema di punti o corpi pesanti non può, per mezzo della forza motrice del suo peso, salire più alto del suo centro di gravità è diventata della massima importanza per lo sviluppo della meccanica ad opera di C. Huygens. Anch'egli basava, come noto⁽⁶⁾ la sua teoria del pendolo fisico sul principio che un sistema di pendoli matematici uniti solidalmente l'uno all'altro (come tale può essere considerato ogni pendolo fisico)^(v8) può, per mezzo della velocità iniziale sollevare nel movimento di risalita, il suo centro di massa più in alto di quello dei pendoli, qualora oscillassero tutti indipendentemente l'uno dall'altro (con la stessa velocità iniziale). Non sembra che Huygens abbia ritenuto necessario dare una dimostrazione di questo principio; deve esserci quindi già stata in lui l'istintiva convinzione della sua esattezza, cioè il riconoscimento dell'impossibilità del perpetuum mobile⁽ⁿ⁴⁾. Se si ammette il principio come esatto, ne segue immediatamente la teoria del centro di oscillazione.

Nell'asserto **di applicato alla gravità è già contenuto il principio della forza viva; infatti si sapeva già attraverso** che l'altezza fino alla quale può salire un corpo lanciato verso l'alto è proporzionale al quadrato della sua velocità; perciò, dopo che Leibnitz⁽⁷⁾ nell'anno 1695 ebbe introdotto il nome "vis viva" per la grandezza mv^2 (il fattore $1/2$ si trova per la prima volta in Coriolis⁽⁸⁾), si poté esprimere il principio che la forza viva di un corpo che si muove per effetto della gravità dipende esclusivamente dall'altezza del baricentro; è indifferente che il moto sia del tutto libero o limitato da vincoli rigidi (assi di rotazione o simili).

Purtroppo il modo di esprimersi di Leibnitz, che si è mantenuto fino ad oggi, provocò, a seguito di una confusione col concetto di forza newtoniano, un funesto scompiglio nelle idee ed una innumerevole quantità di equivoci, che non poterono essere evitati, per il fatto che Leibnitz volle utilizzare per la pressione esercitata da un corpo pesante in quiete, e quindi per la forza di Newton, la denominazione distintiva di "Vis mortua"; i due tipi di forza, forza viva e forza morta, erano, per intanto, di dimensioni del tutto diverse. Ritorneremo su questo punto anche più avanti, nella discussione dei lavori di R. Mayer.

L'importanza del concetto di forza viva per le leggi dell'urto fu riconosciuta già prima (1669) da Wren e Huygens; essi, nella loro teoria dell'urto elastico, giunsero concordemente al risultato che nell'urto di due corpi elastici non si perde alcuna forza viva; invece dalle leggi che contemporaneamente Wallis scoprì colle sue ricerche sull'urto anelastico risulta una perdita di forza viva in quest'urto.

Il concetto di forza viva riscosse interesse più di tutto dalla nota controversia, relativa alla vera misura della forza di un corpo in moto, tra Cartesio (Papin) e Leibnitz, che fu trascinata ancora a lungo, dopo la loro morte, dai loro rispettivi seguaci con crescente animosità. Leibnitz si basava in questo caso sull'esperienza che sollevando un determinato peso per 4 piedi è necessaria la stessa forza (lavoro) che

occorre per sollevare di 1 piede un peso quadruplo, perchè in entrambi i casi si può scomporre l'intera operazione in 4 singole operazioni, ciascuna costituita dal sollevamento del peso semplice per l'altezza di 1 piede.

Se ora si pensa che il sollevamento dei pesi sia effettuato conferendo ad essi una velocità, diretta verso l'alto, che sia sufficiente a portarli proprio all'altezza stabilita, allora secondo le tesi di Galilei, si deve conferire al peso semplice, perchè raggiunga un'altezza quadrupla, non una velocità quadrupla, bensì doppia di quella che si deve attribuire al peso quadruplo perchè raggiunga l'altezza semplice. Ma poichè a effetti uguali competono cause uguali, allora, conclude Leibnitz, anche la forza insita nel peso semplice con la velocità doppia è uguale alla forza insita nel peso quadruplo con la velocità semplice, dal che segue in generale l'espressione mv^2 come misura delle forze.

Diversamente Cartesio e i suoi discepoli: una forza doppia genera sugli stessi corpi nello stesso tempo una velocità doppia, di conseguenza la quantità di moto mv costituisce la vera misura della forza⁽⁹⁾

Secondo la nostra attuale e più esatta concezione fisica, che distingue nettamente tra forza e lavoro, dobbiamo anzitutto naturalmente interpretare l'intera controversia come pura polemica verbale, perché si può parlare di oggettiva controversia solo se ci si è accordati sulla definizione (a priori completamente arbitraria)^(v9) del concetto in discorso. Quindi fintanto che non si collegava alla parola forza nessun chiaro concetto, era del tutto senza senso un diverbio sulla misura della forza. Intanto non si deve sottovalutare il fatto che alla base del detto diverbio c'era tuttavia un contenuto ben più profondo; infatti le parti erano di fatto fino ad un certo grado concordi, anche se ciò veniva espresso solo occasionalmente e confusamente, su quanto volessero intendere con il termine "forza". **Cartesio, come pure Leibnitz, avevano certamente un'idea, anche se non del tutto chiaramente precisata, dell'esistenza di un principio che esprime l'invariabilità e indistruttibilità di ciò da cui scaturisce ogni moto ed azione nel mondo.** Mentre Cartesio sosteneva la validità di questo principio con considerazioni teologiche che sono basate sull'eternità del Creatore, Leibnitz parte dalla legge di causa ed effetto. Una causa può produrre solo quell'effetto che le corrisponde esattamente, nè più grande nè più piccolo. Nella catena ininterrotta di cause ed effetti di cui sono costituiti i fenomeni del mondo, non può dunque aver luogo nè un aumento nè una diminuzione: c'è qualcosa che rimane costante. Se chiamiamo questo qualcosa forza, abbiamo così una rappresentazione, anche se molto incompleta, di ciò che nel concetto di forza^(v10) costituiva il punto di partenza comune per le due eterogenee concezioni. Infatti adesso era ben possibile una divergenza d'opinione se fosse la quantità di moto di Cartesio oppure la forza viva di Leibnitz la vera misura di quel concetto. Se il diverbio fosse stato condotto in questa forma alquanto più precisa, allora avrebbe dovuto ottenere ragione Leibnitz. Abbiamo già qui davanti a noi uno dei casi sopra menzionati, **in cui si tratta non tanto del riconoscimento della costanza della forza quanto del valore di equivalenza di questa grandezza, riconosciuta da ambo le parti come invariabile**, cioè della misura della compensazione che interviene nella velocità di un corpo quando il suo moto viene utilizzato per produrre un determinato effetto. Ritorneremo ancora spesso su questa idea.

Quando, verso la fine del 17° secolo, la meccanica, che allora costituiva quasi l'unico ramo della fisica, venne portata da Isaac Newton a quella completezza che in sostanza resta ancor oggi insuperata, anche il concetto di forza venne stabilito definitivamente, a quanto pare, per sempre e precisamente in un senso che si ricollega alla misura di forza adottata da Cartesio. Newton (1687) concepì la forza direttamente

come una pressione (quale può essere percepita attraverso la sensazione muscolare)^(v11) e misurò l'intensità di una forza attraverso la quantità di moto^(v12) che questa pressione produce per unità di massa nell'unità di tempo, dal che si ottiene la dimensione della forza come prodotto di massa e accelerazione. Questa grandezza non ha naturalmente niente a che fare col principio di conservazione della "forza" e potrebbe essere stato anche questo uno dei motivi per cui per un certo tempo venne meno di nuovo l'interesse per questo principio. Il concetto di forza di Leibnitz appare come il **rendimento** o il lavoro della forza newtoniana; quest'ultima specifica soltanto una condizione necessaria ma non ancora sufficiente per dare un **rendimento**.

Newton stesso sembra non essersi mai particolarmente occupato del concetto di rendimento o lavoro di una forza anche se nelle sue opere si rintracciano alcuni punti in cui si avvicina maggiormente a questo concetto. Fra questi rientra la spesso citata definizione dell'"actio agentis"⁽¹⁰⁾ (prodotto di una forza per la corrispondente componente della velocità del suo punto di applicazione), grandezza che indica il lavoro compiuto dalla forza nell'unità di tempo. Tuttavia non viene fatto alcun ulteriore impiego di questa definizione; per di più mi sembra che i tentativi di dedurre il principio di conservazione dell'energia da questo punto, che è preso dal Commentario all'assioma di uguaglianza di azione e reazione, non promettano alcun successo, già per il fatto che il contenuto delle due proposizioni menzionate appartiene a campi del tutto diversi. In ogni caso Newton accettò il fatto che del moto vada perduto per effetto dell'attrito o per elasticità non perfetta, senza qualsivoglia dubbio od osservazioni di altro genere⁽¹¹⁾

L'ulteriore sviluppo del concetto di lavoro e di forza viva lo dobbiamo piuttosto ai fisici di Basilea, soprattutto Joh. Bernoulli, che si riallaccia abbastanza strettamente alla concezione di Leibnitz. Egli pure parla ripetute volte della "conservatio virium vivarum" e pone inoltre in rilievo che se scompare forza viva la capacità di produrre lavoro (facultas agendi⁽¹²⁾) non va tuttavia perduta, bensì viene solo trasformata in altra forma (p.e. compressione)^{(v13)(13)}. Secondo L. Eulero la forza viva di un punto che da un centro fisso viene attratto o respinto secondo una potenza della distanza, è sempre la stessa, per quante volte esso ripassi per le medesime posizioni nello spazio, mentre d'altro lato il suo aumento viene misurato dal lavoro (effort) della forza. (L'espressione "travail" deriva da Poncelet⁽¹⁴⁾.) Daniel Bernoulli estese questo principio a più punti in moto e fece inoltre conoscere la grande fecondità dei principi sviluppati da suo padre per le leggi del moto dei fluidi⁽¹⁵⁾

Anche nella tecnica si manifestò la necessità di uno studio più dettagliato del concetto di lavoro che condusse, tramite J. Watt, all'introduzione del termine "cavallo forza" (lavoro di un cavallo al secondo).

Fu Thomas Young che per primo usò per la forza viva di un corpo in moto il nome di energia) e pose così la base del significato attuale di questa espressione. (La parola $\epsilon\nu\rho\nu\gamma\iota\alpha$ si trova, con significato fisico, già in Aristotele; anche altri fisici: Galilei, Joh. Bernoulli^{(16)(a2)}, la usano occasionalmente senza tuttavia collegarvi un senso particolare.) Nella sua ricerca delle leggi dell'urto Young⁽¹⁷⁾ trovò, come già prima di lui Wren, Wallis e Huygens, che nell'urto centrale di due corpi viene conservata in tutti i casi la quantità di moto (quindi la quantità di moto del baricentro)^(v14) e, del tutto nel senso di Cartesio, rifiutando i punti di vista contrari espressi da Leibnitz e Smeaton, indica questa grandezza come vera misura della forza insita nel corpo^(v15) in moto. Tuttavia egli ritiene la grandezza indicata da altri come forza viva, abbastanza importante da attribuire ad essa un nome particolare, quello di energia del corpo in moto, specialmente perchè ci sono casi in cui l'effetto del corpo in moto viene manifestamente commisurato al quadrato della sua velocità. Così, una

sfera con velocità doppia scava in un pezzo di argilla tenera, o sego, una buca quattro volte più profonda rispetto ad una con velocità semplice, e per raddoppiare la velocità di un corpo si deve farlo cadere da un'altezza quadrupla. Young mette in evidenza che anche delle sfere perfettamente elastiche mantengono nell'urto la loro energia. Nondimeno egli è ancora lontano dal principio generale di conservazione dell'energia; infatti l'estensione del concetto di energia, necessario per questo scopo, era riservato ad un'epoca successiva.

Se diamo brevemente uno sguardo alle ricerche in atto, nel campo da noi illustrato, fino alla fine del secolo scorso ed all'inizio dell'attuale^(v16), allora è da contrassegnare come frutto maturo delle stesse la nozione della legge di conservazione delle forze vive. In un sistema di punti materiali sottoposti a forze centrali la forza viva dipende solo dalla configurazione istantanea del sistema, precisamente dal valore che assume in questa configurazione la funzione delle forze (così chiamata da R.). La variazione della funzione delle forze misura quindi il lavoro compiuto dalle forze, è indifferente per quale via abbia luogo la variazione; ritornando nella stessa configurazione la forza viva è di nuovo la stessa. Con questa proposizione viene esclusa la costruzione di un perpetuum mobile mediante azioni puramente meccaniche. Veramente la validità della stessa dovette essere limitata ad un certo tipo di forze, che attualmente si è soliti caratterizzare come "conservative"; nell'attrito, nell'urto anelastico, etc. essa non trova applicazione perchè qui si ha piuttosto di regola perdita di forza viva.

Solo pochissimi potevano allora avere un'idea di quale grandiosa generalizzazione fosse capace la legge delle forze vive. Tuttavia è un dato di fatto che già alla fine del secolo scorso l'impossibilità di costruire il perpetuum mobile, anche con metodi non meccanici, venne riconosciuta in modo abbastanza generale; di ciò fornisce la prova migliore la circostanza che l'Accademia francese nell'anno 1775⁽¹⁸⁾ dichiarava una volta per tutte di non accettare più sedicenti soluzioni di questo problema. Questa impossibilità potè apparire alla maggior parte dei contemporanei come un fatto spiacevole, come una specie di male necessario, senza che nessuno avesse pensato di trarre da ciò profitto per la scienza, nonostante i successi che in questa direzione avevano già ottenuto Stevin e Huygens.

Allora Sadi Carnot⁽¹⁹⁾ nell'anno 1824 fece il primo passo decisivo per mostrare la possibilità di applicare quel principio anche ai fenomeni non meccanici. Avendo l'invenzione della macchina a vapore fatto sentire ancor più sensibilmente la mancanza di una soddisfacente teoria sugli effetti meccanici del calore, Carnot intraprese la fondazione di una nuova teoria del calore, partendo dall'idea dell'impossibilità del perpetuum mobile, la quale più tardi, nello stesso senso ma con mezzi espressivi ancor più eleganti e comprensibili, venne ulteriormente perfezionata da Clapeyron⁽²⁰⁾. A questo punto si evidenziò però nuovamente il fatto che l'applicazione di quel principio richiedeva come condizione di massima importanza l'esatta determinazione del valore di equivalenza del lavoro compiuto. Si trattava della questione: "Se si genera lavoro con il calore, quale processo si deve allora considerare come compensazione del lavoro compiuto, e questo come deve essere misurato?" Poichè al tempo di Carnot era pienamente in auge quella teoria del calore che considera il calore come una sostanza (indistruttibile)^(v17), la cui presenza in maggiore o minore quantità faceva apparire un corpo come più o meno caldo, così egli dovette venire dell'idea che la sostanza calore produce forza viva in modo analogo alla gravità della materia ponderabile. Quest'ultima ha la tendenza a cadere dalle posizioni più alte verso le più basse; la forza viva così generata viene misurata dal prodotto della forza peso per l'altezza di caduta e questo prodotto è perciò l'equivalente della forza viva generata. Da ciò Carnot

concludeva: il fluido calorico ha la tendenza a passare da temperature più alte a temperature più basse come si riconosce dalle leggi di trasmissione del calore. Si può però rendere utilizzabile questa tendenza e generare così forza viva che sarà misurata dal prodotto della quantità di calore trasferita per l'intervallo di temperatura attraversato. Perciò Carnot cercò la compensazione per la produzione di lavoro nel passaggio di calore da temperature più alte a temperature più basse e considerò come sua misura, quindi come l'equivalente del lavoro, il prodotto di una quantità di calore per una differenza di temperatura. Secondo un calcolo di Clapeyron il passaggio di una caloria da 1° a 0° Celsius, esattamente in grado di sollevare 1,41 Kg all'altezza di un metro; si dovrebbe perciò chiamare il numero 1,41 l'equivalente termico di Carnot (questo numero non è nient'altro che l'equivalente meccanico del calore di Joule diviso per la temperatura assoluta, in gradi Celsius, del ghiaccio fondente). Come si vede, queste osservazioni uguagliano nella forma quelle che furono più tardi formulate da Mayer e Joule, l'errore di Carnot consiste soltanto nel fatto che egli sosteneva un'errata concezione del tipo di processo nel quale si deve cercare la compensazione del lavoro prodotto, una concezione che però era essenzialmente condizionata dall'allora dominante teoria del calore.

Nella meccanica si può produrre lavoro in due modi: con prestazione di altro lavoro o con spesa di forza viva. Invece di cercare l'analogo della produzione di lavoro mediante calore nel secondo processo, e dunque scorgere la compensazione nella sparizione di calore e misurare il lavoro ottenuto con la quantità di calore scomparso, Carnot confrontò l'attività del calore con il lavoro fornito dalla gravità della materia ponderabile, che è in sé e per sé^(v18) indistruttibile ed è in grado di produrre effetti solo tramite cambiamenti della sua posizione. Per Carnot dunque il calore non era niente di diverso da ciò che era la forza per Newton: una condizione necessaria ma non ancora sufficiente per produrre effetti.

Si vede però inoltre che, siccome la teoria di Carnot-Clapeyron si basa essenzialmente sul principio dell'impossibilità del perpetuum mobile, si potrebbe su di essa assai bene costruire anche un principio di conservazione dell'energia, considerando però come energia del calore non una semplice quantità di calore bensì il prodotto di una quantità di calore per una temperatura, ed è perciò inesatto assumere che il principio di conservazione dell'energia comporti in sé una contraddizione rispetto alla teoria materiale del calore, al contrario Carnot si basa pienamente su questo principio. Concordemente a questa concezione Helmholtz⁽²¹⁾ riporta nella sua "Conservazione della forza" entrambe le teorie, quella materiale e quella meccanica, a tutta prima a parità di diritti l'una accanto all'altra e respinge la prima solo per il motivo che attraverso esperimenti è dimostrato che la quantità di calore può variare.

[Per la valutazione dei lavori di Carnot è d'altronde molto importante, e qui tanto più degno di nota perchè in altri ambienti potrebbe essere rimasto del tutto sconosciuto, il fatto che Carnot, come si apprende da un saggio manoscritto postumo donato dal suo fratello superstite⁽²²⁾ all'Accademia francese molto tempo dopo la pubblicazione della sua opera principale, si vide indotto ad abbandonare la teoria materiale del calore fino ad allora sostenuta e interpretare il calore come movimento. Quanto del contenuto del saggio citato è pubblicato nei *Comptes rendus* lascia riconoscere che Carnot era ben consapevole, come ben presto dopo di lui J.R. Myer e J.P. Joule, delle conseguenze che per il nuovo modo di vedere scaturiscono dal principio di conservazione dell'energia. Si dice ivi fra l'altro: ovunque scompare del lavoro (où il ya destruction de puissance motrice) ha luogo produzione di calore (production de chaleur), e viceversa, in quantità proporzionali. Inoltre, secondo un calcolo non esposto nei dettagli, 1 unità di lavoro (il sollevamento di 1 metro cubo

d'acqua per 1 metro) è equivalente ad un riscaldamento di 2,70 Calorie, numero da cui risulta un equivalente meccanico del calore di 370 kgm (Cfr. il numero di Mayer). Se si considera che Carnot eseguì questo calcolo almeno 10 anni prima di Mayer (egli morì nell'anno 1832) a lui spetta certamente il merito della prima valutazione dell'equivalente meccanico del calore. Per la scienza tuttavia questa scoperta non è, purtroppo, più risultata utile per la mancanza di una tempestiva pubblicazione.]^(v19)

La teoria di Carnot-Clapeyron sugli effetti del calore trovò ulteriore sviluppo specialmente in Inghilterra; nello stesso anno 1848 W. Thomson⁽²³⁾ fondava su di essa la sua scala assoluta della temperatura; infatti è chiaro che se il prodotto di calore e temperatura è equivalente ad un lavoro, da questa equazione può essere dedotta una definizione di temperatura, se è data la misura del calore. Un determinato intervallo di temperatura è allora completamente definito dall'ammontare del lavoro che può essere fornito da una Caloria che “scende” lungo questo intervallo.

Un essenziale punto debole di questa teoria risiede però già nell'ipotesi che il lavoro, anche se non può essere ottenuto dal nulla, nondimeno può perdersi nel nulla. Clapeyron⁽²⁴⁾ lo esprime decisamente, dicendo: nel passaggio diretto di calore da un corpo più caldo ad uno più freddo si perde quantità d'azione e facoltà di fornire lavoro. Secondo lui dunque si può benissimo perdere lavoro senza ottenere un qualsiasi equivalente che serva da compensazione. Altrettanto egli pensava dell'attrito: esso distrugge forza viva senza fornirne un equivalente. Thomson invece scorgeva in questo punto una notevole difficoltà della teoria di Carnot, essendo allora egli manifestamente convinto che il principio del perpetuum mobile sia anche reversibile. Egli si esprime nel modo seguente⁽²⁵⁾: se per il passaggio diretto di calore da una temperatura più alta ad una più bassa viene speso effetto termico, che cosa ne è allora dell'effetto meccanico che si potrebbe ottenere con questo passaggio? In natura nulla può andare perduto, l'energia è indistruttibile, si chiede dunque quale genere di effetto è allora quello che subentra al posto del calore trasferito. Egli ritiene questo problema molto insidioso^(v20) (perplexing) e pensa che una teoria perfetta del calore dovrebbe fornire una risposta soddisfacente su questo punto. Non di meno si attiene ancora, nel menzionato trattato, alla teoria di Carnot, perchè ritiene che le difficoltà derivanti dal suo abbandono siano incomparabilmente più gravi.

Eppure queste difficoltà sono state superate con sorprendente rapidità. Le esperienze che obbligavano ad abbandonare il principio dell'indistruttibilità del calore si accumularono sempre più finchè finalmente, in seguito alla, brillante scoperta dell'equivalente meccanico del calore fu decretata una rapida fine alla teoria materiale del calore. Considerando il calore come movimento si capisce da sé che la compensazione del lavoro fornito dal calore è da cercare nella scomparsa del calore, in quanto allora la forza^(v21) del moto calorico perduta deve essere acquisita come equivalente del lavoro compiuto; ed è la conferma sperimentale delle conseguenze di questa proposizione che ha aiutato la teoria meccanica del calore ad ottenere una decisiva preponderanza. Da lungo tempo la difficoltà di spiegare il calore che nasce per attrito aveva condotto alcuni fisici all'idea che il calore possa non essere immutabile per quanto riguarda la quantità e che quindi non possa essere una sostanza. Secondo la teoria materiale del calore, il calore prodotto per attrito dovrebbe, o essere fatto affluire dall'esterno oppure i corpi strofinati dovrebbero aver diminuito la loro capacità termica in modo tale che il medesimo calore producesse in essi una temperatura molto più alta. Rumford mostrò⁽²⁶⁾ in modo convincente che entrambe le ipotesi non sono plausibili ponendo in rotazione, per mezzo di cavalli, un trapano spuntato che veniva compresso contro il fondo di una canna di cannone e portando, col calore dell'attrito, addirittura all'ebollizione una considerevole quantità d'acqua; la

capacità termica del metallo non si mostrò affatto variata. Poichè il calore così prodotto poteva essere aumentato a volontà proseguendo il processo, Rumford lo mise in rapporto alla forza impiegata, senza tuttavia occuparsi di un confronto numerico del lavoro compiuto e del calore prodotto. Quasi contemporaneamente Davy⁽²⁷⁾ dimostrò la stessa cosa per l'attrito fra due pezzi di metallo per mezzo di un meccanismo ad orologeria automatico posto sotto pompa pneumatica, e poi, in modo ancor più convincente, per l'attrito tra due pezzi di ghiaccio che, completamente isolati da influssi esterni, venivano portati alla fusione. Qui è ancora particolarmente incisiva la circostanza che la capacità termica dell'acqua è quasi doppia di quella del ghiaccio. Da allora vennero condotti ancora molti altri esperimenti che provano nel modo più chiaro che il calore può essere generato, e precisamente per assorbimento di raggi luminosi termici, la cui identità poteva considerarsi già provata dagli esperimenti di Melloni, inoltre anche per tramite dell'elettricità, sia essa stata prodotta per via chimica o con dispendio di lavoro meccanico.

Anche se ciascuno di questi singoli fatti depone in modo convincente contro la concezione materiale del calore, tuttavia i sostenitori della teoria meccanica del calore fra i quali, oltre a quelli già citati, sono da nominare in particolare Th. Young, Ampère e Fresnel, erano, fin verso la metà di questo secolo^(v22) in netta minoranza, e fino ad allora non era mai stato fatto seriamente il tentativo di sviluppare, per la teoria meccanica, il principio dell'impossibilità del perpetuum mobile in modo analogo a quanto fece Carnot per la teoria materiale.

Occasionalmente si possono invero incontrare isolate tracce di tali tentativi così si trova nello scritto: "Etude sur l'influence des chemins de fer" (1839) di Séguin aîné⁽²⁸⁾ la seguente osservazione: il vapore è solo il mezzo per produrre la forza; la causa motrice è il calore che è in grado di effettuare prestazioni di lavoro allo stesso modo come la forza viva. Séguin attribuisce la paternità di questa idea a suo zio, il famoso J.M. Montgolfier (1740-1810).

Ma non solo all'ambito del calore, anche ad altri fenomeni della natura si estendevano queste considerazioni in cui troviamo nuovamente confermato il fatto, già molto spesso rilevato, che la validità del principio stesso non veniva messa in dubbio da nessuno, ma che piuttosto solo l'interpretazione delle conseguenze forniva l'occasione per divergenze di opinione.

Roget⁽²⁹⁾ credette, p.es., di poter utilizzare il principio come prova contro la teoria del contatto dell'elettricità, argomentando nel modo seguente: "Tutte le forze e fonti di movimento di cui conosciamo le origini vengono, quando esse esercitano le azioni loro proprie, consumate nella stessa proporzione in cui queste azioni vengono prodotte, e da qui scaturisce l'impossibilità di trarne un effetto continuativo o, in altre parole, un moto perpetuo." Roget dichiara perciò impossibile produrre di continuo una corrente senza corrispondente dispendio di un altro agente (qui affinità chimica) e con ciò si rivolta contro la teoria del contatto; avrebbe anche completamente ragione se la teoria del contatto ammettesse una tale eventualità.

In modo analogo si esprime Faraday⁽³⁰⁾: "La teoria del contatto assume che una forza, che è in grado di vincere poderose resistenze, può scaturire dal nulla. Ciò sarebbe una creazione di forza, che d'altronde non ha mai luogo senza un corrispondente consumo di qualcosa che la alimenti. Se la teoria del contatto fosse giusta, allora dovrebbe essere negata l'uguaglianza tra causa ed effetto. Allora sarebbe possibile anche il perpetuum mobile, e sarebbe facile, nel semplice caso di una corrente elettrica prodotta per contatto, ottenere incessantemente effetti meccanici." Non è necessario spiegare qui che queste obiezioni contro la teoria del contatto si basano su un malinteso. Tutto il diverbio si riferisce soprattutto non al modo in cui può essere

mantenuta una corrente elettrica bensì alla causa che origina una corrente^(v23) : infatti il fatto che una corrente non possa essere mantenuta senza continuo consumo di energia è oggi giorno altrettanto ovvio sia secondo la teoria del contatto che secondo quella chimica.

Anche nella chimica troviamo già applicazioni del principio. L'idea che la quantità di calore prodotta globalmente in una serie di reazioni chimiche successive è indipendente dal modo o dalla successione in cui sono effettuate le singole reazioni, purchè lo stato iniziale e finale del sistema rimangano gli stessi, si è insediata gradualmente e tacitamente nella chimica teorica. Essa viene espressamente menzionata per la prima volta da Hess⁽³¹⁾ con le parole: “Quando ha luogo una reazione, la quantità di calore sviluppata è costante, sia che la reazione avvenga direttamente o indirettamente.” Senza dubbio la convincente verità di questa affermazione scaturisce dall'idea che non si possa produrre calore dal nulla; quest'idea, naturalmente, si appoggia al concetto dell'indistruttibilità della sostanza calore, solo che essa è ancor più generale ed indipendente da questo concetto.

Fino a che punto siano però giunti i singoli fisici, già nella nozione di unità e mutua trasformabilità delle diverse forze della natura, lo mostra nel modo migliore il seguente brano di un trattato di K. Fr. Mohr⁽³²⁾ sulla natura del calore, in cui l'autore, stimolato soprattutto dalle ricerche di Melloni e Rumford, parteggia vivacemente per la teoria dinamica del calore: “Oltre ai noti 54 elementi chimici c'è nella natura delle cose ancora solo “un agente”, che si chiama forza; essa, sotto le condizioni opportune, può manifestarsi come movimento, affinità chimica, coesione, elettricità, luce, calore e magnetismo, e da ciascuno di questi tipi di fenomeno possono essere prodotti tutti gli altri. La stessa forza che solleva il martello può, se viene adoperata in altro modo, produrre ciascuno degli altri fenomeni”. Si vede che c'è ancora solo un passo per arrivare al problema della misura comune di tutte queste forze della natura, già riconosciute come affini.

Questo passo venne compiuto quasi contemporaneamente da fonti diverse in modi diversi. Se seguiamo l'ordine cronologico delle singole pubblicazioni dobbiamo rivolgere la nostra attenzione dapprima ai lavori del medico di Heilbronn, Dr. Julius Robert Mayer⁽³³⁾.

Conformemente a tutto l'orientamento spirituale di Mayer, che generalizzava in modo filosofico piuttosto che costruire empiricamente pezzo per pezzo, la forma della sua dimostrazione era deduttiva. Nel primo breve saggio apparso nel maggio 1842⁽³⁴⁾ egli si esprime nel modo seguente: non può originarsi mai alcun effetto senza causa o viceversa una causa restare senza effetto: “Ex nihilo nihil fit”, e viceversa: “Nil fit ad nihilum”. Ogni causa ha piuttosto un effetto del tutto determinato, ad essa esattamente corrispondente, né più grande né più piccolo; nella causa dunque è contenuto proprio tutto ciò che condiziona l'effetto e che si ritrova completamente nell'effetto anche se in altra forma. Causa ed effetto sono dunque in un certo senso uguali fra loro: “Causa aequat effectum”. Perciò Mayer contrassegna le cause come oggetti (quantitativamente) indistruttibili e (qualitativamente) trasformabili. Ora egli suddivide tutte le cause in due parti: le une le annovera tra la materia, le altre tra la forza; ciascuna di queste due specie è indistruttibile e neanche ha luogo fra esse alcun passaggio reciproco, cioè la materia non si può mutare in forza, né tantomeno viceversa; ben piuttosto la materia, come anche la forza, si lasciano trasformare in sé in molteplici modi. Ma mentre ci sono ancora molti diversi tipi di materia (gli elementi, che non si possono trasformare l'uno nell'altro)^(v24), noi conosciamo solo “un tipo” di forza, giacchè tutte le forze si possono trasformare l'una nell'altra: tutte le forze sono diversi modi di apparire di uno stesso oggetto, di un'unica e medesima causa.

Si capisce che qui la parola forza è assunta nel senso di Leibnitz, il che appare tanto meno sorprendente in quanto questa parola, con questo significato, compariva ancora abbastanza spesso a quel tempo. In ogni caso non si può rimproverare a Mayer mancanza di chiarezza; infatti, come si mostra in seguito, egli sapeva ben distinguere tra questi concetti. La forza di Newton egli la chiama qualità. Specificando maggiormente la natura delle diverse forze egli indica tre forme: calore, forza di caduta e movimento. Esse sono diverse tra loro ma trasformabili l'una nell'altra in determinate proporzioni numeriche e perciò sono anche soggette ad una comune misura. Forza di caduta e movimento si misurano in ogni caso con la medesima unità di misura e rimane dunque da confrontare con questa unità di misura l'unità di calore. Dagli esperimenti sulla compressione dell'aria ("Compression der Luft" n.d.t.) Mayer calcola che una Caloria è equivalente al sollevamento di 1 Kg per 365 metri (con valori medi dell'accelerazione di gravità)^(v25). Alla base di questo calcolo, i cui dettagli vengono riportati solo in un successivo trattato⁽³⁵⁾ sta l'idea che la differenza, accertata da molte esperienze, tra le quantità di calore che si devono apportare dall'esterno a un quantum d'aria per ottenere un determinato innalzamento di temperatura, se il riscaldamento avviene una volta a pressione costante e l'altra volta a volume costante, è equivalente al lavoro fornito nel primo caso con l'espansione dell'aria. Invero viene inoltre tacitamente supposto che l'eccedenza di capacità termica a pressione costante rispetto a quella a volume costante va soltanto a vantaggio del rendimento in lavoro esterno, supposizione che non è del tutto ammissibile senz'altro, poichè la maggior parte dei gas e vapori mostrano un notevole abbassamento di temperatura, anche se si sono espansi senza fornire lavoro esterno. Per i cosiddetti gas perfetti, tuttavia, si è dimostrata esatta quell'assunzione che, nel seguito, sotto la denominazione di ipotesi di Mayer, riveste un ruolo nell'ulteriore sviluppo della teoria del calore.

Dopo aver così determinato l'equivalente meccanico del calore si può ora misurare il calore con la stessa unità di misura della forza meccanica, ponendo sempre una Caloria uguale a 365 unità di forza (di lavoro)(riferiti a chilogrammo, metro e secondo)^(v26). Notevole è il fatto che Mayer non partì assolutamente dall'idea che il calore sia movimento, ma che egli in via prudenziale lasciò del tutto fuori la questione dell'essenza del calore. Egli dice espressamente: calore, movimento e forza di caduta si possono trasformare l'uno nell'altro secondo proporzioni numeriche determinate; quanto meno si trarrà da ciò la conclusione che forza di caduta e movimento sono identici, altrettanto meno si può concludere che il calore consiste in movimento. In realtà si può derivare tutta la teoria del calore, come venne edificata più tardi da R. Clausius sui suoi due principi, anche senza l'idea della natura meccanica del calore, purchè ci si attenga all'ipotesi che il calore, sotto certe condizioni, può essere convertito in movimento. Solo la teoria dei gas, sviluppata più tardi, ha dato una forma più precisa alle concezioni che noi ci facciamo della natura del calore.

Mayer non si ferma alle argomentazioni or ora illustrate. In un secondo trattato⁽³⁵⁾, alquanto più dettagliato, estende la sua teoria ad altri rami della scienza della natura. Indica la chimica come la scienza delle trasformazioni della materia, la fisica come la scienza delle trasformazioni della forza, e riunisce poi ancora una volta le sue concezioni dell'equivalenza tra calore e movimento. Anche l'elettricità viene poi presa in considerazione, ma nuovamente utilizzando una terminologia che purtroppo era in contraddizione con l'uso linguistico dominante. Egli chiama elettricità una forza, come il calore, con ciò naturalmente intendendo ciò che noi indichiamo come potenziale elettrico. Spiega^(v27) l'effetto dell'elettroforo con il lavoro meccanico speso. Anche la "differenza chimica" di due corpi viene introdotta come forza, perchè con essa si può produrre calore, il cui ammontare fornisce allora la misura della forza

spesa. Infine egli enumera come attive nella natura inorganica sei diverse forze che si possono trasformare vicendevolmente l'una nell'altra secondo determinati equivalenti: forza di gravità, movimento, calore, magnetismo, elettricità, differenza chimica. Le conseguenze vengono estese anche alla natura organica, in particolare Mayer sviluppa quell'importanza del processo di assimilazione nelle piante per la conservazione di tutta la vita animale.

L'applicazione delle sue teorie ai fenomeni cosmici costituì l'oggetto di un suo ulteriore lavoro particolare. Egli diede la prima spiegazione razionale dell'origine del calore solare mostrando che nessun processo chimico (combustione) sarebbe in grado di compensare l'enorme emissione di calore che ha luogo con l'irraggiamento solare, e allora espresse l'idea che quel calore venga fornito dalla forza viva delle masse meteoritiche che costantemente precipitano dentro il corpo solare (cfr. sotto, le idee di Helmholtz di Thomson), egli spiegò l'incandescenza delle meteore con la perdita di forza viva che esse subiscono per l'attrito con l'atmosfera, e richiamò l'attenzione sul fatto che il fenomeno delle maree dovrebbe necessariamente influire sulla velocità di rotazione della terra, ostacolandola notevolmente con l'attrito dell'alta marea, e che tutto il lavoro che si potrebbe produrre col movimento della bassa e alta marea verrebbe ottenuto a spese della forza viva della rotazione terrestre.

Ognuna di queste diverse considerazioni mostra che Mayer, anche se si serviva talvolta di una nomenclatura insolita, pure era molto ben consapevole dell'importanza delle opinioni da lui sostenute. Egli lo chiarisce dettagliatamente anche in un successivo trattato⁽³⁷⁾, e discute molto chiaramente i diversi concetti cui Leibnitz e Newton riservavano il nome di "forza", come pure l'inopportunità della distinzione tra forza "morta" (quella di Newton) e "viva" (quella di Leibnitz). Presa in questo senso la parola forza dovrebbe dare l'idea di una specie comune nella quale i due concetti più specifici siano contenuti come forme particolari. Questo però appare contraddittorio in base al fatto che i due concetti sono grandezze di dimensioni totalmente diverse e quindi di norma non confrontabili^(v28); si è perciò obbligati a rinunciare ad una delle due denominazioni. Mayer decide di usare la parola forza nel senso di Leibnitz, perchè egli ritiene che questo concetto sia più fondamentale. La denominazione si contrappone nettamente anche alla parola materia; ancoroggi facciamo uso della contrapposizione: forza e materia, ma in effetti intendiamo: energia e materia. Entrambe sono indistruttibili.

In queste considerazioni può aver ragione Mayer: secondo lo stato attuale della scienza della natura è in realtà divenuto più importante il concetto di Leibnitz; solo che egli non tenne conto della potenza dello sviluppo storico della scienza. La fisica era fondata sulla meccanica, e nella meccanica il concetto di Newton era ormai divenuto di uso troppo comune, tale da non lasciarsi facilmente soppiantare da un'altra denominazione⁽ⁿ⁵⁾. Perciò la proposta di Mayer non si è affermata, anche se la denominazione di Leibnitz è^(v29) rimasta in alcune espressioni (forza viva, conservazione della forza). Solo riferendosi alla storia si può capire questa inconseguenzialità che nasconde in sé, anche se oggigiorno non tanto come prima, il pericolo di un malinteso.

Abbiamo discusso in connessione fra loro le diverse opere di Mayer attinenti all'argomento attuale, anche se fra il loro apparire intercorrono alcuni anni per facilitare la veduta d'insieme sulle nuove idee che egli ha introdotto nella scienza della natura. A coloro che non vogliono riconoscere del tutto la sua importanza si deve effettivamente concedere che gli mancava una scuola rigorosamente scientifica, che egli forse avrebbe potuto esprimersi in alcuni punti in modo più chiaro e pregnante per i fisici di professione, specialmente nelle prime trattazioni, e soprattutto che tutta la

fondazione della sua dottrina, che quasi rasentava la metafisica, poggiava su basi estremamente^(v30) deboli. Resta incontestabile solo che egli fu il primo che non solo ha espresso pubblicamente l'idea che è caratteristica della nostra odierna concezione della natura^(v31), ma anche, quel che più importa, che l'ha utilizzata quanto a misura e numero, ed applicata dettagliatamente a tutti i fenomeni naturali a lui accessibili. E per quanto concerne la giustificazione del principio non dobbiamo dimenticare che esso stesso, come specificheremo meglio nel prossimo capitolo, proprio a causa della sua universalità non è suscettibile di una dimostrazione strettamente deduttiva, e che dunque ciò cui Mayer non riuscì coi suoi procedimenti di dimostrazione non venne neppure attuato da nessun altro fisico. La dimostrazione più diretta e più libera da tutte le ipotesi viene fornita tramite l'analisi delle singole con-seguenze, ed a ciò Mayer, anche quando non era lui stesso a sperimentare, ha tuttavia contribuito notevolmente con incitamento diretto. Se si cerca di rendere chiaro ed evidente il principio, cioè di metterlo in connessione con altre concezioni e principi a noi familiari, allora le argomentazioni di Mayer, che si basano sull'idea che nessuna azione va perduta in natura, sono sempre migliori in questo genere. Le stesse argomentazioni non devono essere^(v32) sottovalutate nella loro importanza; perchè, se non erriamo, la relativamente sorprendente rapidità e facilità con cui un principio dalla portata così enorme come quello della conservazione dell'energia si stabilì nelle menti dopo il superamento delle prime difficoltà, è da ascrivere non solo alle molte singole dimostrazioni induttive ma anche in gran parte all'idea della sua^(v33) connessione con la legge di causa ed effetto. Se dunque non potremo certamente conferire alle considerazioni filosofiche di Mayer alcuna forza di dimostrazione fisica, tuttavia esse hanno un'eminente importanza pratica in quanto facilitano la visione del contenuto globale del principio e indicano le idee direttive dalle quali deve seguire la formulazione dei nostri interrogativi alla natura. Si ama spesso^(v34) contrapporre a Mayer, che filosofeggia sull'indeterminato, il suo collega Joule come empirista oggettivo e preciso che si attiene solo ai fatti specifici, ma come sarebbe concepibile che Joule avesse realizzato i suoi famosi esperimenti con questo zelo infaticabile e questa tenace perseveranza e avesse dedicato addirittura una parte della sua vita alla risoluzione di questo problema se non fosse stato entusiasta a priori della nuova idea, già durante i suoi primi esperimenti che certamente presi a sé non davano affatto ragione ad una generalizzazione così grandiosa, e non l'avesse compresa subito in tutta la sua generalità. Dovrebbe essere abbastanza risaputo, d'altronde, che i meriti di Mayer sono stati ampiamente riconosciuti negli ultimi tempi (in Inghilterra furono posti in piena luce in primo luogo ad opera di J.Tyndall⁽³⁸⁾) e sono stati legittimati⁽³⁹⁾ in modo del tutto soddisfacente dai nostri primi ingegni della scienza.

Tuttavia rimane un fatto non più modificabile che Mayer, almeno nel primo periodo della sua attività pubblica, non ebbe affatto alcuna influenza sulla diffusione e sullo sviluppo del nuovo principio: essa sarebbe andata avanti senza di lui probabilmente altrettanto in fretta, tanto più che quasi nello stesso tempo, ed in modo del tutto indipendente sia da lui che fra di loro, le stesse idee emergevano in forme diverse e con diversa motivazione.

Il 24 gennaio 1843 James Prescott Joule (birraio di Salford) presentò alla Società filosofica di Manchester un trattato⁽⁴⁰⁾ sulla connessione tra gli effetti termici e chimici della corrente galvanica. Dai risultati di due lavori⁽⁴¹⁾ precedenti egli aveva raggiunto la convinzione che la quantità di calore prodotta da una corrente nel circuito di collegamento esterno è identica a quella che può essere ottenuta dall'ossidazione diretta dei metalli attivi nella catena (compreso l'idrogeno)^(v35) e si era perciò fatto l'opinione che il calore chimico sia essenzialmente di origine elettrica. È di grande

interesse osservare come da concezioni inizialmente ancora alquanto imprecise Joule, poco a poco, in uno sviluppo graduale e cauto giunse a ricavare una chiara e completa coscienza della validità del principio generale. Solo nel trattato citato sopra, in cui veniva espressa e confermata la proposizione che gli effetti termici di una corrente sono equivalenti a quelli chimici, (cfr. del resto anche le ricerche di Becquerel⁽⁴²⁾) si trova per la prima volta l'osservazione generale che in natura l'annichilazione (annihilation) di forza di lavoro (power) non avviene senza un effetto (effect) corrispondente. Contemporaneamente viene espressa la supposizione che se si fa compiere lavoro ad una corrente con l'inserimento di una macchina elettromagnetica, il calore prodotto in relazione all'effetto chimico sarebbe ridotto, e precisamente in modo proporzionale al lavoro fornito⁽⁴³⁾.

Questa idea indusse Joule a una ricerca particolare, di cui comunicò il risultato⁽⁴⁴⁾ il 21 agosto dello stesso anno alla Sezione matematico-fisica della British Association allora riunita in congresso a Cork: “degli effetti termici dell'elettromagnetismo e del valore meccanico del calore”. In quest'opera Joule dapprima espone in particolare le sue concezioni sulla natura del calore e i processi nella catena galvanica. Egli spiega il calore come un tipo di movimento che consiste in vibrazioni ed esprime la convinzione che nella catena galvanica non ha luogo alcuna produzione (generation) ma solo una distribuzione (arrangement) di calore. Così il calore sviluppato nella corrente elettrolitica⁽ⁿ⁶⁾ si origina dalla combustione (ossidazione) nell'elemento, quello sviluppato nella corrente magnetoelettrica^(v36) (prodotta con il movimento di magneti) dal lavoro meccanico speso, ed è proprio sempre in quantità pari a quello che si avrebbe se la combustione o il lavoro avessero prodotto calore direttamente. Queste affermazioni sono confermate dall'esperienza. A questo scopo Joule, mediante la caduta di pesi, fece ruotare attorno ad un asse verticale sospeso tra due forti poli magnetici una spira da induzione, posta in un tubo di vetro, riempito d'acqua, disposto orizzontalmente che serviva come calorimetro, e confrontò il calore, prodotto nella spira dalle correnti indotte, con il lavoro meccanico fornito dai pesi. Risultò che il riscaldamento di 1° Fahrenheit di una qualunque quantità di acqua corrisponde al sollevamento di una quantità 838 volte maggiore all'altezza di 1 piede inglese o di una volta tale quantità all'altezza di 838 piedi. Questo significa, per 1 grado Celsius, il sollevamento di 1 Kg a 460 metri. D'altra parte Joule misurò anche la conversione diretta di lavoro meccanico in calore, e precisamente tramite l'attrito che si produce comprimendo acqua in stretti tubi. Come equivalente meccanico del calore (riferito a gradi F)^(v37) risultarono stavolta 770 piedi (in gradi Celsius: 423 metri).

Joule, considerando le molte fonti d'errore, ritenne che i due numeri trovati erano abbastanza concordanti da poter sostenere la stessa affermazione di Mayer: le forze fondamentali della natura sono indistruttibili, ed ovunque si spende forza si sviluppa un quantum di calore corrispondente al dispendio. Partendo da questo punto di vista egli spiega anche il calore latente ed il calore prodotto con processi chimici. Anche il calore latente rappresenta una forza, come il peso, esso potrebbe in dati casi trasformarsi in calore effettivo, così come un meccanismo d'orologeria caricato è in grado in ogni momento di fornire lavoro meccanico.

Con le sue prime opere, Joule non ottenne un successo particolare, all'opposto: la maggior parte dei fisici si comportava, il che non fa meraviglia nel caso di una tale innovazione, in sostanza rifiutando le opinioni ivi esposte^(v38). Ma nello stesso anno in cui comparvero le prime opere di Joule, il 1° novembre 1843, l'ingegnere danese A. Colding comunicava all'Accademia di Copenhagen, sotto il titolo di “Tesi sulla forza” [Thesen über die Kraft], degli esperimenti⁽⁴⁵⁾ secondo i quali il calore sviluppato

dall'attrito dei corpi solidi è in rapporto costante con la quantità di lavoro speso, e allo stesso tempo esprimeva l'opinione che la legge di conservazione della forza avesse validità generale. Egli, come Mayer, era giunto a questa conclusione con considerazioni deduttive, che tuttavia spaziavano largamente nel campo della metafisica, prendendo le mosse dall'idea che le forze naturali siano essenze spirituali e immateriali, e come tali non possano essere caduche; perciò egli indica la forza come immortale. Da una considerevole serie di esperimenti sull'attrito con diversi corpi solidi egli trovò come equivalente meccanico del calore, riferito a gradi Celsius e a piedi danesi, il numero 1185,4 (circa 370^m [rif. a metri e gradi Celsius n.d.t.]).

Un quarto calcolo, fatto nello stesso periodo, dell'equivalente meccanico del calore, proviene da C. Holtzmann⁽⁴⁶⁾. Questi trovò, sostanzialmente allo stesso modo di Mayer, che il calore che innalza di 1°C la temperatura di un Kg di acqua è in grado di sollevare 374 Kg per 1 metro; tuttavia si deve qui notare che Holtzmann non sosteneva affatto il punto di vista della teoria meccanica del calore, nel senso che essa ammetteva una perdita di calore; piuttosto egli si atteneva essenzialmente alla teoria materiale dal momento che difendeva continuamente il principio di immutabilità del fluido calorico⁽⁴⁷⁾.

Frattanto l'instancabile Joule continuava i suoi esperimenti sull'equivalente del calore con metodi completamente cambiati. Dapprima⁽⁴⁸⁾ confrontò il lavoro meccanico speso per la compressione dell'aria con il conseguente innalzamento di temperatura, e ritrovò la supposta proporzionalità. Che questo innalzamento di temperatura venga prodotto proprio con il lavoro esterno e non magari con una variazione della capacità termica dell'aria, lo mostrò con un esperimento particolare facendo fluire in uno spazio, in cui era stato fatto il vuoto, aria compressa fino a 22 atmosfere. In questo caso (concordemente con un risultato ottenuto già prima da Gay Lussac)^(v39), dopo aver raggiunto l'equilibrio, non si mostrò nessun abbassamento di temperatura, corrispondentemente alla circostanza che l'aria irrompendo non doveva compiere lavoro esterno. Questa esperienza è perciò tanto importante perchè dimostra, cosa che Mayer aveva tacitamente assunto, che non viene prodotto nessun lavoro interno variando il volume dell'aria. Invece facendo fuori uscire nell'atmosfera libera aria compressa, egli ottenne un abbassamento di temperatura proporzionale al lavoro compiuto per il superamento della resistenza (dell'atmosfera). Da qui Joule, dopo diverse serie di esperimenti, calcolò per l'equivalente meccanico del calore 823 e poi 795 (452, 436^m Cels.)⁽ⁿ⁷⁾.

Poco tempo dopo comparvero ancora altre osservazioni⁽⁴⁹⁾.

Stavolta il lavoro meccanico veniva trasformato in calore per attrito. Una ruota a pale venne posta in rotazione in una vasca d'acqua mediante dei pesi in caduta ed essa provocò per attrito un innalzamento della temperatura dell'acqua. Da qui seguì, come equivalente termico, 890 (488^m Cels.) mentre il numero trovato comprimendo acqua in stretti tubi ammontò a 774 (425^m Cels.). La relativamente buona concordanza dei suoi risultati indusse Joule a pubblicare una breve raccolta delle sue concezioni⁽⁵⁰⁾, confermate da tutte queste diverse esperienze, sulle leggi di produzione della forza con azioni meccaniche, chimiche, galvaniche, elettromagnetiche e geotermiche o con lavoro animale.

Mentre così aumentava il numero delle opere che in base alla nuova concezione sull'essenza del calore favorivano l'applicazione del principio di conservazione della forza, e mentre in particolare gli incessantemente ripetuti e variati esperimenti di Joule attiravano gradatamente l'attenzione dei colleghi della stessa disciplina, il concetto di energia veniva introdotto anche da altre parti in altri rami della scienza della natura.

Fra queste si possono considerare le ricerche di F. Neumann⁽⁵¹⁾ (1845 e 1847)

sulle leggi delle correnti indotte che condussero al risultato che l'induzione galvanica in un conduttore dipende solo dalla variazione del potenziale elettrodinamico del sistema di correnti che provocano l'induzione nel conduttore, è indifferente che questa variazione provenga da un moto relativo delle parti materiali del conduttore e del sistema di correnti o da una variazione di intensità delle correnti. Tuttavia in entrambi gli scritti di Neumann, che trattano questo oggetto, non risulta ancora in modo diretto l'intima connessione tra la sua collocazione ed il nostro principio.

Le nuove idee vennero trasferite anche nel campo della natura organica. J. Liebig, che partiva dall'idea che una macchina a vapore non può produrre più calore di quello che ha ricevuto originariamente dalla caldaia e che una corrente galvanica in un circuito esterno non produce più calore di quanto venga ottenuto con l'ordinaria reazione chimica dei materiali che si trasformano entro l'elemento, sosteneva energicamente la tesi che il calore prodotto dai corpi animali venga fornito completamente in maniera diretta dalla combustione degli alimenti⁽⁵²⁾. In questo egli invero incontrò la difficoltà che nasceva dai risultati numerici delle esperienze calorimetriche impostate da Dulong e Despretz sul calore ceduto dai corpi animali, che sembravano considerevolmente troppo elevati in quanto la misura diretta del calore di combustione delle corrispondenti quantità di idrogeno e carbonio arrivava solo al 70-90 effettivamente ceduto dall'animale. L'esatta spiegazione di questo fenomeno venne data da Helmholtz che rivelò^{(53) (v40)} che al posto del calore ottenuto dalla combustione degli alimenti non si doveva collocare senz'altro effetto il calore di combustione degli elementi^(v41) in essi contenuti.

Nel saggio di Helmholtz citato troviamo contemporaneamente in succinto una panoramica sulle diverse conseguenze che, allo stato della ricerca di quel tempo, corrisponderebbero alla generale applicazione, in diversi campi della fisica, del "principio della costanza dell'equivalente della forza nel caso dell'eccitazione di una forza naturale mediante un'altra" Tuttavia Helmholtz, in relazione alla trasformazione di forza meccanica in calore, non giunge ancora fino alla discussione dell'equivalente meccanico del calore, anche se egli per motivi più ovvi, già menzionati sopra, si dichiara contro l'allora teoria materiale ed a favore di una teoria del moto. Menziona invece la legge della costanza della produzione chimica di calore, indipendentemente dal modo in cui è prodotta la reazione. In rapporto ai processi che avvengono nelle correnti elettrolitiche costanti, la legge di Ohm, in unione con la legge di Lenz (di Joule) sulla produzione di calore in un circuito esterno e con la legge dell'elettrolisi di Faraday, conduce all'affermazione che tutto il calore prodotto nel circuito esterno è equivalente alla quantità di scambi elettrochimici nella catena, indipendentemente da quale ne sia l'ordine. Per la produzione di calore con elettricità statica segue, dai principi di Riess sul calore della scarica, che questo è uguale al prodotto della quantità di carica elettrica che si scarica, per la sua densità (oggi meglio: tensione).

Ulteriormente perfezionate e portate a forma più sistematica, queste considerazioni compaiono nello scritto di Helmholtz che seguì immantinenti a quel saggio, e nel quale per la prima volta, dalla sommità della posizione raggiunta dall'evoluzione della fisica di quel tempo, venne sviluppato, in una trattazione esatta^(v24), con visuale concisa il significato universale del principio di conservazione della forza per tutti i fenomeni della natura.

Il 23 luglio 1847 Hermann Helmholtz tenne alla sessione della Società di fisica di Berlino, una conferenza sul principio di conservazione della forza⁽⁵⁴⁾. In questa come nelle altre espressioni da lui usate, "forza viva" e "forza di tensione", Helmholtz, come Mayer, si associa al concetto di forza di Leibnitz, sebbene per il resto egli conservi la terminologia di Newton, usuale nella scienza. È caratteristica del modo

d'introdurre il principio, la circostanza che Helmholtz, basandosi completamente sul punto di vista della concezione meccanica della natura, intenda il principio come una generalizzazione diretta del principio meccanico di conservazione della forza viva (pag.6 e segg.) L'introduzione al trattato è costituita da una serie di considerazioni deduttive dalle quali discende, come scopo delle scienze fisiche, il compito di ricondurre i fenomeni naturali al moto di singoli punti materiali che agiscono l'uno sull'altro con forze repulsive o attrattive, dipendenti in certo qual modo dalle loro distanze. In meccanica si insegna che da questa assunzione, con l'aiuto degli assiomi di Newton, si può dedurre il principio di conservazione della forza viva (nel senso più particolare ed in quello più generale)^(v43); Helmholtz però mostra anche che, viceversa, invece di questo punto di partenza si può utilizzare, come del tutto equivalente, anche quello che già Carnot e Clapeyron posero a fondamento delle loro teorie, cioè l'impossibilità del perpetuum mobile. Riferendosi ai processi meccanici della natura, Helmholtz enuncia questo principio nel modo seguente: "Pensiamo ad un sistema di corpi naturali che stiano in certi rapporti spaziali l'uno rispetto all'altro e siano in moto sotto l'influsso delle loro forze mutue fino a pervenire ad altre determinate condizioni, allora possiamo considerare le velocità acquisite da essi come un certo lavoro meccanico e trasformarle in esso. Se ora vogliamo far agire una seconda volta le stesse forze per conseguire ancora lo stesso lavoro" (e ottenere così una macchina che lavora periodicamente), "dobbiamo riportare in qualche modo i corpi nelle condizioni iniziali, utilizzando altre forze che abbiamo a disposizione; così consumeremo dunque una certa quantità di lavoro di queste ultime. In questo caso allora la quantità di lavoro che si guadagna quando i corpi del sistema passano dalla condizione iniziale alla seconda, e che si perde quando essi passano dalla seconda alla prima, è sempre la stessa, qualsiasi possa essere il tipo, il modo o la velocità di questo passaggio".

Ridotta a forma matematica questa proposizione si presenta come il principio della forza viva. Questo principio in unione con l'ipotesi che tutte le forze si possono decomporre in quelle che agiscono solo da punto a punto conduce poi, con l'aiuto degli assiomi di Newton, alla conseguenza che le forze elementari sono forze centrali, cioè agiscono attraendo o respingendo, con intensità che dipende solo dalla distanza, e questa ipotesi è proprio quella da cui si è partiti sopra nel primo caso.

La trasformazione che Helmholtz operò nel principio della forza viva per farlo apparire come il principio di conservazione della forza, consiste nel fatto che lui, nell'equazione che esprime l'invariabilità della differenza fra forza viva T e lavoro compiuto dalle forze agenti A ($T - A = \text{Costante}$)^(v44) introduce al posto del concetto di lavoro A , quello di quantità di forza di tensione U , la cui grandezza è uguale e opposta al lavoro A . La forza di tensione dipende dunque, come il lavoro, solo dalla configurazione istantanea del sistema e la precedente equazione si esprime allora nel modo seguente: la somma della quantità di forza viva e di quella di tensione non cambia nel tempo: $T + U = \text{costante}$. Se designamo brevemente questa somma come la forza intrinseca nel sistema abbiamo dunque il principio di conservazione della forza.

Per quanto insignificante possa apparire al primo sguardo questa interpretazione, è tuttavia così sterminatamente vasta la prospettiva che tramite essa si apre in tutti i campi della fisica, giacchè ora salta facilmente agli occhi la generalizzazione a qualsiasi fenomeno della natura. Il fondamento principale di questa circostanza può risiedere nel fatto che ora il principio di conservazione della forza procede parallelamente al principio di conservazione della materia, a noi già da tempo familiare e che ci è diventato, per così dire, istintivo. Come la quantità di materia esistente in un sistema di corpi (misurata dal peso)^(v45) non può essere in alcun modo diminuita o aumentata, anche se con essa si possono attuare le più diverse trasformazioni chimiche e fisiche,

così anche la quantità della forza esistente in un sistema rappresenta una grandezza indipendente e completamente invariabile. Anche la forza, come la materia, si può ottenere in molteplici forme, principalmente essa appare in due forme fondamentali, come forza viva o come forza di tensione, ma entrambe possono presentarsi a noi nei modi più diversi: la forza viva come moto visibile, come luce, come calore, la forza di tensione come elevazione di un peso, come potenziale elastico o elettrico, come differenza chimica, etc. Ma la somma di tutte queste riserve di forza (per così dire accumulate in diversi magazzini)^(v45) rimane invariabilmente la stessa e tutti i processi in natura consistono solo nel semplice passaggio dall'una all'altra. La concezione di Helmholtz si distingue da quella di Mayer essenzialmente per il fatto che quest'ultimo assume una serie di forme di forza qualitativamente diverse, come moto, peso, calore, elettricità, etc., mentre qui, conformemente alla concezione meccanica, tutte le diverse forme di fenomeni vengono assommate sotto i due concetti di forza viva e forza di tensione, un ulteriore passo avanti verso la semplificazione della comprensione di tutti i fenomeni della natura.

Per riferire ora il principio ad un processo qualsiasi che avviene in un sistema di corpi, è necessario soltanto considerare globalmente in qualsiasi istante tutti i diversi tipi di forza, come la forza viva del moto visibile, il calore etc., secondo misure diverse, convenzionali, sarà allora necessario, prima della sommazione, ricondurre ogni tipo di forza alla comune unità di misura (meccanica), cioè determinare il suo equivalente meccanico, e in ciò risiede una certa difficoltà che si oppone a priori all'applicazione del principio; non esiste una regola generale secondo la quale si possa a priori calcolare il valore di equivalenza, indipendentemente dal principio. Abbiamo infatti già visto ripetutamente che l'applicazione del principio, fondata su valori di equivalenza falsi, ha condotto a conclusioni sbagliate; perciò è necessario valutare specificamente per ogni tipo di forza il valore dell'equivalente corrispondente, e ciò avviene nel modo migliore applicando il principio ad un caso particolarmente semplice e facile da inquadrare. È interessante seguire, partendo da questo punto di vista, il ragionamento che Helmholtz imposta nella discussione dei diversi fenomeni fisici, nel loro rapporto con il principio di conservazione della forza.

Dapprima viene considerato il campo della meccanica in senso stretto, per il quale, come già detto, il principio generale si presenta come il noto principio delle forze vive. Obbediscono a questa legge i moti che avvengono sotto l'influsso della forza di gravitazione universale, i moti di corpi solidi e liquidi incompressibili (purchè per attrito o urto anelastico non vada perduta forza viva del moto visibile), infine i moti di corpi solidi e liquidi perfettamente elastici; inoltre vengono qui considerati i fenomeni del suono e della luce, come anche del calore raggianti, purchè in essi il movimento non venga annullato per assorbimento. In tutti i casi esclusi la forza viva perduta deve, secondo la legge di conservazione delle forze, comparire in qualche altra forma di forza, infatti nell'assorbimento di raggi termici essa si manifesta come calore, mentre nell'assorbimento di raggi luminosi, di cui Helmholtz riconosce già l'identità con radiazioni che producono effetti termici e chimici, si manifesta o come luce (fosforescenza) o come calore o come effetto chimico. Anche per la perdita di forza nell'urto di corpi anelastici e nell'attrito, il principio di conservazione della forza richiede una compensazione in qualche altra forma, e Helmholtz trova questa compensazione sia in una variazione nella costituzione molecolare dei corpi che strisciano o urtano, accompagnata da un aumento della quantità di forze elastiche interne, sia in effetti acustici ed elettrici, ma particolarmente termici. Egli deduce che in tutti i casi di attrito in cui sono esclusi sia cambiamenti molecolari sia generazione di elettricità, etc., secondo il principio di conservazione della forza deve comparire ogni

volta, per ogni perdita di forza meccanica, una determinata quantità di calore che è equivalente al lavoro compiuto; in aggiunta sono citati i primi esperimenti di Joule, nei quali tuttavia i metodi di misura appaiono ancora non sufficientemente precisi da meritare affidabilità incondizionata. (Le opere di R.Mayer erano allora ancora pressochè sconosciute.) Anche la concezione di Carnot-Clapeyron che il calore come tale sia indistruttibile e che di conseguenza solo con il suo passaggio da una temperatura più alta ad una più bassa si possa ottenere lavoro meccanico, viene trattata e considerata inattendibile con una discussione esauriente. Già gli esperimenti di Davy (pag.18) portano ad ammettere l'ipotesi di un incremento assoluto della quantità di calore per attrito, ma poi induce alla stessa conclusione la produzione di calore tramite movimento elettrico, specialmente mediante la carica di una bottiglia con l'elettroforo o mediante eccitazione di una corrente con un magnete. Da qui segue dunque che il calore consiste non nell'esistenza ma nelle trasformazioni o movimenti di una sostanza, così che la "quantità di calore contenuta in un corpo deve essere interpretata come la somma di forza viva del moto termico (calore libero) e della quantità di quelle forze di tensione negli atomi che possono produrre tale moto termico cambiando la loro disposizione (calore latente, lavoro interno)". Per quanto riguarda la produzione chimica di calore, Helmholtz cita il principio, affermato da Hess (pag.20), che con una reazione chimica si produce sempre lo stesso calore, qualunque sia l'ordine e qualunque siano i passaggi intermedi attraverso i quali può procedere la reazione. Questa affermazione è ricavata originariamente dalla concezione di indistruttibilità della sostanza calore, tuttavia si manifesta anche come conseguenza del principio di conservazione della forza.

Segue ora una trattazione degli effetti del calore, fra i quali viene soprattutto esaminata la produzione di forza meccanica. Qui sono citati gli esperimenti di Joule nei quali aria compressa fuoriesce una volta nell'atmosfera e un'altra volta in un contenitore sotto vuoto (pag.31 e segg.). Nel primo caso, in corrispondenza al lavoro compiuto per superare la pressione dell'aria, subentra un abbassamento di temperatura, mentre nell'ultimo caso non è osservabile globalmente alcuna variazione di temperatura. Infine vengono discusse ancora le ricerche teoriche di Clapeyron e di Holtzmann.

Formano un'importante parte della trattazione le applicazioni del principio all'elettricità e al magnetismo, le quali per la maggior parte appaiono totalmente nuove. Dapprima viene trattata l'elettricità statica i cui effetti vengono distinti in meccanici (movimento dell'elettricità con i conduttori) e termici (moto all'interno dei conduttori); qui Helmholtz utilizza il sistema di misure meccanico, ora detto elettrostatico. Il valore della quantità di forza di tensione elettrica viene fornito dalla somma dei potenziali dei diversi corpi elettricamente carichi esistenti nel sistema in considerazione, l'uno rispetto all'altro e rispetto a se stessi. (Helmholtz utilizza qui una definizione del potenziale un pó diversa da quella oggi usuale, prendendolo in primo luogo con segno opposto e inoltre attribuendo al potenziale di una carica un valore doppio di quello che si fa ora.)^(v46) Producendosi dunque, per effetto dell'elettricità, forza viva (movimento visibile o calore), la sua grandezza viene misurata mediante la diminuzione di forza di tensione elettrica. Se si produce con la scarica elettrica solo calore, esso di conseguenza è uguale all'aumento (ora: diminuzione) del potenziale elettrico globale; quindi per le batterie, che si scaricano su un carico esterno, segue la legge che il calore di scarica è proporzionale al quadrato della quantità di elettricità scaricata e al reciproco della quantità di rendimento (capacità) della batteria, indipendentemente dalla forma del conduttore di chiusura, come viene in sostanza confermato dalle esperienze di Riess. Inoltre (a causa dell'uso del sistema di unità

meccaniche) nell'espressione per il calore di scarica si trova, come fattore al denominatore, ancora l'equivalente meccanico del calore.

Passando al galvanismo, Helmholtz discute dapprima le due ipotesi fra loro contrapposte per quanto riguarda l'origine della corrente galvanica: la teoria del contatto e la teoria chimica; la prima cerca la sede di eccitazione della corrente nella superficie di contatto dei metalli, la seconda nei processi chimici della catena. Helmholtz trova l'equivalente del lavoro compiuto con la corrente galvanica nella decomposizione chimica da essa provocata nei conduttori di seconda classe, dal che segue che la teoria del contatto entrerebbe in contraddizione col principio di conservazione della forza se ci fosse anche solo un conduttore di seconda classe (cioè che non segue la legge di tensione) che non fosse decomposto dalla corrente. Abbiamo già citato prima (pag.19 e segg.) gli attacchi che da questa ipotesi sono derivati contro la teoria del contatto. Se però si considera a priori ogni conduttore di seconda classe come un elettrolita, l'ipotesi della forza di contatto non soltanto non coinvolge nessuna contraddizione ma fornisce anche una visione semplice e comoda dell'essenza della tensione elettrica, immaginando che i diversi metalli agiscano con diverse forze d'attrazione sulla carica elettrica. In condizioni di equilibrio, allora, la tensione elettrica deve essere uguale alla differenza di forze vive che acquisterebbe, in virtù di queste forze attrattive, un'unità di carica elettrica con il passaggio all'interno di ogni metallo, indipendentemente dunque dalla grandezza e dalla forma delle superfici di contatto. Allora anche in una sequenza di metalli collegati in serie si ottiene direttamente la validità della legge di tensione, essendo la tensione elettrica tra il primo e l'ultimo metallo indipendente dai metalli intermedi.

Fra le catene galvaniche Helmholtz tratta dapprima quelle che producono esclusivamente decomposizione chimica ma non polarizzazione. Qui, dall'uguaglianza del calore elettrico e di quello chimico, basandosi sulla legge di Ohm per quanto riguarda l'intensità di corrente, e sulla legge di Lenz per quanto riguarda lo sviluppo di calore nel circuito di chiusura, si ottiene che la forza elettromotrice di un elemento (Daniell, Grove) è uguale alla differenza delle intensità di calore che si sviluppano nell'ossidazione degli equivalenti dei due metalli e nella soluzione dell'ossido nell'acido. Da qui segue anche che tutte le catene nelle quali avvengono processi chimici uguali hanno anche forze elettromotrici uguali; a questo proposito vengono citati gli esperimenti di Poggendorff. Vengono prese in considerazione anche catene con polarizzazione, in primo luogo quelle in cui ha luogo solo polarizzazione ma nessuna evidente decomposizione chimica. Qui si ottengono correnti non costanti, che per lo più svaniscono in fretta, che servono sostanzialmente a ripristinare l'equilibrio elettrico tra il liquido e i metalli. Se in origine si produce la polarizzazione di lamine originariamente uguali (in catene composte)^(v47) mediante forze elettromotrici esterne, si può recuperare la forza così perduta dalla corrente originaria, come corrente secondaria (di depolarizzazione) mediante disinserimento degli elementi eccitatori. Se i fenomeni di polarizzazione e di decomposizione chimica hanno luogo contemporaneamente, si può suddividere la corrente risultante in due parti, corrente di polarizzazione e di decomposizione, e trattare singolarmente queste due parti nel modo precedente. Il calore prodotto in tutto il circuito esterno, sia che il suo sviluppo avvenga ovunque proporzionalmente al quadrato dell'intensità di corrente sia che, come assume anche Helmholtz, in determinati punti segua un'altra legge, è ancora sempre identico al calore che verrebbe originato nei processi chimici che avvengono negli elementi, se essi si svolgessero nel solito modo senza produzione di elettricità.

Mentre dunque come fonti di correnti elettrolitiche si devono considerare i processi chimici, Helmholtz trova come equivalente della forza prodotta tramite

correnti termoelettriche gli effetti, scoperti da Peltier, di tali correnti alla saldatura di due metalli; ed invero il principio di conservazione della forza richiede qui che il calore sviluppato nell'interno dei conduttori sia uguale al calore globalmente assorbito alle saldature. Come conseguenza di questa ipotesi si ottiene, tra l'altro, l'affermazione che l'effetto Peltier a una saldatura è proporzionale all'intensità di corrente e che la forza elettromotrice della catena termica cresce proporzionalmente al calore assorbito dall'unità di corrente a entrambe le saldature.

Poi Helmholtz tratta le azioni di forza del magnetismo esattamente allo stesso modo come per l'elettricità statica. La forza di tensione magnetica viene misurata tramite il potenziale magnetico analogamente definito (dei magneti l'uno rispetto all'altro e rispetto a se stessi) e l'aumento di questa grandezza produce l'incremento di forza viva. Inoltre si distingue tra il magnetismo permanente e quello variabile per induzione. Nel primo caso, in magneti permanenti in acciaio, il potenziale del magnete rispetto a se stesso è costante, può dunque venire ommesso del tutto, mentre nel magnetismo indotto questo potenziale è variabile. Helmholtz si limita qui alla considerazione di quei corpi (di ferro dolce) nei quali il magnetismo è indotto fino alla sua completa formazione, cioè in modo che la carica magnetica superficiale, che può essere sempre considerata al posto della distribuzione interna, si formi esattamente secondo la stessa legge della distribuzione superficiale delle cariche in un conduttore inizialmente scarico, elettrizzato per induzione. Questa ipotesi è notoriamente contenuta come caso particolare nella teoria di Poisson dell'induzione magnetica.

Passando ai fenomeni dell'elettromagnetismo, prendendo a fondamento le leggi sviluppate da Ampère e da F. Neumann delle azioni elettromagnetiche, il principio di conservazione della forza viene applicato alle correnti chiuse. Se dapprima si muove un magnete permanente sotto l'influsso di una corrente stazionaria J , magari idroelettrica⁽ⁿ⁶⁾, sono da mettere in conto come equivalente di forza: 1) la forza viva del movimento del magnete; 2) il calore sviluppato dalla corrente nel suo circuito, infine 3) il lavoro chimico prodotto negli elementi. La somma algebrica di questi equivalenti deve avere un valore costante nel tempo, la sua variazione temporale è dunque uguale a zero.

Allora la forza viva acquistata dal magnete nell'elemento di tempo dt per effetto del potenziale della corrente sul magnete, $J \cdot V$, (immaginando di sostituire secondo Ampère la corrente J mediante un doppio strato magnetico), risulta $J \cdot dV/dt$, inoltre il calore sviluppato nel circuito nello stesso tempo risulta $J^2 \cdot W \cdot dt$ (W , resistenza), infine il lavoro chimico prodotto risulta $-A \cdot J \cdot dt$ (A , forza elettromotrice degli elementi); otteniamo quindi la condizione:

$$J \frac{dV}{dt} dt + J^2 W dt - A J dt = 0$$

ossia

$$J = \frac{A - \frac{dV}{dt}}{W}.$$

Da questa, per confronto con la formula di Ohm, segue la legge dell'induzione magnetica elettrica nella forma che ogni spostamento del magnete induce in un circuito chiuso una forza elettromotrice $-dV/dt$ che viene misurata attraverso la velocità di

variazione del potenziale del magnete rispetto al conduttore, quando quest'ultimo è attraversato dall'unità di corrente. Questa legge si accorda sostanzialmente col principio dell'induzione elettrica, derivato in tutt'altro modo da Neumann, e si distingue da questo solo nella forma, per il fatto che Neumann deve ancora moltiplicare la variazione di potenziale per una costante ϵ , lasciata indeterminata, per ottenere il valore della forza elettromotrice indotta, mentre nella derivazione di Helmholtz questa costante possiede un valore determinato che dipende solo dalle unità di misura scelte (nel sistema di misura magnetico oggi usuale essa è uguale a 1, in quello usato allora da Helmholtz è uguale al valore reciproco dell'equivalente meccanico del calore, poichè ivi egli misura la resistenza tramite il calore che viene prodotto in essa dall'unità di corrente nell'unità di tempo).

Il modo di applicazione del principio di conservazione della forza descritto, ci conduce ad una riflessione particolarmente importante. Si potrebbe cioè sollevare il problema se sia a priori giustificato calcolare i diversi equivalenti della forza proprio nel modo descritto sopra: forza viva del magnete, produzione di calore nel circuito, lavoro chimico. Secondo l'analogia coi precedenti principi, cioè, sarebbe ovvia l'idea di considerare anche il potenziale $J \cdot V$ della corrente sul magnete come un determinato tipo di forza ed assumerlo come termine nella somma dei diversi equivalenti della forza, per cui allora l'equazione di conservazione della forza acquisterebbe ancora un addendo:

$$\frac{d (J \cdot V)}{dt} \cdot dt.$$

Come nel caso del movimento di due magneti si calcola la forza di tensione magnetica come un determinato equivalente della forza, e la stessa si misura tramite il valore del potenziale magnetico, così, nel caso delle forze elettromagnetiche che stanno appunto in intima connessione con quelle magnetiche, sorge l'idea di addurre accanto ai restanti tipi di forza anche una forza di tensione elettromagnetica come equivalente particolare. Allora la conservazione della forza porterebbe invero a conseguenze che si allontanano dalla legge d'induzione, derivata sopra, e dall'esperienza.

La giusta risposta al problema può essere solo che non c'è in effetti alcun mezzo per decidere a priori, senza ricorrere all'esperienza, se il potenziale elettromagnetico sia o no da considerare come un tipo particolare di forza (vedi pag.38). Solo il fatto che l'accoglimento dell'idea espressa conduce, con l'applicazione della legge di conservazione, ad una contraddizione con l'esperienza, ci autorizza a concludere che non c'è in effetti nessuna forza di tensione elettromagnetica, così come ce n'è una magnetica, almeno attenendosi ai concetti del magnetismo finora usati.

Perciò non è neanche del tutto esatta l'affermazione, spesso enunciata, che l'induzione magnetoelettrica sia una diretta conseguenza del principio di conservazione della forza. Si potrebbe per esempio assumere a priori altrettanto bene che una corrente che entra in interazione con un magnete si comporti rispetto ad esso proprio come un magnete permanente. Allora l'intensità di corrente resterebbe costante quando subentra un moto, il lavoro chimico si trasformerebbe completamente in calore di corrente ed il principio di conservazione della forza sarebbe soddisfatto altrettanto esattamente come nel moto di un doppio strato magnetico permanente che si trovi in interazione con un magnete. Una linea chiusa metallica si comporterebbe in modo altrettanto indifferente rispetto ad un magnete come rispetto ad un qualsiasi corpo non

magnetico, al contrario un magnete permanente in quiete eserciterebbe su un circuito a corrente variabile, fermo, determinati effetti d'induzione.

I fenomeni di induzione non possono essere chiariti solo col principio di conservazione della forza ma anche coll'esperienza; essi non sono conseguenza del principio in sé e per sé ma una conseguenza dell'ulteriore ipotesi che non ci sono altri tipi di forza diversi da quelli messi in conto prima. Con questa ipotesi essi risultano infatti numericamente del tutto determinati.

Di quale importanza pratica siano queste riflessioni lo dimostra l'applicazione del principio alle interazioni fra due correnti. Qui l'equazione fornita da Helmholtz e incompleta, essa contiene infatti come equivalenti della forza solo la forza viva del moto dei conduttori, il calore prodotto nei circuiti e il lavoro chimico utilizzato, mentre è stato più tardi evidenziato che c'è anche un equivalente di forza elettrodinamico, che ora è denominato energia elettrocinetica, e viene misurato col potenziale (negativo) delle due correnti l'una rispetto all'altra. Per formare l'equazione completa di conservazione della forza, questa grandezza deve essere introdotta come addendo nella somma dei singoli tipi di forza; solo allora questa equazione diventa esatta in generale^(v48). Come il potenziale delle correnti l'una rispetto all'altra, così anche il potenziale di una corrente rispetto a se stessa fornisce un particolare tipo di forza che a rigore avrebbe dovuto essere considerato anche prima negli effetti elettromagnetici (autoinduzione). Intraprenderemo una discussione sistematica di questi problemi nel terzo capitolo di questo libro; qui converrà far notare di nuovo quanto sia importante, nell'applicazione del principio di conservazione della forza, l'introduzione dell'esatto equivalente di forza per ogni singolo fenomeno.

Un riferimento ai processi nella natura organica, per quanto essi si possano mettere in relazione col nostro principio, in particolare all'accumulo di forza di tensione chimica nelle piante sotto l'influsso dei raggi solari chimicamente attivi e alla produzione di calore dei corpi animali di cui abbiamo già parlato, come pure il rifiuto di alcune obiezioni contro il principio, forma la conclusione della trattazione di Helmholtz. Disposto secondo un piano grandioso e racchiudendo nel minimo spazio una quantità di dati e d'idee che in parte, solo nel corso degli anni, furono raccolte da altri ricercatori e sviluppate singolarmente, questo libro costituirà per sempre uno dei più notevoli e istruttivi monumenti nella storia dell'evoluzione del principio di conservazione della forza.

L'impressione che l'opera produsse al suo apparire fra gli scienziati del ramo non fu molto grande. Il nuovo principio era allora addirittura impopolare, richiedeva un sovvertimento così radicale di tutte le concezioni fisiche che venne giudicato, ovviamente^(v49), in generale con stupore e per lo più rifiutato. Così avvenne che questo saggio, più tardi diventato famoso, non raggiunse, in un primo tempo, ampia diffusione (W.Thomson, p.es., ne prese visione, secondo quanto egli stesso affermò, solo nell'anno 1852); dovevano sopraggiungere ancora altri impulsi prima che si completasse il capovolgimento della mentalità generale.

Prima di passare a ciò, vogliamo qui subito accennare alle osservazioni critiche di Clausius sulla trattazione di Helmholtz, la prima parte⁽⁵⁵⁾ delle quali comparve nell'anno 1853 (quando dunque la vittoria del principio era già decretata). In queste osservazioni vengono da una parte discusse criticamente alcune applicazioni che Helmholtz aveva fatto del principio di conservazione della forza, in particolare il modo di definizione del potenziale di un conduttore rispetto a se stesso (pag.41), poi la concordanza tra le esperienze di Riess sugli effetti termici di una scarica elettrica e la teoria, insieme con l'indipendenza, da essa derivata, del calore prodotto, dalla natura dei fili di collegamento, inoltre, la concezione di Helmholtz sull'equivalenza tra calore

e lavoro; in altra parte viene sollevata obiezione contro il principio, enunciato da Helmholtz (pag.36), che la scomponibilità delle forze naturali in forze centrali (agenti da punto a punto nella direzione della linea congiungente, con intensità che dipende solo dalla distanza)^(v50) sia conseguenza necessaria del principio della forza viva. Helmholtz⁽⁵⁸⁾ ribatte dettagliatamente queste obiezioni e, particolarmente in riferimento all'ultima proposizione citata (sempre basandosi sulla concezione meccanica della natura), specifica che la sua deduzione dipende solo dall'unica ipotesi che effetti reali sono completamente basati su interrelazioni fra oggetti reali. La posizione relativa di un punto rispetto ad un altro è determinata soltanto dalla distanza e ne segue che la forza viva, se dipende solo dalla posizione dei punti (il che certamente oggi non appare come conseguenza necessaria del principio della forza viva, cfr. la legge elettrica fondamentale di W. Weber), può anche dipendere solo dalla distanza; ciò induce allora all'assunzione di forze centrali (vedi più dettagliatamente nel terzo capitolo)^(v52). Altra cosa è se al posto di un punto si sostituisce un elemento materiale infinitamente piccolo; in questo caso ci sono infatti direzioni in generale non equivalenti^(v52) ed è ben concepibile che la forza viva di un punto che si muove sotto l'influsso di un elemento agente ha valori diversi secondo l'orientamento della sua distanza dall'elemento. Helmholtz dimostra però che, se la forza viva di un punto è una funzione del tutto arbitraria delle sue coordinate, si può trovare sempre (in modi infinitamente vari) una disposizione di punti, internamente o sulla superficie dell'elemento, che agiscono da parte loro semplicemente secondo forze centrali e sostituiscono completamente l'effetto dell'elemento; in questo modo anche questo caso generale è ricondotto all'esistenza di forze centrali. Notoriamente facciamo uso di questo principio quando p.es. ci immaginiamo le azioni a distanza di un magnete elementare come derivanti dall'azione comune di due poli agenti semplicemente con forze centrali. A conclusione Helmholtz fornisce ancora un completamento delle applicazioni del principio, da lui già fatte al magnetismo e all'elettrodinamica, sulla base della teoria dell'induzione magnetica di Poisson e delle proprie ricerche sulle oscillazioni di correnti indotte⁽⁵⁷⁾. In questo caso si trova che una corrente galvanica rappresenta con la sua esistenza in sé e per sé un equivalente di forza che è proporzionale al quadrato della sua intensità (potenziale elettrodinamico rispetto a se stessa). Se si interrompe la corrente, questa riserva di forza si trasforma o direttamente in calore (scintilla di interruzione) o, solo in modo indiretto, con l'extracorrente risultante. Si dimostra che anche la legge generale di F. Neumann dell'induzione mediante magneti^(v53) o correnti è in accordo col principio di conservazione della forza. Con una seconda replica⁽⁶⁰⁾ di Clausius questa discussione viene conclusa.

Tornando di nuovo all'anno 1847 troviamo qui dapprima una nuova opera di Joule⁽⁵⁹⁾ che pubblicò una serie di esperimenti per determinare l'equivalente meccanico del calore, che riguardavano la produzione di calore per attrito nei fluidi. Una ruota a pale di ottone o ferro immersa in un liquido (acqua, olio di cetacei, mercurio) veniva messa in rotazione tramite pesi in caduta, e il calore prodotto con l'attrito nel liquido veniva confrontato con il lavoro impiegato. Il rapporto fornì, come equivalente meccanico del calore, in media 430 Kilogrammetri.

Si rafforzò allora a poco a poco il gruppo di coloro che, seguendo l'esempio di Joule, nel vasto campo che veniva aprendosi collaboravano allo sviluppo della nuova teoria. Il già citato Séguin aîné, rafforzato nelle sue concezioni sull'essenza del calore, calcolò allora anche l'equivalente meccanico del calore, e precisamente attraverso il raffreddamento che subisce il vapor acqueo (da 180°C a 80°C) quando fornisce⁽⁶⁰⁾ lavoro espandendosi. Il risultato medio fu 449 Kgm. Poi sono da citare anche le opere di W. Grove⁽⁶³⁾, che si occupò per molto tempo della ricerca delle leggi di

trasformazione mutua fra le diverse forze della natura, come esse risultano in base alla concezione meccanica, e riunì le lezioni tenute su questo tema alla Royal Institution di Londra in un libro⁽⁶²⁾, considerato più popolare, sull'affinità delle forze della natura, che venne tradotto⁽⁶⁵⁾ nel 1856 da Moigno in francese e più tardi ripetutamente anche in tedesco.

É notevole che il perfezionamento dell'idea che tutti i fenomeni naturali si fondino sul moto, procedesse direttamente di pari passo con la scoperta dell'equivalente meccanico del calore e con lo sviluppo del principio generale di conservazione dell'energia, e venisse spesso addirittura con esso identificato. Infatti, rigorosamente parlando, il principio non insegna nient'altro che la mutua trasformabilità delle singole forze della natura secondo proporzioni stabilite, ma non dà affatto alcuna spiegazione sul modo in cui si realizza questa trasformazione. Dalla validità del principio non si può, dunque, in alcun modo dedurre la necessità della concezione meccanica della natura mentre, viceversa, il principio si evidenzia come necessaria conseguenza di questa concezione, almeno se ci si basa su forze centrali (pag.35). Quest'ultima circostanza, collegata alla necessità di costruirsi una rappresentazione unitaria del modo in cui agiscono le forze della natura, chiarisce sufficientemente come mai venne accettata così rapidamente e senza obiezioni la teoria meccanica, che di fatto finora s'è affermata brillantemente; per lo meno penso di non dover per ora condividere il timore che non si possa applicare in generale questa teoria come se fosse una concezione troppo gretta dei fenomeni naturali⁽⁶⁴⁾. Mentre le opere di Joule poco a poco, soprattutto in Germania, ottenevano il meritato riconoscimento e già iniziavano le dispute per la priorità (tra Mayer⁽⁶⁵⁾, Joule, Séguin⁽⁶⁶⁾, Coldin⁽⁶⁷⁾), i più importanti fisici d'Inghilterra si mantennero per lungo tempo ritrosi di fronte alla nuova teoria. W.Thomson tuttavia, in una comunicazione⁽⁶⁸⁾ alla British Association dell'anno 1848 sulla teoria dell'induzione elettromagnetica, richiama l'attenzione sullo stretto rapporto che intercorre tra il lavoro (work) impiegato per il moto del magnete induttore e l'intensità della corrente prodotta con questo moto, ma rimane fermo all'ipotesi che con la corrente indotta si perde effetto meccanico di valore determinato, senza porsi il problema di una^(v54) compensazione di questa perdita. Non di meno riconobbe così chiaramente l'importanza e l'utilità dell'affermazione che è impossibile ottenere lavoro dal nulla, che si accinse a riprendere la teoria di Carnot, che pure si basa sulla stessa idea e, con l'aiuto dei più recenti dati d'osservazione (particolarmente di Regnault)^(v55), adadattarla per l'utilizzazione della forza motrice delle macchine termiche⁽⁶⁹⁾. Abbiamo già considerato prima (pag.17) le difficoltà in cui egli si imbattè per questa via; in ogni caso egli non ritenne impossibile il loro superamento col metodo intrapreso. Poichè d'altronde la vecchia teoria di Carnot si basa in parte su un fondamento giusto, alcune sue conseguenze si mostravano concordi coll'esperienza, come p.e. la conclusione fornita da J.Thomson⁽⁷⁰⁾ e poi confermata sperimentalmente da W.Thomson⁽⁷¹⁾, che la pressione esterna abbassa il punto di congelamento dell'acqua.

Frattanto Joule aveva proseguito i suoi lavori con ferreo accanimento e metodi sempre più esatti. Se prima aveva dovuto darsi da fare, in primo luogo per dimostrare l'esistenza dell'equivalente meccanico del calore e quindi la costanza del rapporto numerico tra calore e lavoro nei più diversi processi di trasformazione, ora, basandosi sulle sue esperienze multiformi passa a determinare il valore il più possibilmente esatto di questo equivalente. Fra tutti i metodi, da lui impiegati prima, scelse come più attendibile la produzione di calore tramite il movimento di una ruota a pale in acqua o in mercurio, o tramite l'attrito di dischi di ghisa l'uno contro l'altro e così, tenendo conto il più possibile di tutte le fonti d'errore immaginabili, con numerosi esperimenti

determinò l'equivalente meccanico dell'unità di calore, riferito quest'ultimo alla libbra inglese e al grado F^(v58), in 772 libbre∞piede ovvero, per l'unità di calore riferita a Kg e grado C, 423,55 Kilogrammetri⁽⁷²⁾, valore che da allora in poi per molto tempo venne considerato il più attendibile^(v57) di questa importante costante. Probabilmente esso è un po' troppo piccolo (cfr. cap. 3). Mentre così il principio dell'equivalenza tra lavoro e calore otteneva sempre più considerazione, conformemente al progredire dei lavori di Joule, non era stato fatto tuttavia ancora da nessuna parte il tentativo di fare di questo principio il fondamento di una teoria completa come era quella di Carnot. Fu riservato a Rudolph Clausius di arricchire la scienza con una siffatta teoria.

Dopo avere dato seguito, in un'opera apparsa poco prima⁽⁷³⁾, all'ipotesi che il calore sia una sostanza indistruttibile, Clausius pubblicò nell'anno 1850 negli Annali di Fisica di Poggendorff un trattato⁽⁷⁴⁾ sulla forza motrice del calore nel quale egli, in concordanza con le idee che si trovano singolarmente negli scritti di Helmholtz e Joule, portava a ulteriore perfezionamento l'idea base dell'equivalenza di calore e lavoro. Egli esprime questa idea fondamentale nella frase seguente: "In tutti i casi in cui il lavoro nasce dal calore viene utilizzata una quantità di calore proporzionale al lavoro prodotto e, viceversa, con l'impiego di un lavoro altrettanto grande si ottiene la stessa quantità di calore". Con ciò viene precisata l'antitesi con la teoria di Carnot, e ribaltata una serie di concetti di Carnot. Se un corpo effettua un processo ciclico e alla fine è ritornato al suo vecchio stato iniziale (determinato da temperatura e densità)^(v58) secondo Carnot la somma complessiva delle quantità di calore prese dall'esterno nel corso del processo dovrebbe essere uguale a quella delle quantità cedute, indipendentemente da quale lavoro esterno il corpo abbia globalmente compiuto. Da qui seguiva allora che un corpo per arrivare da una condizione iniziale (fissata arbitrariamente)^(v59) in un'altra determinata, deve assumere complessivamente dall'esterno una certa quantità di calore del tutto indipendente dal modo in cui avviene la transizione. Questa quantità di calore Carnot la chiamava calore totale del corpo nello stato considerato. Clausius allora mostrò che nella nuova teoria questo concetto di calore totale non è più accettabile; infatti la quantità di calore che un corpo può ricevere dall'esterno (per conduzione o irraggiamento)^(v60) per passare da uno stato all'altro, dipende essenzialmente dal lavoro esterno che esso compie nella transizione e quindi dalle modalità della transizione⁽ⁿ⁹⁾. Purtroppo la denominazione di Clausius "calore totale" ha dato adito ad un malinteso, perchè altri fisici davano questo nome ad un'altra grandezza, che da parte sua dipende veramente solo dallo stato istantaneo. Come già menzionato sopra, (pag.40) Helmholtz indicava con il nome di "quantità di calore contenuto in un corpo" la somma delle forze vive e delle forze di tensione in esso contenute, e questa grandezza dipende naturalmente solo dallo stato istantaneo, indipendentemente da quale idea più particolare ci si formi sull'interazione tra le più piccole parti del corpo, perchè essa rappresenta proprio la riserva di forza contenuta nel corpo. Per quest'ultima grandezza Clausius ha più tardi assunto⁽⁷⁵⁾ l'espressione, usata da W. Thomson e ora generalmente accettata, di "energia interna del corpo", mentre nella trattazione che stiamo discutendo non si trova ancora per essa alcuna denominazione particolare. Piuttosto Clausius, come Helmholtz, scompone l'intera riserva di forza in due parti: il calore libero (somma delle forze vive) e il lavoro interno (somma delle forze di tensione). Ciascuna di queste grandezze è di per sé una determinata funzione di stato. Il vecchio concetto di calore latente viene così naturalmente abolito: se il calore non genera un innalzamento di temperatura non diventa latente ma semmai scompare, dal momento che si trasforma in lavoro (in opera).

Nella compilazione delle equazioni fondamentali della teoria Clausius utilizza il

metodo di Clapeyron dei processi ciclici e lo applica a gas stabili e a vapori saturi. Inoltre introduce già l'ipotesi, più tardi tanto sviluppata in dettaglio, che la regolarità nel comportamento di tutti i gas stabili, che rispetto alle variazioni di pressione e temperatura si esprime mediante le leggi di Mariotte e Gay Lussac, ha il suo fondamento in un'uniforme costituzione di questi gas. In essi il legame tra le molecole è così debole che nell'espansione del gas non si effettua affatto lavoro interno (ipotesi di Mayer (pag.23)) e dunque tutta la riserva interna di forza, nella misura in cui sia trasformabile, si riduce al calore libero (forza viva). Allora, tutto il lavoro esterno viene compiuto semplicemente a spese del gas. È evidente che questa descrizione conduce direttamente alla moderna teoria dei gas. Clausius fa seguire ancora a queste argomentazioni l'altra, che il calore specifico a volume costante di un gas stabile è costante (indipendente dalla temperatura) e perviene così a diverse proposizioni sui calori specifici che appaiono in parte completamente nuove, in parte già confermate dagli esperimenti. Anche le leggi di espansione sotto determinate condizioni esterne, a temperatura costante, a pressione costante, come pure senza apporto di calore dall'esterno, vengono ricavate in sostanziale accordo con l'esperienza.

La seconda parte della trattazione contiene una importante estensione della teoria con l'inserimento del principio di Carnot della produzione di lavoro ottenuta col passaggio di calore da una temperatura più alta ad una più bassa. Clausius trova che questo principio, anche se nella formulazione originaria contraddice le proposizioni fondamentali della teoria meccanica del calore, contiene però un'idea esatta e molto valida, che deve solo essere espressa nella forma adatta per giocare un ruolo importante anche nella nuova teoria. Questa idea afferma sostanzialmente che, se con un processo ciclico si trasforma calore in lavoro meccanico, alla produzione di lavoro è necessariamente connesso il passaggio di una certa (altra)^(v61) quantità di calore dalla temperatura più alta alla più bassa. Il calore ha cioè la tendenza a passare dalla temperatura più alta alla più bassa e questa tendenza può essere resa utilizzabile per la produzione di lavoro (trasformazione di calore in lavoro), nel qual caso esiste però un massimo determinato di lavoro ricavabile, che dipende solo dalle temperature tra le quali il calore passa, ma non dalla natura dei corpi in questione. Per provocare una variazione di calore in direzione opposta, passaggio da una temperatura più bassa ad una più alta, è sempre necessaria una spesa determinata di lavoro (trasformazione di lavoro in calore) che è grande almeno quanto il lavoro che al massimo si può ottenere nel passaggio inverso. Con questa modifica il principio di Carnot, il cui successivo perfezionamento ha condotto Clausius al secondo principio fondamentale della teoria meccanica del calore, non contraddice bensì completa il principio di equivalenza di calore e lavoro, perchè esso regola le condizioni di mutua trasformabilità dei tipi equivalenti di forze. Da qui in poi, nello sviluppo ulteriore della teoria del calore, questi due principi, che di fatto non stanno in nessuna connessione logica l'uno con l'altro^(a3), si separano nettamente e noi, in questo scritto, d'ora in poi ci occuperemo soltanto dell'esposizione di quello di essi che si connette direttamente alla proposizione generale della conservazione dell'energia.

Costituisce la conclusione del trattato di Clausius una descrizione di diversi metodi per il calcolo dell'equivalente meccanico del calore, tra i quali vengono considerati anche gli esperimenti di Joule; come valore più probabile viene infine assunto un numero che ammonta circa a 400 Kgm. Si deve non a torto datare da questo trattato, di portata storica, l'epoca in cui la teoria meccanica del calore divenne preponderante.

Quasi contemporaneamente⁽⁷⁶⁾ a Clausius, W.J.M.Rankine cominciò a rielaborare la teoria del calore dal nuovo punto di vista meccanico (tralasciamo qui

tentativi di fondare una teoria meccanica del calore, come quelli di Buys-Ballot⁽⁷⁷⁾, di Wilhelmy⁽⁷⁸⁾ e altri, in quanto essi non hanno raggiunto nessuna realizzazione notevole). Rankine⁽⁷⁹⁾ non si accontentò però, come Clausius, della semplice premessa di mutua trasformabilità tra calore e lavoro ma aggiunse ancora una serie di concezioni più specifiche sulla natura particolare del movimento che noi percepiamo come calore. Il moto termico consiste, secondo lui, di un violento moto vorticoso delle atmosfere che circondano gli atomi materiali, la cui forza viva costituisce la quantità di calore disponibile. Se si fornisce calore ad un corpo dall'esterno, solo una parte di esso viene utilizzata per aumentare questa forza viva (calore specifico vero), il resto serve a cambiare la disposizione degli atomi. Abbiamo anche qui, come in Clausius, la distinzione tra calore libero e lavoro interno. Tuttavia si può comprendere immediatamente che le ricerche di Clausius si fondano su una base più attendibile, proprio perchè esse contengono solo rigorose deduzioni dal principio di equivalenza di calore e lavoro, senza la più piccola ipotesi arbitraria sulla natura del calore. Volendo per giunta nella nostra rappresentazione mantenerci il più possibile indipendenti da ipotesi molecolari, non abbiamo qui nessuna ragione di occuparci più dettagliatamente delle idee di Rankine.

Alla medesima epoca anche William Thomson venne indotto dalle ricerche sui processi galvanici a passare nelle fila dei propugnatori della teoria meccanica e da allora in poi, in una notevole serie di trattati, che contengono le più diverse applicazioni del nuovo principio, ha contribuito allo sviluppo della teoria, allo stesso modo come Joule ha fatto in via sperimentale per fissare l'esistenza e il valore numerico dell'equivalente meccanico del calore.

Nel suo primo scritto relativo a questo argomento⁽⁸⁰⁾, Thomson parte dal principio che la corrente di una macchina magneto elettrica produce in tutto il circuito esterno una quantità di calore che è equivalente al lavoro impiegato per la produzione di corrente; se però con la stessa corrente si producono contemporaneamente effetti elettrolitici, allora il calore prodotto è diminuito proprio dell'ammontare di quel calore che verrebbe originato dalla ricombinazione della materia decomposta. Quest'ultimo calore Thomson lo chiamò perciò equivalente termico dell'avvenuto effetto chimico. Questo principio viene applicato alle correnti che nascono dalla rotazione meccanica di un disco metallico circolare sotto l'influsso inducente del magnetismo terrestre. Con conveniente collegamento di fili conduttori al disco si può ottenere una corrente nei fili, che provoca anche decomposizioni chimiche ed è quindi in grado di dimostrare l'esattezza del suddetto principio. Da esso Thomson, in modo analogo a Helmholtz (pag.42), deduce la conseguenza che la forza elettromotrice di un elemento galvanico è in valore assoluto uguale all'equivalente meccanico dell'effetto chimico che viene prodotto in esso dall'unità di corrente nell'unità di tempo.

In un saggio successivo⁽⁸¹⁾, il calore sviluppato da una corrente in un conduttore viene utilizzato per misurare la resistenza di questo conduttore in unità magnetiche assolute. Infatti, se si divide l'ammontare, misurato in calorie, del calore sviluppato nell'unità di tempo, per l'equivalente meccanico del calore, si ottiene il calore di corrente $J^2 \cdot W$ in unità meccaniche, e questa grandezza divisa ancora per il quadrato dell'intensità di corrente J , misurata in unità magnetiche, fornisce l'espressione della resistenza W del conduttore in unità assolute. L'unità di resistenza è allora caratterizzata dal fatto che in essa la corrente unitaria nel tempo unitario sviluppa un calore uguale all'unità di lavoro meccanico. Il calcolo effettuato specificamente per la resistenza di argento e mercurio fornì risultati che concordano bene con quelli che erano stati trovati da W. Weber in tutt'altro modo. Questi aveva fondato⁽⁸²⁾ la sua definizione di resistenza sul fatto di aver posto uguale ad 1 la costante di induzione di

Neumann ε (pag.45). Entrambe le definizioni conducono dunque a valori concordi di resistenza, come deve essere anche secondo la deduzione teorica della legge dell'induzione di Helmholtz.

Lo stesso trattato contiene ancora applicazioni della già citata proposizione dell'uguaglianza del calore prodotto per via galvanica e nel solito modo chimico. Se il calore galvanico si manifesta soltanto come calore di Joule (di Lenz), cioè è ovunque proporzionale al quadrato dell'intensità di corrente, allora la forza elettromotrice E, come già detto sopra, è uguale all'intensità di calore chimico A, riferita all'unità di corrente e all'unità di tempo, nell'elemento. Allora segue dall'equivalenza tra l'effetto termico $J^2 \cdot W$ e l'effetto chimico $J \cdot A$:

$$A = J \cdot W$$

e, per la legge di Ohm,

$$A = E.$$

Thomson trova confermata questa ipotesi nell'elemento di Daniell, in cui egli utilizza i valori di Andrew dell'intensità di calore dei processi che avvengono in questo elemento. Si può però anche ben immaginare - e in modo più notevole Thomson già in questo caso lo fa notare espressamente — che il calore corrispondente ai processi chimici non compare semplicemente come calore di Joule, cioè non è completamente trasformato in lavoro dalla corrente, ma una parte di esso si presenta come calore locale o secondario, in particolare alla giunzione fra due conduttori. Questo calore locale può seguire una legge del tutto diversa da quella di Joule, può precisamente essere proporzionale alla semplice intensità di corrente e quindi diventare anche negativo. Allora la forza elettromotrice E dell'elemento viene diminuita di un ammontare corrispondente al calore locale prodotto. Cioè, essendo quest'ultimo calore circa uguale a $J \cdot C$ abbiamo, ponendo nuovamente secondo il principio dell'energia il calore totale uguale a quello ottenibile con processi chimici:

$$J^2 \cdot W + J \cdot C = A \cdot J$$

da cui segue:

$$J \cdot W (=E) = A - C.$$

Thomson riporta qui l'idea espressa da Faraday⁽⁸³⁾, che anche Joule approvava, che nell'elemento di Daniell producano forza elettromotrice solo i processi di ossidazione dello zinco e di riduzione dell'ossido di rame, mentre invece l'intensità di calore che corrisponde alla decomposizione dell'ossido di zinco nell'acido solforico e alla separazione dell'ossido di rame dal solfato di rame, compaia come calore locale particolare (positivo all'anodo e negativo al catodo), indipendentemente dalla produzione di corrente. Che in generale ci sia una tale produzione locale di calore consegue anche dal comportamento della pila di Smee (argento platinato, acido solforico, zinco) la cui forza elettromotrice è minore di quella calcolata dall'intensità di calore chimico. Qui deve dunque comparire uno sviluppo di calore locale che è equivalente all'eccedenza di lavoro chimico rispetto al calore di Joule.

L'anno 1851 riportava ancora una pubblicazione di Joule⁽⁸⁴⁾, cui all'inizio si prestò poca attenzione ma che più tardi è diventata la base di un nuovo ramo della fisica, la moderna teoria dei gas. Partendo dall'idea che il calore di un gas consista nella forza viva del moto delle più piccole particelle, Joule non interpretava questo moto, come Davy e più tardi Rankine, come costituito da vibrazioni e rotazioni ma pensava, in

accordo con le idee di Daniel Bernoulli⁽⁸⁵⁾ e di Herapath⁽⁸⁶⁾, che le molecole del gas volassero liberamente in ogni direzione e col loro urto continuo sulle pareti del recipiente che racchiude il gas provocassero la forza che viene percepita come la pressione del gas. Una singola molecola si muove dunque in direzione rettilinea con velocità costante finché si scontra con un'altra molecola, o con la parete del recipiente, seguendo la legge d'urto di corpi perfettamente elastici. Questa semplice assunzione dà la possibilità di determinare contemporaneamente anche i valori numerici della velocità media di una molecola. Joule semplificò il calcolo immaginando il gas posto in un cubo vuoto e ogni molecola in moto con la stessa velocità in una delle tre direzioni degli spigoli. Da qui risultò la validità della legge di Boyle-Mariotte, come pure la proporzionalità fra contenuto di calore (forza viva totale), temperatura (forza viva di una singola molecola) e pressione. Per la velocità di una molecola di idrogeno a 60° F e 30 pollici di mercurio si ottenne il valore di 6225 piedi inglesi al secondo. Per diversi gas ne seguì la proposizione che volumi uguali (alla stessa pressione) contengono la stessa forza viva.

Una difficoltà per il momento insuperabile derivava per Joule dall'assunzione che le molecole dovessero essere considerate come semplici punti materiali, che dunque il contenuto globale di calore, la forza viva totale di un gas, derivasse soltanto dal moto di avanzamento delle molecole. Infatti se, basandosi sulla velocità sopra calcolata, si costruisse l'espressione della forza viva del moto di avanzamento di tutte le molecole, la stessa, divisa per l'equivalente meccanico del calore fornirebbe, in calorie, il calore contenuto nel gas a volume costante e da ciò si potrebbe calcolare il calore specifico del gas a volume costante.

Joule trovò allora per il calore specifico così calcolato un valore considerevolmente più piccolo di quello osservato in realtà e non riuscì a trovare alcuna spiegazione soddisfacente di questo fatto. Tale spiegazione, con la corrispondente modificazione della teoria, venne fornita solo più tardi da Clausius.

I concetti di Joule sulla natura dei gas si trovano, sostanzialmente ripetuti e in parte ulteriormente sviluppati, in un trattato che J.J. Waterston presentò⁽⁸⁷⁾ alla British Association nello stesso anno. Queste idee, inizialmente del tutto trascurate, quando più tardi cominciarono a trovare terreno più favorevole, vennero riprese in considerazione e si imposero relativamente in fretta al generale riconoscimento, sostenute anche dalle opinioni favorevoli dei chimici. In ogni caso la teoria del calore solo da qui in poi merita il nome di teoria meccanica, in quanto attraverso la semplice possibilità di trasformazione in lavoro nulla è stato ancora affermato sulla natura del calore.

Torniamo ora alla considerazione del successivo sviluppo del principio di conservazione dell'energia. Dopo che era stata constatata la generale validità di questo principio e la sua eccezionale fertilità in un gran numero di casi, rapidamente si accrebbe via via la serie delle applicazioni e delle estensioni, e l'interesse per questo argomento penetrò in ambienti sempre più vasti. Ogni anno arrecava allora un considerevole numero di nuove conquiste in questo campo. Dapprima W. Thomson⁽⁸⁸⁾ elaborò in modo del tutto analogo a Clausius una teoria dinamica del calore, rompendo definitivamente con la vecchia concezione di Carnot. Egli pose come base l'idea che il calore consista di movimento e che dunque il lavoro compiuto da esso esiga una spesa corrispondente di forza viva delle molecole oscillanti (ed eventualmente di lavoro interno). Contemporaneamente introdusse nella sua teoria anche il principio modificato di Carnot, con le sue applicazioni ai processi reversibili. In questo trattato si trova per la prima volta la definizione dell'energia meccanica contenuta in un corpo in quel significato generale che noi ora siamo soliti usare.

Notoriamente il calore che si deve fornire ad un corpo dall'esterno, per pervenire da una condizione iniziale determinata ad un'altra condizione determinata, dipende essenzialmente dal lavoro meccanico esterno che il corpo compie in questo passaggio; quanto più grande è questo, tanto più calore il corpo dovrà assumere dall'esterno (pag.55). Ma se si sottrae l'ammontare del lavoro compiuto da quello del calore fornito (misurato in unità meccaniche), si ottiene sempre la stessa quantità, qualsiasi possa essere il modo del passaggio. Thomson chiama questa quantità energia meccanica del corpo nello stato considerato, essa è completamente determinata dallo stato stesso, salvo una costante additiva che dipende dallo stato iniziale scelto. Come si vede, questa è proprio la stessa funzione che venne indicata da Helmholtz (pag.40) come quantità di calore totale (somma delle forze vive e delle forze di tensione interne) del corpo⁽ⁿ¹⁰⁾. La forma della definizione di Thomson ha però il vantaggio che col suo aiuto si può pensare di ottenere direttamente una determinazione numerica del valore della funzione. Ancora più dettagliatamente vengono discusse le proprietà e i mezzi per calcolare l'energia di un corpo, in un ulteriore trattato di Thomson⁽⁸⁹⁾, in cui si specifica che l'ammontare totale dell'effetto meccanico (somma algebrica di calore e lavoro) che un corpo fornisce all'esterno nel passaggio da uno stato all'altro dipende solo da questi due stati ma non dal tipo del passaggio. L'energia meccanica presenta dunque lo stesso effetto totale che si ottiene se il corpo passa dal suo stato allo stato iniziale (arbitrariamente scelto). Lo stato iniziale assoluto sarebbe quello, partendo dal quale il corpo non potrebbe più produrre alcun effetto positivo, dunque né calore né lavoro; esso è però irraggiungibile coi nostri mezzi. Come già osservato sopra, la definizione di energia di Thomson, adottata dapprima da Clausius è poi entrata poco a poco nell'uso comune.

A questi lavori teorici di Thomson sugli effetti meccanici del calore si accompagnò, come applicazione della teoria, una ricerca sugli effetti del calore raggiante e della luce e sulle fonti di forza che la natura offre all'umanità⁽⁹⁰⁾. Luce e calore raggiante vengono qui dati per identici, viene riconosciuta l'importanza della luce solare per l'assimilazione nelle piante e perciò per il respiro degli animali (cfr. R. Mayer a pag. 24) e vengono distinte tre fonti principali di lavoro su tutta la terra: principalmente la radiazione solare, in secondo luogo il moto relativo di terra, sole, luna (maree), infine in quantità minima anche le fonti terrestri di forza.

L'ulteriore problema dell'origine e della continua compensazione del calore solare irradiato, venne trattato in un saggio di J.J. Waterston⁽⁹¹⁾ che impostò il calcolo del calore che un corpo produce per mezzo della forza viva acquistata cadendo sulla terra, o sul sole, da distanza infinita. Sulla base di questo calcolo Waterston, come già prima di lui Mayer (pag. 25), concluse che la compensazione del calore ceduto dal sole avviene a spese del lavoro delle forze gravitazionali di Newton, sia tramite la caduta di masse cosmiche nel sole sia attraverso la condensazione continuamente crescente del corpo solare stesso. La prima idea venne in seguito ulteriormente sviluppata da W. Thomson, l'ultima da Helmholtz (pag. 73).

Già in quest'epoca si trova anche in uno scritto di J. Power⁽⁹²⁾ il tentativo di una teoria dell'interazione tra le oscillazioni dell'etere e quelle delle molecole materiali, fondata sul principio di conservazione della forza viva.

Dopo la teoria del calore Thomson si dedicò ancora alla teoria dell'elettricità e del magnetismo per mettere in pratica anche là i nuovi principi. Dapprima comparve una ricerca sulle correnti termoelettriche⁽⁹³⁾. Questo scritto, invero essenzialmente con l'impiego del principio di Carnot corretto, fornì, sulla base della scoperta dell'inversione delle correnti termoelettriche fatta da Cumming⁽⁹⁴⁾ nel 1823, il nuovo e sorprendente risultato che una corrente galvanica, oltre al calore di Joule che è

proporzionale al quadrato della sua intensità, produce in un conduttore non uniformemente riscaldato ancora un altro calore, più tardi detto calore di Thomson, che è semplicemente proporzionale all'intensità e perciò cambia segno se si inverte la corrente. Mentre il calore di Joule è da considerare causato dalla resistenza del conduttore, il calore di Thomson deriva da una forza elettromotrice attiva nell'interno del conduttore (v. cap. 3°). Più tardi, dopo molti sforzi, Thomson trovò anche la conferma sperimentale di questa proposizione che era stata dedotta per via puramente teorica⁽⁹⁵⁾.

Un'ulteriore importante applicazione della teoria è contenuta in un trattato⁽⁹⁶⁾ di Thomson sulla corrente di scarica di un conduttore elettrizzato (p.es. una sfera)^(v63) che viene collegato a terra^(v64) con un filo sottile. Mentre la corrente scorre dal conduttore alla terra^(v65) l'energia totale del sistema deve rimanere costante. Questa energia si compone però delle tre parti seguenti: 1) potenziale elettrostatico, 2) calore che è prodotto dalla corrente di scarica, 3) energia elettrodinamica della corrente. Che esista un'energia dell'ultimo tipo, che cioè una corrente galvanica con la sua esistenza in sé e per sé rappresenti una determinata riserva di energia (actual energy, ovvero, mechanical value of the current), discende dal fatto che una corrente può produrre calore annullandosi, senza impiego di energia di altro genere (p.es. come extracorrente). Questa energia è essenzialmente positiva, quindi proporzionale al quadrato dell'intensità di corrente, ma non può essere interpretata come forza viva delle particelle elettriche dotate di una massa inerziale che si muovono nella corrente, perchè il suo valore dipende essenzialmente, secondo l'esperienza, dalla forma del conduttore. Tale valore è uguale a zero se il conduttore (lineare)^(v65) ha una forma tale che accanto a ciascun elemento di corrente ne scorre uno direttamente opposto, perchè allora l'extracorrente scompare del tutto⁽⁹⁷⁾.

Se, sommando i tre termini precedenti, si forma l'espressione dell'energia totale del sistema e si pone uguale a zero la variazione di questa grandezza per ogni intervallo elementare di tempo, si ottiene un'equazione per la determinazione della dipendenza dell'intensità di corrente dal tempo. Thomson ricavò che la scarica, secondo il valore delle diverse costanti contenute nella funzione, può avvenire in due modi totalmente diversi. O la corrente di scarica scorre sempre nello stesso senso con l'intensità inizialmente in aumento e poi a poco a poco in diminuzione, oppure il verso della corrente oscilla, e carica perciò il conduttore alternativamente di segno positivo e negativo. Contemporaneamente il valore assoluto dell'intensità di corrente diminuisce poco a poco verso lo zero. Entrambi i tipi di scarica sono stati da allora ripetutamente dimostrati sperimentalmente e teoricamente.

Oltre a Thomson, fra i fisici inglesi si distinse soprattutto Rankine nello sviluppo delle nuove idee. Accanto ad altre applicazioni particolari⁽⁹⁸⁾ egli cercò di dare una definizione generale del concetto di energia, la cui applicazione non doveva essere limitata solo all'ambito del calore ma comprendere tutte le forze della natura⁽⁹⁹⁾. Egli chiama energia “every affection⁽⁹⁹⁾ of substances which constitutes or is commensurable with a power of producing change in opposition to resistance” che Helmholtz traduce⁽¹⁰⁰⁾: “ogni proprietà di una sostanza che consiste in, o è confrontabile con, una forza che è in grado di produrre variazioni per le quali si debba vincere una resistenza”. Così Rankine distingue e definisce due tipi Principali di energia, l'energia in atto (cinetica) e quella potenziale (rispettivamente: energia di moto e energia di posizione) il cui significato coincide proprio con i concetti di Helmholtz di forza viva e forza di tensione. Egli avvia anche una ricerca generale sulla trasformazione dei diversi tipi di energia l'uno nell'altro⁽¹⁰¹⁾; in essa tuttavia lo scopo di una generalità illimitata viene conseguito solo a spese di uno scapito

notevole della precisione nel modo di esprimersi. Soprattutto la definizione di energia data sopra non sembra possedere alcun valore particolarmente importante sotto l'aspetto fisico, perchè è ritenuta troppo imprecisa. Una definizione può essere detta fisicamente utilizzabile solo se è possibile col suo aiuto indicare il valore numerico della grandezza definita per qualsiasi caso dato, esigenza che la definizione in questione è chiaramente ben lontana dal soddisfare (proprio al contrario di quella di Thomson, pag.64).

É da citare qui ancora un lavoro di Joule⁽¹⁰²⁾ sul calcolo di alcuni valori di reazione (ossido di rame, ossido di zinco, acqua) per via galvanica. Se si inserisce in una corrente, al posto di un conduttore metallico, un apparato per la decomposizione in modo tale che l'intensità di corrente sia la stessa di prima, chiaramente l'energia fornita dalla corrente all'apparato è in tutto uguale a quella fornita prima al conduttore, in quanto nel resto del circuito si effettuano ancora esattamente gli stessi processi. L'energia fornita al conduttore consiste soltanto in calore, ma quella fornita all'apparato di decomposizione consiste in calore e lavoro chimico, dunque attraverso la minor quantità di calore sviluppato nell'apparato di elettrolisi si trova il valore calorico del lavoro chimico e questo è appunto il calore di reazione della sostanza decomposta.

Con le nostre ultime considerazioni abbiamo seguito fino all'anno 1853 lo sviluppo che il principio dell'energia subì ad opera dei fisici inglesi. La decisa prevalenza che la nuova teoria poteva vantare già in questo periodo nel mondo scientifico, è documentata felicemente da un discorso col quale W. Hopkins inaugurò, in qualità di Presidente, il 23° Congresso British Association a Hull, in cui vengono esaltati i meriti di Rumford, Joule, Rankine e Thomson⁽¹⁰³⁾.

Mentre così in Inghilterra si lavorava incessantemente al perfezionamento della teoria, anche in Germania non si era rimasti in ozio. Qui Clausius si acquistò il massimo merito per lo sviluppo dei principi presentati già nel suo primo trattato sulla forza motrice del calore. Dapprima apparve una ricerca sugli effetti della scarica elettrica⁽¹⁰⁴⁾. Questi possono essere di diversa natura, in particolare di tipo meccanico o termico, in tutti i casi però l'energia totale prodotta nella scarica, cioè la somma del lavoro meccanico compiuto e del calore prodotto, è uguale alla diminuzione di energia elettrica e quindi di potenziale elettrostatico. Clausius esprime questa proposizione nella forma: "La somma di tutti gli effetti prodotti da una scarica elettrica è uguale all'incremento subentrato nel potenziale della carica elettrica totale rispetto a se stessa" - dove qui il potenziale viene ancora preso col segno opposto. Alla comparsa di questa affermazione fanno seguito discussioni sulla concordanza della teoria con i singoli esperimenti.

Dagli effetti elettrostatici Clausius passa, in un successivo lavoro⁽¹⁰⁵⁾, a quelli che una corrente galvanica stazionaria provoca nell'interno di un conduttore metallico. Se in un conduttore metallico scorre una corrente costante che non è soggetta ad alcun effetto d'induzione esterna, la corrente è provocata soltanto dalla carica elettrica statica libera accumulata sulle superfici dei diversi conduttori. Clausius perviene perciò alla proposizione: "Il lavoro compiuto, in un determinato moto di una quantità di elettricità, dalla forza attiva nel conduttore è uguale al sopraggiunto aumento (diminuzione) del potenziale di questa quantità di elettricità rispetto alla carica elettrica libera". Allora, poichè in un conduttore metallico non hanno luogo effetti né meccanici né chimici, questo lavoro si trasforma tutto in calore, e se ne ricava quindi la legge di Joule del riscaldamento. Mentre in tal modo l'elettricità che scorre nell'interno del conduttore scende dai valori più alti a quelli più bassi del potenziale, producendo continuamente calore, devono esserci d'altra parte dei punti in cui essa, nel suo ciclo

attraverso la catena chiusa, viene fatta risalire di nuovo al valore originario del potenziale, e questi punti si trovano ad ogni superficie limite fra due conduttori adiacenti, dove il potenziale compie un salto, e dunque l'elettricità che fluisce effettua, o rispettivamente consuma, in un percorso infinitamente piccolo, un lavoro finito. Questo lavoro può trasformarsi, secondo le circostanze, in calore o anche in energia chimica. Il primo è il caso delle catene termoelettriche, della cui efficacia Clausius si occupa in una ricerca successiva⁽¹⁰⁶⁾. Qui il lavoro compiuto dall'elettricità nel passaggio attraverso la saldatura tra due metalli, attivi termoelettricamente, si manifesta nella produzione o assorbimento di calore, scoperto da Peltier. In quanto al problema se il calore di Peltier sia sempre equivalente al lavoro compiuto nel superare la differenza di potenziale elettrico alla saldatura, Clausius mette espressamente in discussione un punto particolarmente importante, fino ad oggi non ancora completamente chiarito. L'effetto Peltier alla saldatura di due metalli, come noto, non è affatto proporzionale alla tensione elettroscopica (di Volta) che gli stessi metalli in contatto reciproco mostrano su un elettrometro. Presenteremo la discussione approfondita di questo fenomeno, importante per l'applicazione del principio di conservazione dell'energia, solo nel terzo capitolo. Sia ricordato ancora brevemente che Clausius, come prima Thomson (pag.66), applica anche ai fenomeni termoelettrici il secondo principio fondamentale della teoria meccanica del calore e arriva così ai relativi risultati.

Deve apparire un po' sorprendente la riservatezza che i fisici francesi fino alla metà degli anni '50 dimostrarono di fronte allo sviluppo in così rapido progresso del principio appena scoperto; non ci si poteva ovviamente risolvere così in fretta ad abbandonare la teoria del calore, fondata sull'ipotesi della sostanza calore, sviluppata soprattutto in Francia, anche se le esperienze importanti fatte nel campo della calorimetria e della trasmissione del calore in definitiva potevano essere assunte quasi del tutto immutate nella nuova concezione. Si trova ancora nell'anno 1854 nei *Comptes rendus*⁽¹⁰⁷⁾ (autore un ufficiale fuori servizio: Hermite)^(v66) perfino la descrizione di un apparecchio (che funzionava come un elettroforo) che poteva fornire contemporaneamente elettricità e lavoro!

Il primo degli eminenti fisici francesi che tentò di rompere con le vecchie concezioni fu V. Regnault nel suo grande lavoro sperimentale⁽¹⁰⁸⁾ sui calori specifici dei gas, in cui egli stabilì definitivamente con esatte misurazioni, che il calore specifico dei gas stabili è sostanzialmente indipendente dal volume e che quindi il calore prodotto per compressione non può, come si riteneva prima, essere attribuito a una variabilità della capacità termica.

Frattanto il movimento, che era nato nella scienza grazie alla nuova dottrina, acquistava un corso sempre più vasto e venivano escogitati sempre nuovi punti di vista e nuove applicazioni. Le deduzioni, o venivano confermate dall'esperienza o fornivano interessanti introspezioni nell'economia della natura, fino ad allora rimaste nascoste. Nel febbraio 1854 Helmholtz tenne a Königsberg una conferenza scientifico-popolare⁽¹⁰⁹⁾ sull'interazione fra le forze della natura, il cui contenuto fondamentale era costituito dal nuovo principio, specialmente nella sua applicazione alla teoria del calore. Il problema della compensazione del calore irraggiato dal sole, fonte di tutta la vita della terra, viene risolto assumendo che il sole si riscaldi sempre più per progressiva condensazione. Risulta che una diminuzione del diametro del sole della decimillesima parte della sua grandezza attuale produce una quantità di calore che è in grado di mantenere l'irraggiamento solare nella sua intensità attuale per 2100 (secondo calcoli posteriori per 2289) anni.

Thomson risponde alla stessa questione in modo un po' diverso⁽¹¹⁰⁾ supponendo

che ci siano masse cosmiche estranee che cadendo nel corpo solare producono il riscaldamento di quest'ultimo. Thomson calcola che se l'emissione di calore venisse sempre rifornita in questo modo, il diametro del sole dovrebbe in 4000 anni aumentare di 1/10 di secondo di grado.

Un'altra applicazione della teoria meccanica del calore all'energia dell'irraggiamento solare Thomson la fa⁽¹¹¹⁾ in relazione alla densità dell'etere luminoso. Assumendo identici i raggi luminosi e termici tutta l'energia termica fornita dalla radiazione solare alla terra è prodotta dalla forza viva delle particelle di etere oscillanti e si può quindi, basandosi sulle misure di Pouillet dell'intensità di radiazione, calcolare la densità dell'etere luminoso. Invero occorre a tale scopo anche la conoscenza della velocità di oscillazione di una particella di etere o, se conosciamo il periodo di oscillazione, dell'ampiezza di queste oscillazioni. Thomson assume che la velocità con cui una particella di etere passa per la posizione di equilibrio è minore della cinquantesima parte della velocità di propagazione della luce, cosa che si può sicuramente ammettere poichè il rapporto tra l'ampiezza di oscillazione e la lunghezza d'onda è molto piccolo, e ne segue che un piede cubico (inglese) di etere possiede una massa maggiore della 156-trilionesima parte di una libbra.

Tutti questi calcoli richiedono naturalmente la conoscenza dell'equivalente meccanico del calore ed è evidente che si faceva sentire sempre più la necessità di una determinazione il più possibile esatta di questa importante costante; giacchè, anche se le misurazioni di Joule potevano ritenersi relativamente attendibili, i risultati sperimentali più esatti differivano ancora l'uno rispetto all'altro nella terza cifra decimale. Qui si offriva ai fisici un fertile campo di ricerche sperimentali, e così vediamo sorgere poco a poco tutta una letteratura di determinazioni dell'equivalente meccanico del calore, la maggior parte delle quali invero veniva effettuata secondo metodi già noti e solo poche potevano confrontarsi in esattezza con i calcoli di Joule; in seguito accenneremo particolarmente a quelle che si basano su idee essenzialmente nuove. Oltre a Joule, i cui valori numerici sperimentali furono raccolti da L. Soret⁽¹¹²⁾ G.A. Hirn si acquistò importanti meriti in questo campo con una lunga serie di lavori sperimentali. Dapprima indotto da un concorso a premi della Società di fisica di Berlino, egli comunicò⁽¹¹³⁾ nell'anno 1855 i risultati di alcune serie di esperimenti che erano stati eseguiti secondo metodi del tutto diversi, più o meno originali. Veramente i numeri ottenuti nei singoli tentativi per l'equivalente meccanico del calore si allontanano non di poco l'uno dall'altro. Ad esempio l'osservazione della produzione di calore per l'attrito di un tamburo di ghisa su un corpo metallico fornì il valore di 371,6 Kgm, mediante la perforazione di un pezzo metallico il valore di 425 Kgm. Di primaria importanza fu il calcolo dell'equivalente del calore per confronto del lavoro compiuto da una macchina a vapore con il calore utilizzato in essa, perchè qui per la prima volta fu presa a fondamento delle misure la produzione di lavoro, non l'impiego di lavoro (prescindendo dalle poche esperienze di Joule sull'espansione dell'aria in opposizione alla pressione). Il risultato fu 413 (secondo un calcolo corretto da Clausius)⁽¹¹⁴⁾. Infine Hirn esaminò anche l'ammontare del calore ceduto all'esterno dal corpo umano in condizione di riposo e in condizione di lavoro. Nell'ultimo caso questo calore è più grande a causa dell'accresciuta respirazione del corpo in attività, però, secondo la teoria, l'eccesso di calore prodotto deve essere inferiore a quello che corrisponderebbe all'aumentato consumo di ossigeno, a causa del lavoro compiuto contemporaneamente. Hirn trovò che ciò era in realtà confermato ma, a causa delle molte fonti d'errore incontrollabili, conseguì risultati quantitativamente molto diversi. Questo lo indusse alla strana conclusione che l'equivalente del calore non sia costante e che dunque la teoria meccanica del calore sarebbe fondata su basi erranee.

Hirn però non rinunciò ancora alla questione; successivi esperimenti con l'attrito dei corpi solidi sotto forte pressione, che fornirono⁽¹¹⁵⁾ il numero d'equivalenza di 451 Kgm, e in particolare i risultati ottenuti con i nuovi esperimenti con la macchina a vapore, lo indussero infine a dichiararsi d'accordo con l'assunto della costanza dell'equivalente del calore⁽¹¹⁶⁾.

Questa idea viene poi ancora applicata nella sua voluminosa opera sulla teoria meccanica del calore⁽¹¹⁷⁾ (1862) in cui egli tra l'altro interpreta il calore non come moto ma, in modo analogo a

Mayer, come un "principio particolare" In quest' opera egli pubblica una quantità di nuovi esperimenti per la determinazione dell'equivalente del calore. Essi si basano, una volta sull'attrito di un fluido che è racchiuso tra un cilindro massiccio ed uno cavo (risultato: 432 Kgm), poi sull'emissione di acqua ad alta pressione (risultato: 433 Kgm), inoltre sull'urto di corpi solidi. Un cilindro di ferro appeso orizzontalmente a due coppie di funi, cade lateralmente verso un blocco di arenaria, pure appeso, che serve come incudine, mentre tra essi si trova un cilindro di piombo che viene riscaldato nell'urto (risultato: 425 Kgm). Ulteriori esperimenti vengono effettuati con l'espansione di gas (risultato: 441,6 Kgm). Per l'equivalente meccanico del calore, come valore mediato su tutti i suoi esperimenti, Hirn decide infine per il valore di 432 Kgm, che dunque supera di circa il 2% il numero di Joule. Invece Favre⁽¹¹⁸⁾ nel 1858 trovò, da osservazioni sul calore che si origina per attrito quando molle d'acciaio vengono compresse contro un disco rotante, il numero 413,2 Kgm..

Prima di passare alla valutazione^(v67) di altre determinazioni dell'equivalente del calore, ottenute per via elettrica, vogliamo ancora dare un'occhiata all'ulteriore andamento dello sviluppo della teoria del calore a quel tempo. Dopo che fu completamente riconosciuta la validità generale del principio di equivalenza di calore e lavoro, l'interesse generale cominciò a distogliersi sempre più da quel principio ed a rivolgersi al secondo principio fondamentale della teoria meccanica del calore, il principio modificato di Carnot, così che qui dobbiamo essenzialmente sintetizzare la descrizione dei progressi di questa teoria. La maggior parte delle ricerche, di natura sia sperimentale che teorica, che vennero condotte da quel momento in questo campo, fruttano o hanno come presupposto la validità del principio di Carnot, così che soltanto di rado ci si imbatte in una nuova proposizione che si riveli come semplice conseguenza del principio di conservazione dell'energia. Una proposizione del genere si trova espressa in un trattato di G. Kirchhoff⁽¹¹⁹⁾, essa concerne la dipendenza del calore, ceduto all'esterno all'atto del legame chimico tra due sostanze, dalla temperatura alla quale avviene la reazione, come pure dai calori specifici delle sostanze e del legame, e si basa solo sull'ipotesi che l'energia interna (secondo Kirchhoff: la funzione d'azione) di un corpo sia determinata completamente dal suo stato istantaneo; per il suo valore [dell'energia n.d t.], e quindi anche per l'intero effetto ceduto all'esterno, non importa affatto se il processo chimico si effettui direttamente o se i due corpi vengano prima portati ad un'altra temperatura e poi si inneschi il processo, purchè lo stato finale sia ancora lo stesso.

Nell'anno 1851 Person⁽¹²⁰⁾ aveva già sviluppato una proposizione del tutto analoga per il calore di soluzione dei sali a diverse temperature, però in tale proposito era partito ancora dalla vecchia concezione di una sostanza calore. In realtà entrambe le concezioni portano qui alla stessa meta (se si prescinde dal lavoro esterno), come notammo anche già prima per il principio di Hess (pag.20) sul calore chimico, che si basa interamente sullo stesso fondamento.

Thomson si occupa di un nuovo tipo di energia in una ricerca⁽¹²¹⁾ sulla dilatazione di una pellicola liquida, ove si mostra che la tensione superficiale è in grado

di produrre lavoro. Tuttavia già l'applicazione del principio di Carnot gioca qui un ruolo troppo importante per permettere di occuparci più profondamente del contenuto.

Frattanto anche la teoria del calore, cosiddetta, in senso stretto, meccanica, aveva compiuto un importante passo in avanti. Dapprima nel 1856 un trattato di Kronig⁽¹²²⁾ il cui contenuto coincide in sostanza con quello della pubblicazione di Joule dell'anno 1851^(v68) (pag.61 e seg.), senza però dipenderne minimamente, attirò l'attenzione generale sull'ipotesi secondo la quale le singole particelle di gas si muovono nello spazio lungo traiettorie rettilinee con velocità costante, e con il loro urto contro una parete solida rendono percettibile la pressione del gas come pure, con la loro forza viva, il contenuto di calore dello stesso. Kronig attribuisce qui particolare importanza a che si mantenga valido il principio di equivalenza di calore e lavoro, dimostrando che non appena la forza di espansione del gas compie lavoro, la forza viva delle particelle viene diminuita in misura corrispondente. Del resto egli, come Joule, rimane ancora dell'idea che le molecole di gas si debbano pensare come semplici punti materiali e dovette così incappare nella stessa difficoltà che già abbiamo menzionato sopra, cioè che la capacità termica a volume costante calcolata partendo dalla concezione meccanica è considerevolmente minore di quella osservata per via calorimetrica. Solo Clausius⁽¹²³⁾ riuscì a risolvere questo punto critico, e nel modo più felice, assumendo che il contenuto di calore di un gas, e quindi la forza viva interna totale, non sia da cercare soltanto nel moto di avanzamento delle molecole bensì che, oltre a questo, esista un moto oscillatorio all'interno delle molecole, la cui forza viva deve essere aggiunta alla prima, secondo un principio generale della meccanica, per ottenere la forza viva totale. Secondo questa idea dunque la singola molecola, anche di un semplice gas, si disgrega ancora in costituenti più piccoli (atomi) e mentre la pressione del gas viene determinata soltanto dal moto di avanzamento delle molecole, il calore si compone di questo movimento e di quello di oscillazione. Essendo però nei gas perfetti sia la pressione che il calore proporzionali alla temperatura assoluta, ne segue che la forza viva del moto di avanzamento sta con la forza viva totale contenuta nel gas in rapporto costante, dipendente tutt'al più dalla natura del gas. Clausius trova questo rapporto, per tutti i gas biatomici, uguale a 0,6315 mentre in tutti i gas nei quali siano riuniti in una molecola più di due atomi, una frazione proporzionalmente maggiore della forza viva totale viene utilizzata per le oscillazioni intramolecolari.

Ci imbattiamo tuttavia anche qui in problemi più particolari, lontani dal nostro compito di descrivere lo sviluppo del concetto di energia. Basti perciò il richiamo al fatto che il tentativo di concepire il calore di un gas come forza viva delle singole particelle è in effetti da considerare essenzialmente riuscito e che perciò due tipi di energia fino ad allora diversi per forma e concetto, quella del calore e quella del movimento, sono stati fusi in uno solo. É chiaro a priori che i fenomeni termici osservati da questo nuovo punto di vista obbediscono completamente alla legge di conservazione dell'energia fintantochè, come avviene generalmente nella teoria dei gas, si interpretano come forze centrali le forze agenti tra molecole e tra atomi, oppure come perfettamente elastico l'eventuale urto tra due particelle; infatti qui ci troviamo proprio nel campo della meccanica pura, per la quale già Helmholtz ha sottolineato la concordanza del principio delle forze vive con quello di conservazione dell'energia. Ciò che egli tuttavia potè caratterizzare da questo nuovo punto di vista obbediscono completamente alla legge di conservazione dell'energia fintantochè, come avviene generalmente nella teoria dei gas, si interpretano come forze centrali le forze agenti tra molecole e tra atomi, oppure come perfettamente elastico l'eventuale urto tra due particelle; infatti qui ci troviamo proprio nel campo della meccanica pura, per la quale

già Helmholtz ha sottolineato la concordanza del principio delle forze vive con quello di conservazione dell'energia. Ciò che egli tuttavia potè caratterizzare solo con le espressioni generiche “forza di tensione interna” e “forza viva” è stato precisato nei dettagli con la nuova teoria, e, se l'estensione della teoria ai fluidi e ai corpi solidi, a causa di complicate circostanze, non ha finora fatto progressi considerevoli, queste difficoltà sono dovute solo all'imperfezione dei metodi e non^(v69) all'essenza del problema.

Ci resta ancora da rammentare l'ulteriore sviluppo delle applicazioni che il nostro principio ha trovato nel campo dell'elettricità e del magnetismo alla metà e alla fine degli anni '50. Qui ci imbattiamo dapprima in un lavoro di W. Thomson⁽¹²⁴⁾ che fa una specie di panoramica sui diversi tipi di energia che si rendono efficaci nei processi elettrici e magnetici. Infatti se viene prodotto lavoro con un tale processo, cosa che naturalmente avviene sempre a spese di qualche riserva di energia, allora secondo Thomson questo lavoro proviene da uno dei tre diversi tipi di energia: 1) dall'energia elettrostatica, 2) dall'energia magnetica, 3) dall'energia elettrocinetica (elettrodinamica) che è contenuta nelle correnti galvaniche (pag.67); se le particelle elettriche possedessero inerzia, anche la forza viva del loro moto^(v70) nella corrente si aggiungerebbe come contributo a quest'ultimo tipo di energia. Sommando questi tre singoli tipi di energia, si ottiene quindi l'energia totale elettromagnetica contenuta in un sistema di corpi.

Il modo di trasporto di energia, come avviene nel circuito galvanico chiuso, è stato esaurientemente descritto da Koosen⁽¹²⁵⁾. La produzione di calore per mezzo della corrente doveva suggerire l'idea di utilizzare anche questo processo per un calcolo numerico dell'equivalente meccanico del calore e anche con questo metodo è stata eseguita una serie di determinazioni. Dopo gli esperimenti di Joule descritti a pag. 30, che conducevano al valore di 460 Kgm, Le Roux per primo ha affrontato nuovamente questo problema⁽¹²⁶⁾. Egli fece produrre corrente da un apparecchio elettromagnetico e confrontò il suo effetto termico con il dispendio di lavoro meccanico. Il risultato fu 458 Kgm per unità di calore. Favre⁽¹²⁷⁾ procedette in modo alquanto diverso: egli produsse la corrente non per via magnetica mediante induzione ma con una catena idrica [pila elettrolitica n.d.t.], però poi inserì un motore elettrico e misurò il calore che veniva sviluppato dalla corrente prima con e poi senza effettuazione di lavoro del motore. Nell'ultimo caso il calore prodotto in relazione all'effetto chimico era naturalmente più rilevante. Il confronto col lavoro prodotto nel primo caso fornì, come valori dell'equivalente, numeri che andavano da 426 a 464.

Un valore non di poco diverso^(v71) da questi, 399,7 lo ottenne Quintus Icilius⁽¹²⁸⁾ con misurazione diretta del calore di Joule. Egli stesso venne indotto a questa ricerca dal contrasto clamoroso che si era prodotto confrontando i valori, forniti per il calore di corrente dagli esperimenti di Lenz⁽¹²⁹⁾ sullo sviluppo di calore galvanico, con i valori richiesti dalla teoria. Questa contraddizione riguardava la grandezza del coefficiente costante c nella formula per il calore di corrente prodotto in un tempo unitario: $Q = J^2 \cdot W$. Se Q è misurata in unità meccaniche questa costante è, secondo la teoria, 1 (supposto che l'intensità di corrente J e la resistenza W siano espresse in unità assolute (pag.60))^(v72); però se il calore viene indicato in calorie, c è uguale al valore reciproco dell'equivalente meccanico del calore. Invece Holtzmann⁽¹³⁰⁾, dagli esperimenti di Lenz⁽¹³¹⁾, aveva calcolato per c un valore 4 volte più grande. Quintus Icilius si accinse allora ad appianare il contrasto tra teoria ed osservazione, del resto la conclusione non poteva essere a priori dubbia, in quanto già prima Thomson (pag.60) aveva fatto ricerche del tutto analoghe e trovato per giunta concordanze sufficientemente buone.

In realtà dalle ricerche di Quintus Icilius si ottenne per quella costante un valore

che era notevolmente più piccolo di quello di Lenz e si avvicinava molto di più a quello richiesto dalla teoria. Se, come vuole la teoria, lo si considera veramente come il valore reciproco dell'equivalente meccanico del calore, si ottiene dunque il già citato numero 399,7. Poichè il problema dell'origine della divergenza tra i risultati di Lenz e di Quintus Icilius rimaneva ancora irrisolto, J. Bosscha⁽¹³²⁾ si sentì indotto più tardi a tornare ancora una volta sull'argomento e constatò poi, come presumibile motivo dell'inesattezza del numero calcolato dalle esperienze di Lenz, la considerevole diversità delle qualità di rame utilizzato da Lenz nei suoi esperimenti e dopo di lui da Holtzmann nei suoi calcoli.

Un'altra via per pervenire alla conoscenza dell'equivalente meccanico del calore, Bosscha⁽¹³³⁾ la intraprende esprimendo la forza elettromotrice di un elemento galvanico (Daniell) una volta in unità termiche, poi in unità magnetiche assolute (riferite all'unità di tempo e di corrente) e dividendo tra loro questi due numeri; il quoziente fornisce l'equivalente meccanico del calore. Così egli usando alcuni dati di Joule, trova come equivalente termico il valore 421,1 Kgm.

Inoltre Bosscha, rispondendo ad un'esigenza divenuta generale, approntò nell'anno 1858 la prima raccolta⁽¹³⁴⁾ di tutte le determinazioni, fatte fino ad allora dai diversi fisici, dell'equivalente meccanico del calore, sia con puro calcolo che con esperimento diretto, tabella che, invero, mostra delle serie di numeri ancora piuttosto variegata.

Intanto gli esperimenti più attendibili, ai quali appartengono ancora in prima linea quelli di Joule e Hirn^(v73), oscillavano in sostanza solo tra i limiti di 420 e 430 Kgm.

Delle successive determinazioni dell'equivalente del calore parleremo ancora nel terzo capitolo di questo libro.

Particolare interesse assunse da quel momento l'applicazione dei nuovi principi meccanici alla teoria della catena galvanica e ai processi, talvolta molto complicati, dell'elettrolisi che in essa si svolgono. Già Grotthuss aveva fatto il tentativo di fondare una teoria della scomposizione galvanica su concetti puramente meccanici, Clausius poi sviluppò⁽¹³⁵⁾ ulteriormente questi concetti, però, allo scopo di ottenere un migliore accordo con la legge di Ohm, introdusse alcune sostanziali modifiche alla vecchia concezione, come soprattutto, l'assunto che le molecole di un elettrolita allo stato naturale non possiedano alcuna posizione determinata di equilibrio attorno alla quale oscillare, bensì si muovano in modo del tutto irregolare e disordinato, per cui può anche accadere facilmente, per combinazione fortuita, che una molecola si dissocia nelle sue due parti costituenti, quella elettropositiva e quella elettronegativa (molecole parziali) o, viceversa, che due singole molecole parziali si riuniscano in una molecola completa, in incontri casuali. Non possiamo certamente soffermarci ancora su questi singoli problemi ma dobbiamo esaminare le applicazioni che il principio di conservazione dell'energia trova in questi processi, del tutto indipendentemente da tali ipotesi più particolari. Per questo occorre dapprima esaminare il lavoro che la corrente compie all'interno di un elettrolita e quello che viene totalmente trasformato in calore, come nei conduttori di prima classe. Clausius trova il suo ammontare del tutto corrispondente a quello sviluppato nei conduttori metallici⁽¹³⁶⁾, dunque la legge del riscaldamento di Joule vale anche qui, come l'esperienza aveva già da tempo confermato. Alquanto diverso è se nell'elettrolita è interposto un diaframma poroso, una membrana animale o simili. Allora in generale avviene il fenomeno dell'endosmosi elettrica, cioè una certa quantità di liquido viene spinta dalla corrente attraverso la parete divisoria. In questo caso la corrente, oltre al lavoro già indicato, deve compierne anche un altro, che da un lato è dovuto al superamento della pressione

idrostatica che si oppone al moto del fluido, e poi anche all'attrito del fluido nei pori della parete⁽¹³⁷⁾.

Più importante ancora per la teoria è la determinazione della corrispondenza generale fra il lavoro chimico della corrente e la sua resa termica, problema che noi abbiamo spesso avuto occasione di toccare e che ha impegnato i fisici fino ai tempi più recenti; Bosscha si è dedicato dapprima ad esso in modo particolare. L'idea fondamentale che guida le sue ricerche e tutte quelle seguenti relative all'argomento, è la diretta conseguenza del principio di conservazione dell'energia, ossia che in una corrente galvanica stazionaria la somma dei calori prodotti dalla corrente è equivalente al dispendio totale di energia chimica. Inizialmente, tuttavia, Bosscha partì dalla premessa immotivata che gli effetti termici della corrente si limitino solo al calore di Joule, da cui seguirebbe, secondo le considerazioni precedenti di Helmholtz e di Thomson, che la forza elettromotrice venga misurata direttamente con il lavoro chimico consumato dall'unità di corrente nell'unità di tempo. Questa affermazione invero trova conferma specialmente nell'elemento di Daniell (pag.60). Bosscha, determinando dapprima per via elettromagnetica la forza elettromotrice di tale elemento e poi confrontando il suo ammontare con gli esperimenti termochimici di Favre e Silbermann, Andrews e Joule, trovò una concordanza del tutto soddisfacente⁽¹³⁸⁾. Questa fiducia nell'equivalenza tra la forza elettromotrice di una catena e l'intensità di calore chimico corrispondente sembra essere stata allora piuttosto diffusa; così Marié-Davy e Troost⁽¹³⁹⁾ vollero risparmiarsi del tutto gli esperimenti termochimici e, invece di questi, osservare solo l'ago del magnete, il che tuttavia si rivelò in fondo un po' precipitoso. Appena venne richiamata l'attenzione sul fatto che oltre al calore di Joule avvengono nel circuito altri effetti termici (il calore di Peltier era pure noto da tempo), anche quella deduzione dal principio fondamentale dovette vacillare. Abbiamo già specificato a pag. 61 che ogni calore sviluppato o assorbito secondariamente richiede necessariamente una modificazione di quella regola; viceversa da ogni deviazione della misura della forza elettromotrice dalla regola suesposta, si deve di necessità concludere per un effetto termico nella catena, che devia dalle leggi di Joule.

Anche Bosscha⁽¹⁴⁰⁾ riconobbe questa conseguenza e cercò di verificarla in dettaglio. Egli respingeva l'opinione di Faraday⁽¹⁴¹⁾, già sopra menzionata (pag.61), che nella catena di Daniell sia attiva per il moto dell'elettricità solo l'ossidazione di zinco e rame mentre la dissoluzione (e conseguente dissociazione)^(v74) degli ossidi produca solo intensità locale di calore, perchè la forza elettromotrice calcolata sulla base di questo assunto dagli esperimenti di Favre e Silbermann risulta troppo piccola; invece egli si vide costretto ad ammettere una produzione locale di calore nell'elettrolisi dell'acqua. Calcolando infatti la forza elettromotrice di polarizzazione nell'elettrolisi dell'acqua tra due elettrodi di platino, una volta dal calore di combustione dell'idrogeno, poi dall'indebolimento della corrente elettrica prodotto dall'inserimento dell'apparato per l'elettrolisi, si trova il secondo numero maggiore del primo per circa il 60%. Allora Bosscha immagina che questa deviazione sia causata dal fatto che i gas sviluppati per elettrolisi non appaiano subito nell'aspetto loro abituale ma, dapprima, passino per lo stato "attivo", una modificazione allotropica che è caratterizzata dal fatto che in essa ogni gas possiede un'energia potenziale maggiore (una connessione più lasca fra gli atomi) che nello stato naturale, per cui all'atto del legame dei gas attivi l'uno con l'altro deve comparire una maggior intensità di calore; ora la forza elettromotrice, che viene osservata nella polarizzazione, corrisponde secondo Bosscha a questo maggiore calore di legame nello stato attivo. D'altra parte, però, se in seguito i gas passano nel loro stato naturale, si libera in ogni gas una certa

quantità di calore locale che non è in alcun rapporto diretto con i processi elettrici. Secondo questa concezione, dunque, l'eccedenza di energia che la forza elettromotrice della corrente di polarizzazione produce, in confronto al calore di combustione chimica dell'idrogeno, sarebbe equivalente al calore locale che si libera in entrambi i gas al passaggio dallo stato attivo a quello naturale. Questo calore locale provoca naturalmente un accresciuto indebolimento della corrente in tutta la catena nella quale avviene l'elettrolisi dell'acqua, perchè il dispendio di energia che essa richiede viene sottratto all'azione elettromotrice.

Del resto essendo, secondo l'esperienza, la forza elettromotrice della polarizzazione non costante ma dipendente essenzialmente dalla densità di corrente agli elettrodi, Bosscha deve aggiungere ulteriormente alle sue supposizioni, anche l'altra, che in generale non tutto il calore, che si libera al passaggio di un gas dallo stato attivo a quello normale, si forma localmente, bensì che, specialmente per superfici elettrodiche maggiori, dove una certa parte del gas passa allo normale già direttamente all'elettrodo, il corrispondente ammontare di energia va ancora a vantaggio di tutta la corrente e quindi viene trasformato in calore di Joule. Così si chiarirebbe la dipendenza della corrente di polarizzazione dalla densità di corrente, come dalla natura del metallo degli elettrodi, e dall'elettrolita.

Si capisce che come causa diretta della produzione locale di calore possono essere valide interpretazioni del tutto diverse da quella di Bosscha, come in particolare l'insorgere di una resistenza al passaggio. Questo è un problema sul quale il principio di conservazione dell'energia non fornisce a priori alcuna spiegazione: per esso è sufficiente che il calore locale compaia, nell'ammontare in precedenza calcolato, nel punto stabilito. Per maggiori dettagli cfr. al 3° capitolo ^(v75).

Con la massima chiarezza Bosscha si esprime su queste deviazioni, richieste dal principio dell'energia, della produzione galvanica di calore dalla legge di Joule, in un lavoro successivo ⁽¹⁴²⁾, in cui viene presa in considerazione principalmente la pila di Smee e il suo sviluppo locale di calore. Ora, nell'esposizione dello sviluppo del nostro principio, siamo ormai intorno all'anno 1860. Nel breve intervallo di tempo di appena 18 anni questo principio era assunto, da un'esistenza del tutto latente, o per lo meno completamente inosservata, ad un ruolo dominante nell'intero ambito della scienza, cosa che fino ad allora si era verificata solo colla grande scoperta di Newton, che da parte sua tuttavia riguardava soltanto un campo limitato di fenomeni naturali. Non c'è da stupirsi di questa rapidità di diffusione anche se nel periodo citato, in particolare tra i fisici più anziani, c'era sempre qualcuno che non poteva conciliarsi del tutto con le nuove idee. Così del geniale Faraday ⁽¹⁴³⁾ è noto il fatto che egli trovava diverse cose da obiettare al concetto di energia potenziale come lo concepiva Rankine. Egli non voleva accontentarsi della semplice ipotesi che due corpi che si attirano possiedono, a distanza maggiore, un'energia potenziale maggiore, bensì cercava per questa energia ancora un particolare substrato fisico nella mutata condizione del mezzo intermedio, nel qual caso invero è da obiettare che anche in tal modo lo stato delle cose non cambierebbe sostanzialmente, perchè questo stato particolare del mezzo intermedio consisterebbe ancora soltanto in una diversa disposizione delle sue più piccole particelle, così che ancora una volta si dovrebbe, alla fin dei conti, ricercare l'energia potenziale solo in un mutato ordinamento statico della materia nello spazio. ^(v76)

Il fatto che nell'applicazione del nuovo principio intervenissero occasionalmente anche dei malintesi può apparire non tanto sorprendente se si considera la novità del modo di pensare e di dedurre da esso condizionato. Già Heknholtz ⁽¹⁴⁴⁾ nella sua "Erhaltung der Kraft" [Conservazione della forza n.d.t.] discute alcune obiezioni che Matteucci ⁽¹⁴⁵⁾, partendo dalle proprie ricerche, aveva sollevato contro l'ammissibilità

della nuova concezione, che invero allora non era ancora formulata come un principio particolare, e la loro motivazione ci mostra nel modo migliore come anche per un fisico preparato potesse risultare difficile penetrare nello spirito del principio. Fra l'altro egli obietta il fatto che lo zinco sciogliendosi in acido solforico produce altrettanto calore sia quando lo scioglimento avviene nel solito modo chimico come quando, utilizzando una piastrina di platino come secondo elettrodo, si forma una catena galvanica (di Smee). Poichè nel primo caso viene prodotto nel processo soltanto calore, mentre nel secondo contemporaneamente calore ed elettricità, il calore prodotto in quest'ultimo caso dovrebbe, secondo il principio in questione, essere minore di una quantità pari all'equivalente dell'elettricità prodotta. Matteucci non badò al fatto che questo equivalente è nullo alla fine del processo; siccome l'elettricità prodotta è nuovamente sparita, essa è servita solo come fase intermedia nella trasformazione dell'energia potenziale chimica in energia termica.

Ancora più mostruosa ci appare l'affermazione che una corrente dovrebbe, secondo il principio, produrre meno calore in un circuito esterno quando esso mantiene in deviazione un ago magnetico, rispetto a quando non è così, perchè questa conclusione si basa su un totale disconoscimento del concetto di lavoro.

Ma anche in epoche successive incontriamo a volte concezioni erranee. Nel 1857 Soret⁽¹⁴⁶⁾ considerava come postulato del principio il fatto che una corrente galvanica, che con le azioni elettromagnetiche di una parte del suo circuito produce lavoro meccanico, sviluppa in questa parte meno calore di Joule di quello prodotto in un'altra parte, avente la stessa resistenza galvanica, che non provochi tali azioni, errore in cui d'altronde sono incorsi anche altri fisici.

Se prescindiamo comunque da questi sporadici casi di malinteso, si può affermare in tutta certezza che attorno all'anno 1860 la battaglia per il riconoscimento della nuova teoria era terminata e la decisione si era definitivamente risolta a suo favore. Il principio di conservazione dell'energia, in tutti i casi in cui con il perfezionamento dei metodi sperimentali ci si era messi in condizione di verificarlo, si era dimostrato come pienamente ammissibile e venne allora compreso nel numero di assiomi che servono da fondamento e punto di partenza per ulteriori ricerche. A poco a poco anche la parola "energia" divenne d'uso comune dall'Inghilterra al continente, particolarmente da quando venne utilizzata da Clausius in terminologia.

Da questo momento ha inizio una nuova epoca per lo sviluppo di tutte le scienze esatte della natura. Finora, dappertutto dove non si era riusciti, come, diversamente, in meccanica e in astronomia, a trovare le leggi fondamentali dalle quali derivano tutti i singoli fenomeni, si rimaneva affidati solo al metodo puramente induttivo; d'allora in poi si era in possesso di un principio che, collaudato da coscienziose ricerche in tutti i campi conosciuti, forniva una guida eccellente anche per ambiti del tutto sconosciuti e inesplorati. In primo luogo già l'intera formulazione del problema, che costituisce uno degli elementi più importanti di ogni ricerca che prometta successo, era orientata nella giusta direzione e poi, in tutti i punti di questo cammino, una volta percorso, si aveva continuamente a disposizione un controllo assolutamente sicuro la cui applicazione non falliva mai. Da allora il principio dell'energia costituisce il più solido punto di partenza per tutte le ricerche scientifiche, e di fatto è stato già più volte utilizzato a questo scopo.

Però allo stesso tempo vediamo quali conseguenze abbia, per la nostra ricerca attuale, questo cambiamento di ruolo nella posizione del principio rispetto alle altre leggi della natura. Mentre prima questa posizione appariva strettamente limitata, e la letteratura ad essa relativa più o meno nettamente separata dal resto, ora le applicazioni cominciano ad estendersi in tutte le direzioni e, poco a poco, a disperdersi

nei campi specialistici, e se cerchiamo di seguire le tracce dell'ulteriore sviluppo storico del principio, anche solo nella fisica, finiamo in questioni sempre più particolari, che nella maggior parte attendono ancora la soluzione definitiva.

Ci appare doveroso nell'interesse della chiarezza che questi problemi, per lo meno a misura in cui essi, non appartengano ancora alla storia del principio stesso e riguardino solamente applicazioni di esso ad ipotesi indimostrate d'altro genere, vengano trattati non qui ma, in connessione con la rappresentazione dei diversi tipi di energia, nel 3° capitolo di questo libro; mentre il 2° deve essere dedicato alla funzione di fondare il concetto di energia nella sua generalità sulla base dello sviluppo storico passato, di separare e di ordinare in buona panoramica i diversi metodi di formulazione del principio di conservazione dell'energia ed infine effettuare una rassegna critica delle dimostrazioni che si possono addurre per la validità del principio e della sua produttività.

CAPITOLO II

Formulazione e dimostrazione del principio

Ogni definizione fisica, che abbia la pretesa di essere utilizzabile, deve alla fine ricondurre il concetto da definire a concetti che scaturiscano dalla percezione immediata attraverso i sensi, così che occorra solo un'osservazione diretta per esprimere la grandezza in questione con valori numerici più o meno esatti. Dato che prendiamo conoscenza dei fenomeni della natura attraverso i sensi più eterogenei, non ci sarebbe qui utile collocarsi a priori nel punto di vista della concezione meccanica della natura, trattandosi per ora della formulazione di una definizione generale del concetto di energia; infatti la misura meccanica con la quale possiamo valutare qualsiasi fenomeno non ci è data direttamente, ma al contrario deve di norma essere prima cercata. Sarà perciò in primo luogo nostro scopo fondare la definizione dell'energia, indipendentemente da ogni particolare concezione della natura, puramente su fatti misurabili.

Partendo da questo punto di vista possiamo procedere in due modi. Possiamo infatti definire l'energia di un sistema materiale come una funzione il cui valore dipenda in modo determinato dalle variabili che stabiliscono lo stato del sistema, vale a dire la posizione, velocità, temperatura etc. degli elementi materiali del sistema. Questa definizione presuppone però già la validità generale del principio della conservazione dell'energia; infatti per sapere se una tale funzione dopo tutto esiste e come P. è composta da quelle singole grandezze, bisogna conoscere già il principio ed applicarlo.

Diamo perciò dapprima la preferenza ad una definizione, dovuta principalmente a W.Thomson (pag.64), che consente di calcolare il valore dell'energia di un sistema materiale, senza alcun riguardo alla validità o meno del principio, unicamente per mezzo degli effetti esterni accessibili all'osservazione, che sono causati da una certa variazione dello stato del sistema. Di conseguenza chiamiamo energia (capacità di compiere lavoro) di un sistema materiale in uno stato determinato, l'ammontare, espresso in unità di lavoro meccanico, di tutti gli effetti che vengono suscitati^(v77) al di fuori del sistema allorchè esso passa, in modo qualsiasi, dal suo stato ad uno stato zero arbitrariamente scelto.

Innanzitutto, alcune espressioni contenute nel testo di questa proposizione richiedono un particolare chiarimento. Per “effetti suscitati al di fuori del sistema” o, più in breve, “effetti esterni”, vogliamo intendere le modificazioni sopravvenute in natura al termine del processo, che dipendono dalla posizione e dalla natura dei corpi circostanti (non inclusi nel sistema)^(v78) tra le quali, p.es., anche la variazione della posizione del sistema in relazione all'ambiente, poichè essa dipende (oltre che dalla posizione del sistema stesso)^(v79) dalla posizione dei corpi circostanti. Per ottenere gli effetti esterni nella loro completezza, è meglio supporre dapprima il sistema del tutto isolato in uno spazio infinito, e solo successivamente introdurre nelle vicinanze quei corpi la cui azione è idonea a provocare la transizione richiesta. Se, p.es., il sistema si muove sotto l'azione della gravità, allora fa parte degli effetti esterni anche la variazione della posizione del sistema relativamente alla terra; l'ammontare di questi effetti, misurato in unità di lavoro, è il lavoro compiuto dalla forza di gravità durante il movimento, che costituisce dunque la misura dell'energia del sistema (in questo caso la sua forza viva più una costante additiva)^(v80). (Qualcosa di più preciso a questo

proposito, in seguito). Altro è naturalmente se si include la terra nel sistema materiale considerato; allora scompaiono del tutto gli effetti esterni^(v81).

Per quanto riguarda inoltre l'espressione "l'ammontare calcolato in unità di lavoro meccanico" (in breve valore di lavoro, equivalente meccanico) degli effetti esterni, usata nella definizione, essa ha naturalmente un significato preciso solo in base al presupposto che, o gli effetti esterni siano di per sé solo di natura meccanica, cioè consistano nella produzione o nel consumo di forza viva o lavoro (in senso stretto)^(v82) oppure, nel caso siano di altra specie, che allora il loro equivalente meccanico sia già altrimenti conosciuto. Se questo presupposto non dovesse essere soddisfatto, p.es. ammettiamo che gli effetti esterni consistano nella produzione di una qualsiasi particolare variazione, magari di un certo agente il cui valore di lavoro non è conosciuto, la definizione ovviamente perderebbe significato e si dovrebbe far in modo da eliminare in qualche maniera l'agente neo-generato, magari consumandolo per effettuare lavoro meccanico o per la produzione di effetti tali da essere riconducibili alla misura meccanica del lavoro. Se questo tentativo riesce, allora si possono finalmente esprimere tutti gli effetti esterni in equivalenti di lavoro e raggiungere così lo scopo; allora l'equivalente meccanico di un effetto è rappresentato da quella quantità di lavoro in cui questo effetto si può trasformare. (A questo punto rimane ancora da chiarire se la quantità di lavoro è diversa quando la trasformazione viene effettuata in modo diverso)^(v83). Ma si può anche bene immaginare il caso in cui sia del tutto impossibile trasformare interamente in effetti meccanici il nuovo agente, e in tal caso viene meno la spiegazione data del concetto di valore del lavoro e quindi la definizione dell'energia.

Supponiamo p.es. che l'equivalente meccanico del calore non sia ancora conosciuto e che si debba calcolare l'energia di un certo corpo ad una certa temperatura (in condizioni normali di pressione^(v84) atmosferica) lo stato zero del corpo sia caratterizzato da una certa bassa temperatura (p.es. 0° C)^(v85). È molto facile portare il corpo allo stato zero privandolo di un certo quantum di calore (mediante asportazione di calore)^(v86) ma l'effetto esterno così prodotto, il riscaldamento dell'ambiente, non si può interamente trasformare, con nessun genere di espedienti, in lavoro meccanico; per quanti tentativi si vogliano fare a questo scopo resta sempre una determinata variazione residua che non può essere misurata direttamente in unità di lavoro. Si potrebbe p.es. convertire quel calore in lavoro attraverso la dilatazione del portatore dello stesso, ma allora si avrebbe di nuovo in questa dilatazione un certo effetto di cui non si conosce l'equivalente meccanico e che non si può ricondurre a variazioni misurabili in termini meccanici, in breve: per questa via non si giungerebbe mai ad un'espressione del valore dell'energia.

Ne consegue che, nel caso citato, la spiegazione data per il concetto del "valore di lavoro" di un effetto necessita di un'adeguata integrazione e questa integrazione può basarsi sul fatto che se un certo effetto non può essere trasformato interamente in lavoro meccanico, esso però può essere generato con la spesa di una certa quantità di lavoro. (Si veda però l'obiezione a pag. 96 e la replica alla stessa.)^(v87). Se perciò, in tutti i casi in cui la prima spiegazione non basta, indichiamo come equivalente meccanico di un effetto esterno quella quantità di lavoro che deve essere utilizzata per produrre questo effetto o, più brevemente, quella che si lascia trasformare in questo effetto (in modo qualsiasi)^(v88), allora otteniamo in ogni caso un'espressione per il valore di lavoro degli effetti esterni e quindi anche per l'energia del sistema considerato. Questo appare di fatto immediatamente nell'esempio descritto, in cui l'effetto esterno consiste nel riscaldamento di un corpo. Mentre è impossibile trasformare questo effetto interamente in lavoro, sono invece disponibili diversi metodi

per produrre questo effetto con l'utilizzo di mezzi puramente meccanici, vale a dire per portare il corpo dall'originale temperatura inferiore a quella superiore, quali urto, attrito, compressione. (Nell'utilizzo dell'ultimo di essi bisogna far attenzione che il corpo si dilati di nuovo dopo la conseguita compressione, senza produzione di lavoro esterno, affinché il calore ottenuto con la compressione non venga nuovamente perduto quando il corpo viene riportato alla sua pressione originale.)^(v89) L'equivalente meccanico di un riscaldamento è quindi pari alla quantità di lavoro il cui consumo provoca il riscaldamento.

Ne consegue che, con l'utilizzo delle precisazioni indicate, la definizione dell'energia di un qualsiasi sistema materiale fornisce in tutti i casi (almeno)^(v90) un valore numerico (positivo o negativo)^(v91), in unità di misura note, che, a seconda dell'esattezza dei metodi sperimentali a disposizione, può essere stabilito con maggiore o minore precisione. È ovvio che la definizione è indipendente da ogni ipotetica concezione che ci si può formare sulla qualità dei diversi agenti attivi nella natura, in particolare anche dalla visuale meccanica, in quanto essa si fonda unicamente sulla misura diretta di grandezze meccaniche di lavoro; inoltre essa non dipende affatto, cosa particolarmente degna di nota, dalla validità del principio di conservazione dell'energia, poichè lascia del tutto indeciso se con l'utilizzo di metodi diversi per il passaggio del sistema materiale dallo stato dato allo stato zero si pervenga a valori differenti dell'energia oppure no, ed egualmente lascia del tutto indefinito se ad ogni effetto esterno corrisponde o no un equivalente meccanico univocamente determinato.

A questo punto dobbiamo tuttavia ancora discutere in particolar modo un'obiezione che può essere contrapposta all'utilizzabilità della definizione data. Potrebbe infatti accadere che il passaggio del sistema dallo stato dato allo stato zero (fissato ad arbitrio)^(v92) non sia per niente realizzabile. Ammettiamo, p.es., che il sistema materiale consista di una certa quantità di carbonio che nello stato dato, di cui deve essere determinata l'energia, si presenti, eventualmente come carbonio amorfo, mentre nello stato zero si presenti nella modificazione di diamante. In questo caso non è realizzabile, con nessun mezzo sperimentale il passaggio allo stato iniziale^(a4) (anche se il passaggio inverso è possibile)^(v93) e la definizione dell'energia viene meno al suo compito fin dall'inizio. Possiamo addirittura spingerci oltre. Si possono benissimo immaginare dei casi in cui il passaggio non può essere attuato in nessuna direzione, nè dallo stato dato allo stato zero nè viceversa, mentre (si tratta naturalmente di un'ipotesi)^(v94) è sempre lo stesso sistema materiale (cioè gli stessi elementi chimici)^(v95) che abbiamo davanti a noi in entrambi gli stati. Scegliamo, anche a questo proposito, un esempio preciso. Destrosio e levulosio sono due individui chimici esattamente della stessa composizione quantitativa, gli stessi atomi si possono quindi pensare combinati una volta come destrosio e una volta come levulosio. Eppure entrambi i composti non sono per ora trasformabili l'uno nell'altro; inoltre nessuno dei due si può preparare sinteticamente dai suoi elementi e perciò, allo stato presente della scienza, non si può con nessun mezzo esterno, neppure attraverso decomposizione negli elementi, portare il sistema dall'uno stato all'altro. Se si dovesse calcolare l'energia di un quantum⁽ⁿ¹¹⁾ di destrosio (a temperatura qualsiasi, etc.) riferita alla medesima quantità di levulosio come stato zero (una questione molto importante in certi casi)^(v96), la definizione di energia data non ci servirebbe a nulla; a questo esempio se ne possono aggiungere naturalmente molti altri.

Possiamo ovviare all'obiezione sollevata, in due modi diversi. Da un lato potremmo a ragione richiamarci al fatto che qui non si tratta per niente di una misurazione del valore dell'energia da eseguire effettivamente, che, d'altra parte, non può essere mai effettuata con assoluta precisione, e per la quale in seguito troveremo

altri metodi ancora migliori^(v98); piuttosto si tratta di chiarire sufficientemente il significato del concetto di energia senza tener conto se la via, con la quale arriviamo al concetto, sia utile solo per la descrizione oppure anche per l'esperimento. A questo proposito dovrebbe bastare di certo la prova che il passaggio descritto dallo stato dato allo stato zero sia di norma possibile in natura, cioè che le forze della natura presenti siano in grado, operando congiuntamente in modo appropriato, di provocare il passaggio. Bisogna ora tener conto che sperimentare consiste solo nel combinare in modo più o meno arbitrario certe forze della natura, e che il campo entro il quale queste combinazioni sono possibili, è da considerarsi in ogni caso estremamente limitato, a confronto della molteplicità degli effetti che quotidianamente si svolgono senza il nostro intervento nel mondo organico e inorganico. Anche se non siamo in grado di trasformare a piacimento carbonio amorfo in diamante, niente ci impedisce di supporre, e del resto molte analogie depongono a favore di ciò, che forse attraverso un processo di cristallizzazione della durata di un millennio, il diamante possa separarsi da una soluzione di un ordinario composto del carbonio e, una volta ammesso questo, si può certamente parlare anche di determinati effetti esterni e del loro valore di lavoro. Ad ogni modo non è ancora noto nessun fatto che ci impedisca di credere che le forze della natura siano in grado di trasformare tutte le sostanze, anche corpi organici e organizzati, in altre, purchè siano formate dagli stessi elementi chimici; non occorre spingerci più oltre.

L'importanza in linea di principio delle proposizioni qui esposte esige tuttavia che si tenga conto, per non lasciare neppure la più piccola lacuna nella definizione dell'energia, della possibilità di un'ipotesi anche se di per se stessa improbabile. Di fatto possiamo, in ogni caso in cui per un qualsiasi motivo la nostra definizione non risponda allo scopo, aiutarci in altro modo, precisamente non prendendo in considerazione per ora il caso in questione e rimandando per esso la definizione dell'energia ad una successiva occasione (pag.101), quando saremo in possesso di diverse proposizioni che ci consentano il calcolo del valore dell'energia in ogni circostanza.

A queste proposizioni arriviamo attraverso la formulazione del principio di conservazione dell'energia che, per tutti i casi in cui viene utilizzata la definizione dell'energia, possiamo enunciare in questo modo: l'energia di un sistema materiale in un dato stato, riferito ad un certo altro stato assunto come stato zero, ha un valore univoco o, in altre parole, sostituendo qui il tenore della definizione (pag.93): l'ammontare, calcolato in unità di lavoro meccanico (l'equivalente meccanico, il valore di lavoro), di tutti gli effetti che un sistema materiale provoca^(v99) nell'ambiente esterno quando passa in modo arbitrario da un certo stato ad uno stato zero arbitrariamente scelto, ha un valore univoco, quindi è indipendente dal modo del passaggio^(a5).

Mentre rimandiamo ad altro punto la questione circa la dimostrabilità di questa proposizione, vogliamo per il momento assumere la stessa come data, e in seguito fornire in primo luogo solo la prova che tutte le altre forme in cui si suole presentare il principio si lascino dedurre da quest'unica e quindi siano in essa contenute.

In primo luogo il principio dell'impossibilità del perpetuum mobile. Fissiamo lo stato zero del sistema materiale in modo che sia identico a quello dato, la cui energia deve venire determinata; dobbiamo perciò assegnare [a tale energia n.d.t.] il valore zero, dato che palesemente non si richiede nessuna variazione esterna per il passaggio dallo stato originario allo stato zero. Ma questo valore zero è univoco, qualunque sia il modo del passaggio, di conseguenza ricaviamo la proposizione: l'equivalente meccanico degli effetti che un sistema materiale provoca nell'ambiente esterno quando, muovendo da uno stato dato, si modifica in modo qualsiasi, ed infine ritorna di nuovo allo stato iniziale (più in breve: quando compie un processo ciclico), è uguale a zero.

Mentre questa proposizione, che esclude la possibilità della costruzione di un perpetuum mobile, discende necessariamente dal principio indicato sopra, essa non ha però, da parte sua, quel principio come logica conseguenza, come osserviamo proprio ora e come più tardi dimostreremo in modo più dettagliato.

Un'altra conseguenza discende dal principio nel modo seguente: noi possiamo pensare l'intero processo A- N che porta il sistema materiale (attraverso certi stati intermedi B, C, M)^(v100) fino allo stato finale N, suddiviso in un numero arbitrario di singoli processi consecutivi: A—B, B—C, M—N, in modo che lo stato finale di ogni singolo processo (tranne l'ultimo)^(v101) coincida con lo stato iniziale del successivo. Allora è chiaro che il valore del lavoro degli effetti esterni per l'intero processo A—N è pari alla somma dei rispettivi importi relativi ai singoli processi e quindi ne consegue la proposizione: l'energia del sistema nello stato A, relativa allo stato zero N, è pari alla somma delle energie negli stati A, B, C, , M relativi ai rispettivi stati zero B, C, D, N oppure, in una formulazione facilmente comprensibile,

$$[AN] = [AB] + [BC] + [CD] + + [MN].$$

A questa proposizione ne aggiungiamo ancora una seconda, ugualmente semplice. Dall'uguaglianza ricavata ora, in unione col principio dell'impossibilità del perpetuum mobile, si ottiene:

$$[AN] + [NA] = [AA] = O$$

da cui

$$[AN] = -[NA]$$

cioè: l'energia del sistema nello stato A, preso in riferimento allo stato N assunto come stato zero, è uguale e di segno opposto all'energia del sistema nello stato N, considerato in riferimento allo stato A come stato zero. Per i simboli adoperati valgono ovviamente le stesse regole di calcolo come per l'addizione geometrica di segmenti.

Possiamo ora usare contemporaneamente le proposizioni qui ricavate per perfezionare la definizione generale del concetto di energia, estendendola anche a quei casi che hanno dovuto finora restare esclusi dalla considerazione (pag.98). Infatti, se non è realizzabile il passaggio dallo stato A allo stato N, ma bensì quello dallo stato N allo stato A (come in uno dei due esempi sopra addotti)^(v102) allora definiamo l'energia cercata [AN] come l'energia [NA] presa col segno opposto e, se la trasformazione è ancor più complicata, introduciamo degli stati intermedi B, C, a piacere e dividiamo l'intero passaggio da A a N in una serie di singoli passaggi, che sono scelti in modo tale che si possano effettuare, ciascuno per se stesso, in verso diretto o contrario. Per questa via dobbiamo sempre giungere, utilizzando le proposizioni addotte, ad un'espressione dell'energia; infatti se così non fosse, se non si potesse combinare un passaggio da A a N attraverso l'inserimento successivo di stati intermedi opportuni, non ci troveremmo di fronte, in questi due stati, lo stesso sistema materiale, per cui diventerebbe assurda fin dall'inizio la questione del valore dell'energia. - Che questo modo di ampliare la definizione dell'energia non nasconda una complicazione del concetto artificialmente introdotta, ma risieda proprio nella natura della questione, si può meglio riconoscere dal fatto che in ogni calcolo pratico dell'energia di un sistema materiale (p.es in termochimica)^(v103) si procede in realtà esattamente come la nostra definizione prescrive, dato che non esiste nessun mezzo nè alcun metodo di misura che

permetta di eludere la via per la quale siamo giunti alla determinazione del valore dell'energia.—

Se l'energia di un sistema materiale in uno stato A determinato viene riferita prima allo stato N, poi ad un altro N' assunti come stato zero, segue, dalla relazione:

$$[AN]—[AN] = [AN] + [N'A] = [N'N]$$

che la differenza, causata dalla diversa scelta degli stati zero, nei valori dell'energia di A viene indicata da una quantità che non dipende dalle proprietà dello stato A, ma solo dalle caratteristiche dei due stati zero. Se perciò nella determinazione dell'energia lasciamo del tutto indeterminata la scelta dello stato zero, nell'espressione dell'energia rimarrà indeterminata solo una certa

costante additiva.

Ma ora vogliamo dare al principio ancora un'altra versione che sarà maggiormente importante per le nostre future considerazioni. Immaginiamo un sistema materiale trasferito per mezzo di un processo qualsiasi da uno stato determinato A ad un altro stato B, allora il valore del lavoro degli effetti esterni così prodotti, nella notazione da noi adottata, è pari a

$$[AB] = [AN]—[BN]$$

dove N rappresenta uno stato del medesimo sistema, scelto in modo del tutto arbitrario, vale a dire: l'energia del sistema (riferita ad uno stato zero N scelto in modo arbitrario)^(v104) a causa del processo effettuato viene diminuita del valore del lavoro degli effetti esterni prodotti oppure, ciò che è lo stesso, l'energia del sistema è aumentata (variata)^(v105) del valore del lavoro degli effetti che, al di fuori del sistema, sono spariti (consumati, spesi)^(v106) per realizzare il cambiamento di stato.

Nel caso particolare in cui il processo avvenga in modo che nell'ambiente esterno non abbia luogo alcun effetto, allora è $[AB] = 0$ quindi $[AN] = [BN]$: l'energia nello stato A è pari a quella dello stato B.

Dunque l'energia di un sistema materiale^(v107) non cambia quando nell'esecuzione di un qualsiasi processo non subentrano variazioni esterne o, in altre parole, quando nel sistema hanno luogo solo azioni interne. In questa forma il principio si presenta come quello della conservazione dell'energia, ed è questa forma quella che, attraverso un'interpretazione un po' modificata del concetto di energia, si dimostra così straordinariamente comoda per l'osservazione diretta, e fruttuosa per il seguito della trattazione. Finora abbiamo, infatti, sempre considerato l'energia di un sistema come una grandezza il cui concetto è essenzialmente connesso con quello degli effetti esterni che il sistema suscita nel caso di una qualsiasi trasformazione; infatti, secondo la definizione, l'ammontare dell'energia viene misurato solo attraverso questi effetti esterni; ne consegue che, se si vuole idealmente attribuire all'energia un qualsiasi substrato materiale, questo lo si deve cercare nel circondario del sistema, solo qui l'energia trova la sua spiegazione e, di conseguenza, anche la sua esistenza concettuale. Fintanto che si prescinde totalmente dalle azioni di un sistema materiale verso l'esterno, non si può neanche parlare della sua energia, poichè allora essa non è definita. In accordo con questa concezione sta la denominazione di Kirchhoff dell'energia come "funzione d'azione". D'altro canto vediamo dalla forma del principio ultimamente dedotta, che l'energia di un sistema rimane costante se un processo da esso eseguito non produce alcun effetto esterno, per quanto le azioni interne possano essere estese e diversificate. Questa proposizione ci porta a concepire l'energia contenuta in un

sistema come una grandezza idealmente esistente e indipendente dalle azioni esterne. Il sistema possiede un certo quantum⁽ⁿ¹¹⁾ di energia che (fissato lo stato iniziale)^(v108) è interamente determinato dallo stato istantaneo, e potrebbe ogni volta (mediante riconduzione allo stato zero)^(v109) venire calcolato. Questo quantum rimane costante, viene conservato finchè il sistema non produce, o rispettivamente riceve, alcun effetto esterno e, attraverso le azioni interne, viene modificato solo il suo aspetto, non il suo valore. Dobbiamo quindi rappresentarci l'energia come insita nel sistema stesso, come una specie di riserva (secondo C. Neumann: "un capitale") indistruttibile da parte delle azioni interne, e questa concezione è estremamente comoda per l'osservazione diretta, data la sua analogia con il comportamento della materia che pure è trasformabile in diversi aspetti rimanendo invariata nella sua quantità (massa). Allo stesso modo in cui la massa totale di un corpo è rappresentabile come la somma delle masse delle singole sostanze chimiche in esso contenute, così l'energia di un sistema è composta dalla somma delle singole forme di energia, e si possono seguire le variazioni e trasformazioni di queste forme differenti fin nei più piccoli dettagli come le modificazioni della materia, cosa di cui in seguito troveremo numerosi esempi. Senza dubbio si basa in gran parte su questa analogia la facilità relativamente stupefacente e la vittoriosa chiarezza con cui il principio della conservazione dell'energia si conquistò nel giro di pochi anni il riconoscimento generale e si stabilì nelle convinzioni di ognuno.

Si potrebbe a questo punto sollevare la questione se poi sia effettivamente utile, per il sano sviluppo ulteriore del principio, allontanarsi in questo modo dalla definizione primaria del principio e attribuirgli un particolare significato fisico che, in fin dei conti, si fonda solo su di un'analogia e non dà adito dunque di per sé ad alcuna conclusione. In effetti bisogna ammettere che questa questione non può essere del tutto esclusa a priori, si può addirittura dimostrare che proprio attraverso questa concezione modificata il concetto di energia (non il suo valore, che è dato una volta per tutte dalla definizione generale) diventa qualcosa di indeterminato. Si pensi p.es. alle differenti interpretazioni che si possono dare al concetto di energia elettrostatica di un sistema di conduttori carichi in condizione di equilibrio. Alcuni cercano l'energia in uno stato vincolato dei dielettrici che circondano il sistema, esteso nello spazio a tutti i dielettrici, altri in un effetto a distanza delle cariche elettriche dei conduttori distribuite sulle superfici dei conduttori. Fintanto che si lascia irrisolta la contrapposizione tra le due teorie, vale a dire se ci si limita alla considerazione degli eventi nella natura che si possono spiegare in modo ugualmente soddisfacente con entrambe, la questione rimane del tutto aperta; l'indeterminatezza si trova dunque nel concetto di energia, non si conosce il posto che le si deve assegnare e non si ha alcun mezzo per trovarlo. Se ci si fosse, invece, arrestati alla definizione originaria, si sarebbe dovuta intendere l'energia solo come un numero determinato, come un certo ammontare di lavoro, nel qual caso, naturalmente, ogni indeterminatezza del concetto sarebbe esclusa.

Però è evidente proprio nell'esempio citato, cui seguiranno più tardi ancora altri, che l'interpretazione sostanziale del concetto di energia, di cui si parla qui, è connessa non solo ad una maggiore chiarezza ma anche direttamente al progresso nella conoscenza. Questo progresso si fonda sull'impulso per un proseguimento della ricerca fisica. Non ci si dovrà allora limitare a conoscere il valore numerico dell'energia del sistema, ma si cercherà di dimostrare in particolare l'esistenza di diverse forme di energia nei diversi elementi del sistema e di seguirne la transizione in altre forme e verso altri elementi, allo stesso modo come il movimento di un quantum di materia nello spazio. Ma non appena ci si addentra in questa questione, l'indeterminatezza che prima risiedeva nel concetto stesso assume la forma di un problema fisico risolubile, e

infatti c'è da aspettarsi che a questo modo, attraverso la ricerca dei modi di azione di tutti gli agenti attivi in natura fino nei minimi particolari, anche il significato fisico dell'energia diventi del tutto determinato, cosicchè possiamo allora considerare l'energia totale di un sistema materiale semplicemente come un aggregato di singoli elementi, ciascuno dei quali ha una propria determinata e particolare sede nella materia. Dobbiamo ammettere certamente che questa concezione (per così dire materiale) dell'energia come una riserva di azioni, la cui quantità è determinata dallo stato istantaneo del sistema, probabilmente più tardi avrà compiuto il suo servizio, e farà posto ad un'altra concezione, più generale e più elevata: al momento presente è ad ogni modo competenza della ricerca fisica costruire dappertutto fin nei minimi dettagli questa concezione come la più evidente e la più feconda, e valutare le sue conseguenze alla luce all'esperienza; in questa direzione si può scoprire ancora qualche nuovo punto di vista, come vedremo in seguito.

Mentre ci accingiamo ad attuare sistematicamente questo compito, con il che contemporaneamente faremo conoscenza delle forme del principio più comode per l'applicazione, partiamo dalla considerazione di un processo qualsiasi, che si svolga nella natura, con un qualsiasi sistema materiale. Un tale processo consiste sempre in una serie di variazioni che il sistema subisce, e precisamente si possono sempre distinguere due casi. O le variazioni che hanno luogo nel sistema sono completamente indipendenti dall'ambiente esterno nel quale si trova il sistema, così che il processo si svolgerebbe esattamente allo stesso modo se si pensasse rimossa dallo spazio tutta la materia non appartenente al sistema, in questo caso parliamo solo di effetti interni. Oppure: lo svolgimento del processo è essenzialmente influenzato dalla presenza di corpi esterni, allora dobbiamo prendere in considerazione, oltre agli eventuali effetti interni, anche quelli esterni. È chiaro che questa distinzione tra effetti interni ed esterni non è assoluta, ma dipende essenzialmente dalla scelta del sistema materiale: possiamo far diventare interno ogni effetto esterno considerando i corpi, nei quali o tra i quali esso ha luogo, inclusi nel sistema, e perciò possiamo sempre, per un arbitrario ipotetico processo, con opportune estensioni del sistema, far sì che ogni variazione si presenti come effetto interno. In senso stretto non esiste di norma alcun processo che consista solo di effetti interni; dato che tutti i corpi dell'universo stanno in continua scambievole relazione l'uno con l'altro, così che, per quanto noi estendiamo ulteriormente il nostro sistema materiale, ci sarà sempre materia al di fuori dello stesso che eserciti su di esso un qualche effetto. Invece: dappertutto dove ciò che importa sono i numeri, è sufficiente prendere in considerazione solo quelle grandezze che si trovano al di sopra di un certo limite minimo, così che noi di fatto, in ogni fenomeno della natura, malgrado l'esclusione di un numero infinito di corpi, riusciremo sempre a far sì che si debbano analizzare solo gli effetti interni. Nelle considerazioni immediatamente successive vogliamo sempre considerare effettuata questa scelta del sistema, così che, per il momento, si parlerà sempre solo di effetti interni.

In questo caso il principio della conservazione dell'energia, secondo pagina 102, si esprime nella forma che l'energia del sistema è una grandezza costante, immutabile nel tempo. Se quindi indichiamo lo stato del sistema al momento dell'inizio delle variazioni come stato iniziale, e un altro ad esso successivo (in un tempo finito o infinitamente piccolo)^(v110) come stato finale del processo, allora l'energia del sistema nello stato iniziale è uguale a quella dello stato finale, ovvero: la differenza fra le energie nello stato iniziale e finale è uguale a zero. Per poter utilizzare vantaggiosamente questa proposizione è necessario allora conoscere l'espressione generale dell'energia del sistema. Ma l'energia è, come sappiamo, determinata interamente dallo stato istantaneo del sistema (a meno di una costante additiva)^(v111), si

deve quindi poterla rappresentare come una funzione univoca di quelle grandezze che determinano questo stato. Si tratta perciò, ora prima di tutto, della questione: quali grandezze determinano lo stato di un sistema materiale? e questa questione ci conduce innanzitutto ad una discussione più rigorosa del concetto di stato.

Se ci si limita alla considerazione di fenomeni di movimento, si può contrassegnare lo stato di un sistema di punti^(v112) come la totalità delle posizioni e delle velocità di tutti i punti del sistema. Gli elementi rappresentativi dello stato sono dunque le coordinate spaziali dei punti e le loro derivate prime rispetto al tempo, solo da queste grandezze dipende l'energia del sistema; quando queste sono date, è determinato pure l'intero svolgimento del movimento, e di conseguenza tutte le variabili del sistema, in funzione del tempo. Questa definizione dello stato non si adatta, però, a qualsiasi fenomeno fisico e intendiamo perciò formulare la definizione più in generale nel modo seguente: lo stato di un sistema materiale in un determinato istante è l'insieme di tutte quelle grandezze i cui valori istantanei determinano l'intero andamento temporale del processo che ha luogo nel sistema. (Gli effetti esterni sono qui, appunto, esclusi.). L'energia del sistema appare dunque come una funzione determinata di queste grandezze.

A questi "elementi rappresentativi dello stato" (in breve "grandezze di stato") appartengono, oltre alle già citate variabili concernenti la meccanica, pure la temperatura, la densità elettrica e magnetica, l'intensità di corrente galvanica, etc. Sono invece escluse grandezze come l'accelerazione, la velocità di conduzione del calore^(v113), etc., poichè queste grandezze sono sempre già determinate attraverso le precedenti; dunque la loro conoscenza non è più necessaria per la determinazione dell'andamento temporale di un processo. Questo vale anche quando, come nella legge elettrica fondamentale di Weber, la forza viene posta come dipendente oltre che dalla posizione e dalla velocità anche dall'accelerazione; poichè d'altra parte la forza è assunta proporzionale all'accelerazione⁽¹⁴⁷⁾, si ottiene infine sempre una relazione che riconduce l'accelerazione una volta per tutte alla posizione ed alla velocità, così che essa non può mai esser assegnata in modo arbitrario, punto che a volte è stato trascurato.

In generale le grandezze di stato saranno indipendenti l'una dall'altra, così che per poter descrivere lo stato in modo completo bisogna conoscere il valore di ciascuna di queste variabili; frequentemente però accade che tra queste diverse grandezze sia prestabilita, da condizioni fisse e date a priori, una serie di relazioni, le quali fanno dipendere alcune di esse dalle rimanenti. Uno di questi casi si ha, p.es., nella meccanica quando tra le coordinate dei punti in movimento esistono determinate equazioni di condizione, come nel caso di due punti qualsiasi congiunti tra loro da una retta di lunghezza costante. Allora è chiaro che posizione e velocità non sono indipendenti l'una dall'altra, bensì lo stato è già determinato da un numero di variabili minore rispetto al caso in cui i punti siano del tutto indipendenti.

Casi simili s'incontrano spesso in altri processi. P.es. la legge di Ohm rappresenta una tale relazione tra le grandezze di stato quando viene applicata alla corrente stazionaria di una batteria galvanica. La forza elettromotrice della catena (somma delle tensioni elettriche di ogni coppia di conduttori a contatto), la resistenza e l'intensità di corrente sono tutte grandezze di stato, i valori di tutte e tre le grandezze devono perciò, in generale, essere dati in modo indipendente l'uno dall'altro se si vuole determinare lo stato istantaneo dell'intero sistema di corpi che conduce la corrente; solo che la condizione, posta a priori, che lo stato sia stazionario, è causa di una dipendenza di queste grandezze l'una dall'altra, così che una di esse appare determinata per mezzo delle altre due. Se si lascia cadere questa condizione, nulla impedisce di

supporre che in un certo istante esista un'intensità di corrente che non corrisponde al valore richiesto dalla legge di Ohm per lo stato stazionario, e finchè questa intensità non viene precisata non si può certo considerare lo stato come determinato; l'intensità di corrente in generale non rimarrà costante ma varierà in un certo modo per passare eventualmente allo stato stazionario. Questo, p.es., appare nel fenomeno del graduale aumento di una corrente dall'istante in cui viene chiuso il circuito; l'intensità cresce quindi in un tempo più o meno lungo, da zero al suo livello costante. Ma la legge di Ohm, presa nel suo significato generale, non esprime affatto una relazione tra le grandezze di stato, poichè l'espressione generale della forza elettromotrice contiene un termine che proviene dall'induzione da parte della propria corrente o di una estranea, e questo termine contiene da parte sua la derivata dell'intensità di corrente rispetto al tempo, che non fa parte delle grandezze di stato.

Consideriamo ancora un esempio ulteriore: la magnetizzazione temporanea. Se si pone, secondo la teoria usuale fondata da Poisson, il momento magnetico di un corpo magnetizzato per induzione, p.es. ferro dolce, proporzionale alla forza magnetizzante, si ottiene in questo modo di nuovo una relazione tra pure grandezze di stato, poichè anche la forza magnetica può essere appunto espressa direttamente dallo stato magnetico del corpo e dell'ambiente. Ma d'altra parte è altrettanto noto che questa relazione si riferisce solo ad un certo stato di equilibrio raggiunto dopo il trascorrere di un tempo finito^(v114) e che, nel caso si tenga conto di questo tempo, si può benissimo partire da uno stato nel quale il momento magnetico non ha ancora raggiunto il valore che assumerebbe nello stato di equilibrio in conseguenza di una determinata forza magnetizzante. È in ogni caso chiaro che ogni stato stazionario e ogni stato di equilibrio implicano una particolare equazione di condizione tra le grandezze di stato.

Ciò che rende così importante per le nostre considerazioni questa dipendenza, subentrante in determinati casi tra le grandezze di stato è la circostanza che in ciascuno di tali casi l'espressione dell'energia si può esprimere in diverse forme e perciò dà motivo proprio a quell'indeterminatezza del concetto già denunciata a pagina 104. Vediamo ora infatti come si giunga all'espressione dell'energia nel caso di un dato sistema materiale in un certo stato. Innanzitutto bisogna tener presente che il valore numerico di questa grandezza, come risulta dalla definizione generale dell'energia, è sempre determinato in modo univoco; esso si trova, secondo le prescrizioni della definizione, quando, dopo aver dapprima fissato in modo arbitrario uno stato zero, si misura nel modo indicato il valore del lavoro degli effetti esterni che vengono provocati nel passaggio allo stato zero. Se è stato trovato il valore numerico per un determinato caso, non si ha ancora naturalmente l'espressione generale dell'energia del sistema nella sua dipendenza dalle grandezze di stato, ma si deve ulteriormente esaminare come cambia il valore numerico trovato, se vengono variati gli elementi rappresentativi del sistema. Questa indagine rientra nel compito generale di ogni ricerca sperimentale, per la quale si tratta di stabilire per tentativi la dipendenza quantitativa di un fenomeno da un altro. Posto ora che sia stata trovata la legge di questa dipendenza, si potrà allora esprimere l'energia del sistema come funzione delle grandezze di stato e così si è assolto al compito.

Ma proprio qui si dovranno distinguere due casi. Se le grandezze di stato hanno subito variazioni in tutti i modi possibili, allora si può rappresentare il valore dell'energia in un unico modo come funzione di queste grandezze, poichè allora le variabili sono tutte indipendenti l'una dall'altra. Questa funzione verrà da noi chiamata, in seguito, espressione “primaria” dell'energia, essa ha validità generale e incondizionata. Spesso però succederà che non si sia partiti da tutte le possibili combinazioni dei valori delle grandezze di stato, ma solo, p.es., da

stati di equilibrio o stazionari o in genere da quegli stati la cui varietà, come precedentemente illustrato, è limitata da una o più equazioni vincolari tra le grandezze di stato. In ognuno di questi casi l'espressione dell'energia come funzione delle grandezze di stato non è determinata in modo univoco ma può essere espressa in forme diverse, coll'utilizzo di quelle equazioni, sostituendo una qualsiasi variabile con un'altra qualsiasi; è allora impossibile anche decidere la forma dell'espressione primaria dell'energia, e così rimane fintanto che ci si limita agli stati considerati. Si vede dunque da qui, tra l'altro, che il calcolo dell'energia a partire dagli stati di equilibrio, o anche solo stazionari, non può mai condurre all'espressione primaria della stessa, come si può già scorgere dall'esempio, addotto a pagina 104, di uno stato di equilibrio elettrostatico. Difatti fino ad oggi non è ancora deciso con sicurezza quale delle due forme indicate rappresenti l'espressione primaria dell'energia e si può, fino ad allora, considerare come primaria ciascuna delle stesse ad arbitrio^(a6) L'analogo vale per gli altri casi presentati a pagina 108 e seg.. Prendiamo p.es. una corrente galvanica stazionaria d'intensità i , forza elettromotrice e , resistenza complessiva w , allora si può esprimere il calore di Joule prodotto nell'unità di tempo nella resistenza w in diversi modi: come $i^2 \cdot w$ oppure come $c \cdot i$ o anche come c^2/w . Quale di questi valori sia da considerare come espressione primaria della produzione di energia può essere deciso solamente se si passa da correnti stazionarie a non stazionarie, cioè si rinuncia alla condizione che lega l'una all'altra le grandezze di stato; si trova allora che solo $i^2 \cdot w$ rappresenta l'espressione primaria cercata dell'energia.

Vogliamo ancora discutere un caso parimenti pertinente, che riguarda la determinazione dell'energia di un corpo elastico. Quando un corpo perfettamente elastico (solido o fluido)^(v115) in virtù delle sue forze interne compie dei movimenti (oscillazioni) senza subire alcun intervento dall'esterno che sia collegato alla prestazione di lavoro, la sua energia è, secondo il nostro principio, indipendente dal tempo. Assumiamo ancora che il movimento sia tale che eventuali differenze di temperatura, sorte a causa delle deformazioni nel corso del processo, non vengano compensate dalla trasmissione del calore, come p.es. si può di regola presupporre nelle vibrazioni sonore; in tal caso lo stato istantaneo del corpo è sempre già determinato dalla posizione (deformazione) e velocità di tutte le sue particelle, in particolare la temperatura di una particella dipende solo dalla sua deformazione e perciò si può rappresentare anche il valore dell'energia solo come funzione della posizione e della velocità. Siccome poi la velocità è contenuta nell'espressione dell'energia sotto forma di forza viva, dall'invariabilità dell'energia totale possiamo trarre la conclusione che la somma della forza viva e di una certa funzione della deformazione è costante durante l'intero movimento. Questa funzione della deformazione assume notoriamente il nome di funzione delle forze o potenziale delle forze elastiche, essa rappresenta quel tipo di energia che è causato dalla totalità delle deformazioni. Tuttavia bisogna considerare che questa forma del valore dell'energia non è derivata dallo stato più generale del corpo, bensì solo da quegli stati che risultano separati l'uno dall'altro quando si esclude la trasmissione del calore. Abbiamo qui di nuovo il caso di un condizionamento tra le grandezze di stato, e difatti si può facilmente dimostrare che la funzione delle forze non costituisce l'espressione primaria dell'energia; essa perde perciò il suo significato se si elimina la limitazione fatta qui e si passa alla considerazione di stati più generali.

Questo appare nel modo più chiaro nel caso dei moti dei cosiddetti gas perfetti, poichè per essi è nota in generale l'espressione primaria dell'energia. Consideriamo dunque un tale gas, che compie oscillazioni, magari a volume totale costante, in modo

che rimangano esclusi effetti esterni, e calcoliamo dapprima la sua funzione delle forze col presupposto, stabilito sopra, che non abbia luogo alcuna conduzione di calore all'interno. Allora la pressione p di una particella materiale è completamente determinata dal suo volume w , infatti:

$$p = \frac{C}{v \frac{c_p}{c_v}}$$

dove C è una costante che dipende dalla natura del gas, c_p e c_v indicano i due calori specifici e la funzione delle forze assume il valore

$$-\int p dv = \frac{1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} \cdot \frac{C}{v \frac{c_p}{c_v} - 1} + \text{cost}$$

Conseguentemente al principio della conservazione dell'energia, la somma della forza viva totale delle oscillazioni e della funzione delle forze estesa a tutte le particelle materiali è indipendente dal tempo. La funzione delle forze non costituisce però l'espressione primaria dell'energia, essa, in unità di massa, risulta piuttosto $c_v \cdot \theta + \text{cost}^{(v116)}$ del tutto indipendente dal volume. In questo caso è la temperatura assoluta, c_v è riferita ad unità meccaniche di lavoro. Possiamo dunque ad ogni modo esprimere la medesima proposizione anche nel caso in cui al posto della funzione delle forze (riferita all'unità di massa)^(v117) usiamo l'espressione $c_v \cdot \theta + \text{cost}$. In effetti ci si convince immediatamente che entrambe le espressioni, sotto le condizioni qui assunte, sono equivalenti, dato che:

$$\frac{1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} \cdot \frac{C}{v \frac{c_p}{c_v} - 1} = \theta$$

infatti da questa, utilizzando il valore precedentemente indicato di p , otteniamo

$$\frac{1}{c_p - c_v} \cdot p v = \theta$$

equazione che vale del tutto in generale per ogni stato di un gas perfetto.

Finchè ci si attiene al tipo di movimento qui considerato, è del tutto indifferente quale delle due forme di energia venga posta a base del calcolo e della visione concettuale; quella nominata per prima ha persino il vantaggio di non richiedere affatto di tener conto dei cambiamenti di temperatura; perciò la si utilizza principalmente nello studio delle proprietà elastiche. Non appena però viene infranta la limitazione posta, diventa necessario ricorrere all'espressione

primaria dell'energia.

Siccome il raggiungimento della forma primaria dell'energia è, come abbiamo visto, legato alla soppressione di ogni condizione limitativa tra le grandezze di stato, non si può mai affermare di trovarsi veramente in possesso di questa forma primaria, poichè non si ha in alcun modo la certezza che gli stati, coi quali si opera, siano in realtà i più generali. Così p.es. si usa considerare come espressione primaria dell'energia di due masse gravitanti l'una verso l'altra, il prodotto di queste masse diviso per la loro distanza, interpretazione questa che scaturisce dall'idea di un'azione diretta a distanza. Però sarebbe benissimo pensabile, ed in considerazione della direzione che l'evoluzione delle tecniche fisiche ha preso nei tempi più recenti, addirittura non inverosimile, che ad un certo momento si receda da questa concezione di una forza di attrazione immediata, istantaneamente operante a distanza, e si sostituisca al suo posto un'azione che si propaga da particella a particella in un tempo finito attraverso il mezzo intermedio mediante un'appropriata deformazione dello stesso. Se questa concezione dovesse veramente affermarsi, non potremmo più considerare come primaria l'espressione dell'energia finora utilizzata, la sua validità dipende dalla condizione che l'azione proveniente da una massa sia già giunta all'altra e che si sia formato nel mezzo intermedio uno stato stazionario. Questo stato però non è il più generale, e infatti l'espressione primaria dell'energia dovrebbe modificare la sua forma e rappresentarsi come integrale da estendere a tutto il mezzo intermedio. È chiaro che questa questione resta aperta e che ciascuna delle due espressioni dell'energia è ugualmente valida fintanto che si rinuncia alla ricerca di un tale stato più generale. Abbiamo già più sopra (pag.105) segnalato come la questione concernente l'espressione primaria dell'energia operi in modo stimolante per la ricerca di nuovi fenomeni.

Assumiamo, per il seguito, di conoscere l'espressione primaria dell'energia nella misura in cui la portata generale degli stati da noi considerati sia sufficiente. Dovunque non vi sia questa certezza limitiamo preferibilmente, per il momento, quella portata generale; per esempio quando in elettrostatica^(v118) ci limitiamo a considerare stati di equilibrio (della carica dettrica)^(v119) possiamo lasciare del tutto indeterminato se si debba cercare l'energia elettrostatica con Faraday-Maxwell all'interno del dielettrico o con Coulomb-Weber sulla superficie dei conduttori, e considerare a piacere ognuna delle espressioni corrispondenti come l'espressione primaria dell'energia⁽ⁿ¹²⁾. Del resto vogliamo immaginarci il sistema materiale fondamentale nelle circostanze le più molteplici possibili: vi si possono trovare corpi in movimento od in quiete, più caldi o più freddi, luminosi o oscuri, conduttori o non conduttori, corpi elettrici attraversati da correnti e corpi magnetici, in breve nel sistema possano esser rappresentati tutti i possibili fenomeni fisici. Allora si manifesta in primo luogo il fatto singolare che l'espressione (primaria)^(v120) dell'energia compare sotto la forma di una somma i cui singoli termini sono composti da determinate grandezze di stato corrispondenti alle singole particolari forme del fenomeno. Con ciò il valore dell'energia totale si scompone da solo in un gran numero di singole energie, che sono indipendenti l'una dall'altra e di cui ognuna deriva in modo particolare da una singola proprietà dello stato considerato. Siamo perciò indotti a distinguere nel sistema diversi tipi di energia: energia meccanica, termica, chimica, elettrica e magnetica, sommando le quali otteniamo l'energia totale del sistema.

Questo fatto, che possiamo contrassegnare come principio di sovrapposizione (superposition) delle energie, è essenzialmente in relazione con la circostanza che molti fenomeni che compaiono in natura procedono in modo del tutto indipendente l'uno

dall'altro: il riscaldamento di un corpo non modifica la sua gravità, una carica elettrostatica non ha influenza sul magnetismo, etc., sia che questa circostanza venga considerata causa o conseguenza di quel fatto. Vogliamo qui accettare il principio della sovrapposizione delle energie, che esprime la generalizzazione di tutta una serie di proposizioni ben note in fisica, semplicemente come dato dall'esperienza: esso ci fornirà, nell'ulteriore trattazione del nostro lavoro, un aiuto estremamente valido per l'accesso ad ulteriori deduzioni dal principio di conservazione.

Per facilitare la visuale complessiva sui singoli termini di quella somma di energie si è proceduto a delle suddivisioni della stessa secondo diversi punti di vista, quale, oltre a quella già accennata che si basa sulla diversità dei singoli fenomeni della natura e che può esser ben ritenuta la più ovvia, la suddivisione in due addendi: energia in atto e potenziale (energia del movimento e della posizione, pag. 68). Questa suddivisione si basa sull'assunto che tutte le variazioni in natura abbiano carattere meccanico; essa computa tutti i termini dipendenti solo dalla velocità come energia in atto, quelli che dipendono solo dalla posizione come energia potenziale. Da quando si è trovato, però, che vi sono anche tipi di energia che sono determinati insieme dalla posizione e dalla velocità, l'utilizzo di questa suddivisione è diventato alquanto dubbio. Questo è il caso p.es. dell'energia cosiddetta elettrocinetica di una corrente galvanica, la quale non dipende solo dall'intensità della corrente, ma anche dalla posizione relativa dei singoli elementi [attraversati dalla n.d.t.] corrente; che questa energia si debba ritenere in atto oppure potenziale non si può intravedere con chiarezza, abitualmente, invero, accade il primo caso. (Cfr. 3° Cap.). In fondo ciò non ha naturalmente nessuna importanza, poichè il valore dell'energia totale rimane invariato da questa diversità di veduta. Un altro modo di suddivisione è fornito dalla distinzione tra energia interna ed esterna, in cui come energia esterna s'intende sostanzialmente la stessa cosa indicata in senso stretto come energia meccanica (energia del movimento di massa); come energia interna, quindi, il resto dell'energia totale. In tempi più recenti Helmholtz, ancora secondo un altro punto di vista, precisamente la possibilità di trasformazione diretta in lavoro meccanico, ha proceduto alla suddivisione in energia libera e vincolata.

Mentre rimandiamo la discussione delle singole forme di energia all'ultimo capitolo di questo scritto, vogliamo qui, per ora, solo accennare alla comodità derivante dal principio della sovrapposizione dell'energia per la rappresentazione del concetto e per il calcolo del valore dell'energia totale. Dopo di ciò possiamo immaginarci l'energia totale del sistema come una riserva composta da un semplice incolonnamento di singole energie, proprio come il peso totale di un corpo è dato dall'accumulo l'uno sull'altro di tutti gli elementi chimici in esso contenuti. Inoltre la grandezza di ogni singolo tipo di energia può essere calcolata singolarmente, in modo del tutto indipendente da altre proprietà del sistema considerato, purchè si conoscano le particolari grandezze di stato che ad essa corrispondono. Giungiamo quindi ad assegnare idealmente ad ogni forma di energia il suo posto particolare nella materia e raggiungiamo con ciò il vantaggio pratico di una visuale semplificata delle singole forme di energia, il che ci preserva dall'errore di tralasciare nel calcolo dell'energia totale la considerazione di una di esse. In generale ad ogni forza attiva nel sistema, o comunque ad ogni particolare proprietà del sistema, corrisponde una particolare forma di energia che si può immaginare come localizzata nel posto stesso in cui si manifesta quella proprietà.

Qualora nel sistema siano attive solo quelle forze che operano solo a distanze incommensurabilmente piccole, l'effetto su una qualsiasi particella materiale dipenderà soltanto dallo stato di questa particella stessa, o da quello del suo ambiente immediatamente circostante, e allora l'energia del sistema si ottiene semplicemente

dalla somma delle energie di tutte le sue particelle materiali. E però essenzialmente diverso quando sono presenti forze che operano direttamente a distanza, poichè l'energia determinata da una tale forza dipenderà in generale dalle stesse grandezze come la forza stessa e quindi soprattutto dalla distanza dei due elementi che agiscono l'uno sull'altro. In questo caso l'energia, secondo la sua definizione concettuale, è basata sulla posizione contemporanea di entrambi gli elementi, la sua sede non si trova quindi in un unico punto nello spazio e non si può più porre l'energia totale uguale alla somma delle energie dei singoli elementi materiali, piuttosto bisogna aggiungere a questa somma ancora quelle forme di energia che sono provocate dalle azioni a distanza fra coppie di elementi. Ammesso ora di aver trovato l'espressione dell'energia totale come somma delle singole forme di energia, dobbiamo allora porre il suo valore indipendente dal tempo per ogni variazione del sistema, mentre le singole forme di energia possono modificare la loro grandezza l'una a spese dell'altra; quindi ogni processo, che accade in natura, si può intendere come una trasformazione, l'una nell'altra, delle singole forme di energia mentre la loro somma, la riserva totale di energia presente nel sistema, non può essere nè aumentata nè diminuita.

Vogliamo ora avanzare di un passo. Le considerazioni finora fatte si riferivano a variazioni del sistema, causate esclusivamente da effetti interni, mentre la materia non appartenente al sistema non esercitava alcun influsso su di esso. Se l'applicazione del principio dovesse limitarsi solo a questo caso, allora se ne trarrebbe relativamente poco vantaggio, dato che esso ci fornirebbe un'unica equazione, proprio quella che esprime la costanza dell'energia. Inoltre, per un dato processo si dovrebbe, per poter escludere tutti gli effetti esterni, in generale includere sempre nel sistema un considerevole numero di corpi, perciò il numero delle grandezze che determinano lo stato sarebbe cospicuo e quell'unica equazione del principio della conservazione dell'energia servirebbe poco. Vogliamo ora però dimostrare che dal principio possiamo ricavare in generale, per un qualsiasi processo che ha luogo in un sistema materiale, non soltanto una ma un numero infinito di equazioni, così che lo stesso ci può spesso servire per determinare in modo univoco l'intero svolgimento temporale del processo.

Qui l'analogia del nostro principio con quello della conservazione della materia si mostra in tutta la sua fecondità. La somma delle masse ponderabili contenute in natura è invariabile, però esse cambiano la loro posizione nello spazio; se dunque consideriamo un determinato, circoscritto, volume di spazio, la massa ivi contenuta non è in generale costante, ma la variazione (aumento) di questa massa in un certo intervallo di tempo è pari alla massa entrata in questo tempo dall'esterno nel volume. Una proposizione del tutto analoga la possiamo dedurre per l'energia di un sistema materiale. Infatti allo stesso modo in cui la materia cambia la sua posizione nello spazio, mentre la somma rimane costante, così l'energia cambia la sua posizione e la sua forma nella materia, cosicchè possiamo fare la seguente considerazione: in un sistema materiale che non sia sottoposto ad alcuna azione dall'esterno, l'energia rimane costante. Scegliamo ora dal sistema un complesso a piacere di elementi materiali e consideriamoli come un particolare sistema; esso avrà quindi la sua particolare energia, che può esser descritta secondo il modello dell'espressione dell'energia del sistema totale. Questa energia in generale non resterà costante, essa lo sarebbe solo se il sistema considerato nel corso del processo non subisse alcuna azione dall'esterno, cosa che in generale non avverrà; perciò l'energia si modifica, e precisamente a misura delle azioni esterne. Attraverso le azioni esterne viene introdotta (trasferita), dall'esterno nel sistema, dell'energia (positiva o negativa)^(v121), in un ammontare che viene determinato attraverso la proposizione sviluppata a pag. 102: la variazione (aumento)^(v122) dell'energia, corrispondente ad una determinata variazione dello stato di un sistema

materiale, è pari al valore del lavoro delle azioni che sono state consumate all'esterno del sistema per attuare la modificazione dello stato. Naturalmente in questa proposizione è inclusa la precedente come caso particolare poiché, se non ha luogo alcuna azione esterna, non può neanche essere trasferita energia nel sistema.

L'indicata analogia con la variazione della materia contenuta in un determinato volume di spazio vale solo fino ad un certo limite, che consiste nel fatto che la massa totale esistente in uno spazio è pari alla somma delle masse contenute nelle singole porzioni di spazio, mentre una simile proposizione non esiste per l'energia totale contenuta in un sistema materiale, per lo meno non quando si ammette l'actio in distans (pag.118). L'energia di un sistema contiene piuttosto, oltre alla somma delle energie delle singole parti materiali, ancora altre forme di energia e perciò il suo comportamento diventa un po' più complicato.

Quando, a causa di un dato processo, un sistema materiale subisce una determinata variazione di stato, si può spesso facilitare essenzialmente il calcolo del valore del lavoro delle azioni esterne impiegate, considerando che questo valore del lavoro è del tutto indipendente dalla via per la quale è stata prodotta la variazione dello stato e che quindi in luogo del processo dato e delle azioni esterne date se ne possono sostituire altri a piacere, basta che essi suscitino la medesima variazione dello stato del sistema; infatti allora anche il valore del lavoro cercato è di nuovo lo stesso. Consideriamo a questo proposito un esempio preso dalla meccanica. L'energia di un corpo (con uno stato interno costante)^(v123) considerato in moto, è la sua forza viva; essa rimane costante fintanto che non hanno luogo effetti esterni. Qualora però dall'esterno agissero sul corpo delle forze di natura meccanica si avrebbe attraverso di esse un trasferimento di energia al corpo. Gli effetti esterni inoltre possono essere di tipo estremamente vario, a seconda della natura delle forze ipotizzate (forze d'urto, di attrito, forze che operano a distanza), nell'ambiente circostante possono quindi essersi verificate variazioni esterne di tipo meccanico o interne di tipo molecolare oppure termiche o elettriche: il valore di lavoro di queste azioni esterne è però sempre pari al lavoro che le forze ipotizzate compiono sul corpo, qualsiasi sia la loro origine. Questo è dunque l'ammontare^(v124) dell'energia trasferita nel corpo, cioè l'incremento della sua forza viva.

Si vede ora facilmente che il numero delle applicazioni del principio nella sua ultima formulazione è, per un dato processo, addirittura infinito, sia per quanto riguarda il tempo che la materia. Infatti possiamo porre a base della considerazione, da un lato un tempo grande o piccolo a piacere, in particolare un tempo infinitamente piccolo, del quale ci serviamo per processi elementari, dall'altro un complesso di elementi materiali grande o piccolo a piacere, in particolare uno infinitamente piccolo cioè un corpo elementare; per ognuno di tali complessi il principio fornisce una particolare equazione. Si deve ogni volta scegliere quella combinazione per la quale il calcolo si configura nel modo più comodo e si deve naturalmente avere sempre l'avvertenza di fissare a priori in modo preciso il sistema materiale posto a base - lo chiameremo in seguito brevemente "sistema base"-.

Prendiamo p.es. un qualsiasi quantum di gas che viene modificato nel suo stato per compressione o afflusso di calore dall'esterno. Fintanto che consideriamo il solo gas come sistema base, le azioni esterne utilizzate consistono nella variazione della posizione del corpo sotto compressione e nella cessione di calore da parte del serbatoio di calore utilizzato; l'energia del gas aumenta dunque del valore di lavoro della compressione e del calore fornito. È inoltre completamente indifferente se la compressione viene realizzata mediante un pistone pesante, che abbassandosi fornisce lavoro, oppure mediante un altro gas che si espande, e con ciò perde calore etc. Ciò

che qui importa è soltanto ed unicamente il lavoro meccanico con il quale si può realizzare appunto questa compressione, è indifferente in quale modo. (Pag.121)^(v125). Assumiamo ora più in particolare che la compressione venga realizzata con un pistone caricato di un peso che faccia equilibrio alla pressione del gas, e includiamo questo peso nel sistema base; in tal modo scompare il lavoro di compressione come azione esterna, invece al suo posto subentra il lavoro della forza di gravità, derivante dall'attrazione della terra, agente sul peso, uguale in grandezza al precedente. Se noi poi includiamo anche la terra nel sistema base, scompare del tutto come azione esterna il lavoro di cui si è parlato, mentre compare nell'espressione dell'energia del sistema base un nuovo termine, e cioè l'energia data dalla gravità del peso, funzione dell'altezza alla quale esso si trova. Come queste considerazioni appaiono semplici ed evidenti per il caso esposto, altrettanto diventano importanti non appena si passi da questi stati semplici ad altri alquanto più complicati nei quali, p.es., il peso premente possiede una determinata velocità e la pressione del gas non è più pari al peso del carico.

Forse non dovrebbe riuscire inopportuno, in questa occasione, far cenno ad una forma di linguaggio che, se erratamente intesa, può facilmente dare motivo a malintesi. Si parla talvolta di energia di un corpo pesante come prodotto del suo peso per l'altezza del suo baricentro. Questa definizione non è pertinente se si pensa il corpo come sistema base, poichè l'energia di un corpo dipende sempre soltanto dal suo proprio stato, mai contemporaneamente dalla disposizione di masse esterne; in effetti, questo modo di esprimersi non si trova per altre forze centrali. Per poter quindi parlare di energia della gravità, si deve sempre (anche se tacitamente)^(v126) pensare inclusa la terra nel sistema base, altrimenti il lavoro della forza di gravità deve esser messo in conto non come forma di energia ma come azione esterna (della terra eventualmente presente nelle vicinanze, vedi pagina 93).

Se prendiamo in considerazione più da vicino il significato della generalizzazione che abbiamo intrapreso per l'originaria formulazione del nostro principio, esso si basa essenzialmente sul fatto che quell'unica equazione, che esprime la conservazione dell'energia per un sistema sottratto a tutti gli effetti esterni, è stata scomposta in un gran numero di equazioni che regolano le variazioni dell'energia, l'assunzione e la cessione della stessa nelle singole parti del sistema, a seconda degli effetti esterni corrispondenti. Inoltre su di un punto vorremmo ancora richiamare specialmente l'attenzione. Se suddividiamo l'intero sistema, che non è soggetto ad alcuna azione esterna e la cui energia pertanto è costante, in due parti che consideriamo una per volta come sistema base, sarebbe errato supporre che l'energia assunta da una delle parti, in un tempo determinato, sia pari a quella ceduta, nel medesimo tempo, dall'altra parte. Questa proposizione potrebbe essere valida soltanto quando l'energia dell'intero sistema fosse pari alla somma delle energie dei due sistemi parziali, cosa che, come già abbiamo rilevato più volte, in generale non si verifica. Prendiamo come esempio due punti materiali che agiscano uno sull'altro con una forza centrale. L'energia del sistema è allora la somma delle forze vive e del potenziale della forza centrale; essa non varia nel tempo. L'energia di un singolo punto è la sua forza viva, la sua variazione viene misurata attraverso l'azione esterna che il punto subisce, cioè attraverso il lavoro che la forza compie su di esso. Inoltre può evidentemente benissimo succedere che in un tempo determinato venga, dall'esterno, trasferita su ognuno dei due punti energia positiva e che, di conseguenza, entrambe le forze vive aumentino contemporaneamente. Solo se gli effetti a distanza vengono a mancare del tutto, come in fenomeni quali il movimento ondulatorio elastico o la conduzione di calore, si può dire che l'energia trasmessa ad un complesso materiale viene contemporaneamente tolta ad un altro.

Di norma le concezioni, dalle quali si parte per l'interpretazione dell'attività delle forze della natura, svolgono qui, ove si parla dell'energia di un sistema materiale scelto in modo arbitrario, un ruolo ancor più importante che non sopra, dove consideravamo solo sistemi che non subivano alcuna azione esterna. Ivi (pag.110) si trattava solo della forma primaria dell'energia, la cui grandezza era, per ogni stato del sistema, determinata dalla definizione generale; lo sarebbe anche qui, se fossimo sempre in grado di realizzare la misurazione come prescrive la definizione. Siccome questo, però, dati gli imperfetti mezzi di osservazione, non è sempre possibile, può accadere che per l'energia di un dato sistema materiale si ottengano non solo diverse forme ma anche valori numerici completamente diversi, a seconda delle ipotesi fatte circa la natura delle forze agenti, e che non si sia in grado, per via sperimentale, di comporre la differenza insorgente. Un esempio di ciò è fornito dalla natura, da noi già ripetutamente discussa, del campo elettrico. L'energia di una porzione comunque scelta di un dielettrico, è, secondo i punti di vista di Faraday, diversa da zero; si può ottenere una prestazione di lavoro nella transizione di questa parte dallo stato di coercizione allo stato neutro, mentre, secondo la rappresentazione di Weber, l'isolante si trova sempre nel medesimo stato (prescindendo da eventuali modificazioni secondarie)^(v127), indipendentemente dalla presenza o meno di carica elettrica libera nei conduttori. Fintanto che con ricerche più specifiche non viene presa alcuna decisione definitiva su questa questione, sarà quindi necessario, prima di procedere alla stesura dell'equazione che esprime il principio dell'energia, fissare dapprima esattamente ogni volta il punto di vista al quale ci si vuole attenere nell'interpretazione dei processi da esaminare.

La scomposizione da noi effettuata dell'equazione della conservazione dell'energia si basa sul considerare come sistema base un complesso materiale estratto in maniera arbitraria dall'originario sistema materiale, e l'energia che in esso entra o esce. Invece della scomposizione del sistema nelle sue parti materiali possiamo, con lo stesso diritto e a volte con notevole vantaggio, eseguire un'altra scomposizione, e cioè quella in porzioni di volume. Un dato volume di spazio contiene, ad un dato istante, sempre un determinato sistema materiale, e si può parlare di energia di volume nella misura in cui questo sistema possieda una determinata energia nel medesimo istante. L'energia di un volume di spazio fissato non varierà col tempo se nel volume non entra, nè esce materia, e se non hanno luogo azioni esterne sulla materia in esso contenuta; la variazione dell'energia proviene sempre dall'una o dall'altra di queste due cause, così che possiamo formulare la seguente proposizione: l'energia trasferita in un volume di spazio è condizionata una volta dagli effetti esterni operanti sulla materia ivi contenuta ed inoltre dall'ingresso di nuova materia. Sarà allora importante stabilire se la formulazione delle espressioni per l'energia così trasferita nel volume risulti facilitata dalle particolari condizioni del caso considerato.

Difatti si trova più di un'applicazione in cui questa proposizione rende dei comodi servizi. Così p.es. se ne serve essenzialmente Clausius per il calcolo del calore (di Joule) prodotto in un conduttore da una corrente galvanica stazionaria, sia che la materia del conduttore si trovi in quiete, come nei conduttori metallici⁽¹⁴⁸⁾, sia che la materia si pensi in cammino insieme alle cariche elettriche, come nei conduttori elettrolitici⁽¹⁴⁹⁾. Immaginiamo un volume, fissato a piacere, attraversato da corrente, allora l'energia ivi contenuta aumenterà: 1) per azioni esterne, 2) per ingresso di nuova materia. Per il calcolo di questo incremento importa allora essenzialmente da quale idea si parte circa la natura della corrente galvanica. Supponiamo per il momento che le particelle elettriche si comportino come atomi materiali, con inerzia infinitamente piccola, che vengono spinti in avanti nella loro traiettoria dalla forza di attrazione (o repulsione)^(v128) operante a distanza, della carica elettrica libera totale presente nel

sistema conduttore, nel qual caso possiamo, per amor di semplicità, presupporre come mobile solo un tipo di carica elettrica, allora l'energia di una particella materiale (carica elettrica, ione) che si muove in una corrente costante è indipendente dalla sua posizione (non variabile p.es. con la funzione potenziale poichè questa deriva da masse esterne^(v129)). Poichè ora in un tempo determinato entra nel “volume base” sempre tanta materia quanta ne esce, allora per effetto di questa circostanza non viene prodotta nessuna variazione di energia e restano solo da prendere in considerazione le azioni esterne. Queste forniscono un incremento di energia pari al lavoro che compiono le forze del sistema complessivo sulla materia in moto in tutto il volume. Quindi l'energia del volume aumenterà dell'ammontare di questo lavoro e poichè, a causa dello stato stazionario, l'energia elettrica è costante, l'incremento deve andare a favore dell'energia termica.

Alquanto diverso diventa il ragionamento se ci si rappresenta l'elettricità come un fluido sottile incomprimibile^(v130) che viene spinto attraverso il conduttore da una forza operante a distanze incommensurabilmente piccole (una specie di pressione). Anche in questo caso l'energia di una particella che si muove è indipendente dalla posizione (si confronti l'energia di fluidi incomprimibili, Cap. 3°)^(v131) perciò qui, una modificazione dell'energia nel volume considerato sarà tanto meno determinata, come sopra, dall'entrata in esso di materia. Per quanto riguarda le azioni esterne, esse si limitano in questo caso al lavoro delle forze operanti sulla superficie del volume (tutti gli altri sono effetti interni). Questo lavoro è in ogni punto proporzionale al valore della funzione potenziale (allo stesso modo in cui nei fluidi è proporzionale alla pressione), esso è maggiore nei punti di entrata della corrente rispetto a quelli di uscita, ed otteniamo perciò, per il lavoro totale prodotto dalle azioni esterne, un'espressione positiva il cui valore concorda con quello ricavato dalle considerazioni di cui sopra.

Si supponga infine, come alcuni vogliono, che la corrente elettrica non consista in un trasferimento di materia ma, sul tipo della conduzione del calore, in una propagazione di particolari forme di movimento; allora è necessario, per spiegare il calore di Joule, assumere che la forza viva di questi movimenti, entrante nel volume in un certo intervallo di tempo sia, per un determinato ammontare, maggiore di quella uscente, dunque che, a causa della resistenza del conduttore, si determini una specie di assorbimento delle oscillazioni che costituiscono la corrente.

Dalle proposizioni ricavate siamo quindi in grado per ogni elemento materiale (e per ogni elemento di volume)^(v132) di un corpo, di dedurre dal principio dell'energia una particolare equazione e perciò abbiamo a disposizione in effetti, come è già stato osservato sopra, per qualsiasi arbitrario processo, infinite equazioni, che intervengono in modo determinante nel suo svolgimento. Se dunque ora si tratta di determinare in modo univoco lo svolgimento temporale del processo, non dobbiamo limitarci ai risultati ottenuti; non siamo ancora in grado infatti coi mezzi finora raggiunti di soddisfare questo compito; lo saremmo solo se le variazioni di un singolo elemento materiale dipendessero da un'unica variabile (corrispondentemente a quell'unica equazione che possiamo formulare per l'elemento)^(v133) cosa che in generale non avviene.

Se però vogliamo avanzare ancora di un passo, ci possiamo in molti casi procurare i mezzi che sono sufficienti per la soluzione del compito proposto; questo passo consiste nell'introduzione del principio di sovrapposizione delle energie, già prima occasionalmente utilizzato. L'energia di un sistema materiale si può rappresentare, secondo l'esperienza, come la somma delle singole forme di energia che sono del tutto indipendenti l'una dall'altra, perciò la riserva totale di energia si suddivide, anche in modo concettuale, in una serie di singole energie, ciascuna delle

quali può esser determinata per se stessa. Se ora vengono esercitate azioni dall'esterno sul sistema, mediante le quali l'energia viene in esso trasferita, si può in generale suddividere anche queste azioni in diverse specie. Ciascuna di queste specie di azione provoca nel sistema una determinata variazione del tipo di energia che le corrisponde, così che l'equazione che esprime la relazione tra la modificazione dell'energia totale e le azioni esterne si suddivide in una serie di singole equazioni, ciascuna delle quali determina la variazione di un tipo di energia, in relazione ad una particolare azione esterna. Siamo in presenza di un'ulteriore scomposizione dell'equazione dell'energia che si distingue dalla precedente per il fatto che prima abbiamo suddiviso il sistema materiale in singole parti di materia (o di volume)⁽¹³⁴⁾, mentre ora l'energia viene suddivisa in forme singole.

Pensiamo ad esempio ad un corpo che si muove liberamente nello spazio. La sua energia si scinde in due parti: la forza viva del suo moto visibile e la sua energia interna (p.es. termica)^(v135). Fintanto che non hanno luogo effetti esterni, l'energia totale resta costante. Ma non soltanto questa rimane costante, anche ciascuna delle due forme di energia: il corpo si muove con velocità costante e rimane a temperatura costante, in nessun caso avrà luogo una modificazione di queste grandezze senza un corrispondente effetto esterno, quantunque, secondo il principio generale, una conversione di un tipo di energia in un altro sarebbe benissimo ammissibile. Immaginiamo inoltre che vengano esercitate sul corpo determinate azioni dall'esterno, le quali possono consistere una volta in una forza meccanica che agisce a distanza (p.es. la gravità)^(v136) oltre ad un afflusso di calore (p.es. da irradiazione)^(v137), allora l'energia del corpo crescerà della somma del lavoro fornito dalla forza e della quantità di calore affluito. Ma possiamo ancora aggiungere: le azioni esterne si decompongono in questo caso in due tipi diversi, ciascuno dei quali influisce solo sulla forma di energia ad esso corrispondente: il lavoro della forza modifica solo la velocità ma non la temperatura del corpo, ed il calore affluito fa elevare solo la temperatura, non però la velocità. I diversi effetti con le loro corrispondenti energie appartengono a campi completamente separati e danno luogo perciò ciascuno ad una particolare equazione.

Tuttavia si può ben obiettare che in questo, come in tutti i casi analoghi, non può essere mai fissata^(v138) a priori l'indipendenza l'una dall'altra delle singole forme di energia come pure dei tipi di azione esterna, ma essa deve venir prima giustificata sperimentalmente. Facilmente si può immaginare che le radiazioni termiche, che consistono in oscillazioni dell'etere, esercitano un'azione diretta di tipo meccanico sul corpo, anche se finora non si è potuto provare un tale effetto con sicurezza^(a7) e d'altra parte è evidente che una forza meccanica, quando opera non a distanza ma p.es. in forma di attrito od urto sulla superficie del corpo, si può trasformare direttamente in calore, per lo meno in gran parte. È anche facilmente pensabile che due tipi di energia, che per un certo tempo sono stati considerati indipendenti fra loro e che nel calcolo^(v139) di certi fenomeni possono sempre essere considerati come indipendenti, vengano un bel momento a trovarsi in una relazione di dipendenza tra loro, in seguito ad una più approfondita conoscenza delle forze di natura.

Qui urtiamo infatti contro un limite di applicabilità (non di validità) del principio dell'energia, poichè se le singole forme di energia variano in modo non più indipendente l'una dall'altra ma ciascuna a seconda degli effetti esterni ad essa corrispondenti, allora dobbiamo sospendere la scomposizione dell'equazione dell'energia. Il principio dell'energia fornisce in questo caso per un elemento materiale un numero di equazioni minore di quello necessario per il calcolo della sua variazione di stato. A questo appartengono, tra l'altro, tutti quei casi nei quali si svolgono processi all'interno di un elemento senza alcuna relazione diretta con gli effetti esterni,

come p.es. tutti i processi di tipo esplosivo in cui minime azioni esterne possono determinare le più grandi e più eterogenee trasformazioni reciproche di singole forme di energia. A questo punto sorge la domanda: secondo quale legge, in qual senso ha luogo in tali casi lo scambio delle energie? Questa domanda esce dall'ambito delle nostre presenti ricerche, la risposta ad essa non può più provenire semplicemente dal punto di vista della tesi della conservazione dell'energia ma invece deve basarsi su principi interamente nuovi, indipendenti da essa. Un tale principio è già incluso nel secondo principio fondamentale della teoria meccanica del calore, fondata da Carnot e Clausius, che ci fornisce chiarimenti sulla direzione in cui procede la trasformazione delle singole forme di energia l'una nell'altra^(a8).

Ma a prescindere dalle limitazioni esposte, non viene sminuito il grande valore^(v140) insito nella suddivisione degli effetti esterni a seconda del loro influsso sulle singole forme di energia. Esso riposa essenzialmente sulla conquista di uno stabile punto di vista dal quale si possano scrutare i modi di trasformazione fra loro delle forme di energia e quindi soprattutto la molteplicità delle forze della natura. Ma poi si viene sempre nuovamente condotti alla domanda: quali scambi di energia hanno luogo indipendentemente l'uno dall'altro? La risposta a questa domanda fornisce il primo mezzo per porre ordine in quei fenomeni, all'apparenza così intricati, che hanno luogo nell'ambito del più piccolo processo e per renderli singolarmente accessibili all'indagine sperimentale. Senza il principio della sovrapposizione dell'energia non si potrebbe separare l'energia meccanica dal calore, l'elettricità dal magnetismo e sarebbe a priori del tutto inammissibile la suddivisione di tutta la fisica nei diversi rami. Per ora siamo poco in grado di rispondere tanto alla questione se potremo in futuro distinguere un numero minore di tipi di energia che non ora, e se forse tutti si lasceranno ridurre ad uno o due tipi, come pure alla questione se la materia ponderabile sia sostanzialmente diversa o no dall'etere luminoso. Nell'ultimo capitolo di questo scritto ci sforzeremo di dimostrare nel modo più chiaro che noi però siamo di fatto in grado, basandoci solo sul punto di vista ora acquisito, di derivare, con l'aiuto delle formulazioni sviluppate per il principio della conservazione dell'energia, tanto le leggi fondamentali della meccanica quanto le restanti parti della fisica, allo stesso modo come abitualmente viene fatto, muovendo da diversi punti di partenza; contemporaneamente questo lavoro ci offrirà in gran quantità notevoli applicazioni delle proposizioni qui esposte alle singole forme di energia.

Nel concludere qui le indagini che ci hanno portato alla formulazione del principio di conservazione dell'energia in una forma particolarmente comoda per l'applicazione, vogliamo utilizzare la parte finale di questo capitolo per passare in rassegna il numero e l'importanza delle dimostrazioni che si possono addurre per la correttezza del principio. Si è diffusa, invero, in tempi più recenti anche l'affermazione che non sia nè possibile nè necessario dimostrare il principio, poichè esso è valido a priori, vale a dire esso rappresenta un aspetto necessario delle nostre facoltà di pensiero e d'immaginazione, conferiteci dalla natura; in questo caso avviene, come per parecchie altre verità, la cui conoscenza è stata conquistata attraverso un lavoro durato secoli, che esse, in seguito, quando entra in vigore la forza dell'abitudine, vengano presentate come ovvie ed innate. Perciò per la nostra giustificazione è necessario solo un rinvio allo sviluppo storico del principio, se vogliamo senz'altro respingere una tale affermazione^(v141).

Come in ogni dimostrazione di una proposizione delle scienze naturali si può parlare, anche per il nostro principio, di due metodi: il procedimento deduttivo e quello induttivo. Mentre il primo fa apparire la proposizione nella sua intera generalità come risultato logico della contemporanea esistenza di una serie di altre proposizioni,

generalmente riconosciute vere, ottenute o dall'esperienza o da altre parti, il metodo induttivo, invece, parte dall'idea di provare, al vaglio dell'esperienza, i singoli corollari che discendono dalla proposizione da dimostrare, assumendola per il momento come valida e mettendola in relazione con altre sufficientemente provate. Se anche uno solo dei corollari appare non concorde con l'esperienza allora la proposizione è da respingere decisamente; se invece non è così, allora essa può rimanere; ma per via induttiva si può sempre raggiungere solo un certo grado di probabilità della verità di ciò che si vuol dimostrare, che aumenta nella misura in cui gli esperimenti vengono variati. Ciò nonostante viene sempre attribuito un valore particolarmente grande al metodo induttivo; giacché la verità di tutta la nostra scienza della natura si basa in fin dei conti sull'esperienza, la fede nell'esattezza di una proposizione si radicherà tanto più solidamente nella nostra convinzione quanto più stretta sarà la relazione tra la proposizione ed un fatto direttamente constatabile attraverso l'esperienza. Perciò ogni volta che si tratta della verifica di un nuovo principio, cercheremo di affrontarlo da tutte le parti possibili sia con l'esperimento che con l'osservazione, e nessun fisico si accontenterà della semplice deduzione per una legge scientifica di una certa portata; egli consulerà, possibilmente, sempre la massima istanza: l'esperienza.

Se volgiamo, da questo punto di vista, lo sguardo sul principio trattato, ci basta dare un'occhiata alle applicazioni esposte nel capitolo precedente ed in quello successivo, delle quali nessuna contraddice l'esperienza, per farci apparire la totalità delle prove induttive, che si estendono su tutti i fenomeni della natura da noi conosciuti, come una potenza addirittura^(v142) imponente che interviene nel modo più deciso a favore della validità illimitata del principio. Significherebbe ripercorrere l'intera storia dello sviluppo del principio, se volessimo a questo punto tentare di gettare uno sguardo complessivo sui tipi diversi di dimostrazioni empiriche che nel corso del tempo sono state accumulate; quasi ogni nuova applicazione fornì anche una nuova prova, a partire dal calore di attrito che è determinato soltanto ed unicamente dal lavoro meccanico impiegato, indipendentemente dal materiale dei corpi che si strofinano, dalle loro velocità, temperature etc. fino ai fenomeni dell'induzione galvanica, generata dal movimento di un magnete, indipendentemente dalla natura del conduttore nel quale viene prodotta.

Eppure per quanto travolgentemente ci venga incontro il numero e l'importanza di queste prove induttive, nessuno dovrebbe essere un empirico così inveterato da non sentire la necessità di un'altra prova che, costruita su fondamenti deduttivi, faccia scaturire, da certe verità ancor più generali, il principio in tutto il suo ampio significato come un insieme unitario. Perché anche se la moltitudine delle singole esperienze fatte sembra costringerci di necessità all'assunzione di questa legge, nessuno ci garantisce che non possa ancora una volta essere trovata una classe isolata di fatti, finora per un qualunque motivo trascurati, che non si adegui alle esigenze del principio. È certamente indiscutibile che la rassicurante e completa certezza, che la convinzione della verità di una proposizione ci conferisce, non ce la possiamo procurare per via solamente induttiva, ma soltanto concependo contemporaneamente il principio, da un punto di vista superiore, come una unità completa. Come si potrebbe altrimenti pensare che, se non si fosse imposto in tutte le menti in modo chiaro e semplice proprio il riconoscimento di quell'unità immediata ottenibile solo per deduzione, l'idea della conservazione dell'energia mettesse radici contemporaneamente in modo straordinariamente veloce in molti posti e, dalle più diverse parti, stimolasse a nuove ricerche, in un tempo in cui all'infuori delle ricerche di Mayer e Colding, scarsamente considerate in ambienti più vasti, era disponibile solo un numero esiguo di esperimenti di Joule, nei quali quindi si poteva a malapena parlare di prove induttive. Per noi nasce

ora la questione, in qual modo si possa giungere per deduzione alla formulazione del nostro principio, più precisamente, se ci sia mai una prova deduttiva che possa rivendicare il diritto ad importanza strettamente scientifica, come viene richiesto attualmente nella scienza della natura. Approfondiamo un po' di più questa questione.

Poichè ogni deduzione logica presuppone una premessa d'ordine superiore generalmente riconosciuta come vera, la cui estensione non deve essere minore di quella della proposizione da dimostrare, la difficoltà principale nel nostro caso consisterà proprio nel trovare questa premessa superiore che da un lato goda di un riconoscimento così generale da poter servire da sicura garanzia della validità del nostro principio, e dall'altro sia così estesa da poter includere l'intero principio con la sua enorme portata. Si vede, fin dal primo sguardo, che la scelta tra proposizioni che soddisfano ad entrambe le esigenze non sarà grande; malgrado ciò sono degne di nota alcune di loro che nel corso dei tempi hanno rivendicato la posizione di premessa d'ordine superiore nelle argomentazioni deduttive.

La più antica deduzione risale nientemeno che fino alla persona del Creatore stesso, che nella sua eternità e immutabilità ha comunicato queste sue proprietà anche alla natura da Lui creata, e alle sue forze, da cui risulta che la "quantità di moto" totale, contenuta nel mondo ha un valore costante e indistruttibile in tutti i tempi. Siccome questa considerazione proveniente da Descartes (cfr. pag. 8) tende palesemente a stabilire una legge generale della natura che regoli la somma delle forze operanti in natura, così come la quantità di materia esistente, allora essa può certamente essere messa in relazione col principio della conservazione dell'energia; ad ogni modo queste idee si potrebbero trasferire senz'altro anche alla forma attuale del nostro principio.

Sostanzialmente nella stessa forma di ragionamento, anche se da un punto di vista più modesto, si muove l'argomentazione che Colding (pag. 30 e seg.) cercò di addurre per la conservazione della forza. Egli veramente non fa più appello proprio alla suprema Istanza, bensì ravvisa il motivo dell'immutabilità delle forze di natura nel fatto che esse stesse, proprio perchè governano così perfettamente la natura, devono essere entità trascendenti e spirituali e come tali non possono essere soggette alla morte naturale o alla deperibilità. Egli però ritiene sempre opportuno verificare questa proposizione attraverso l'esperienza e imposta in questo senso i suoi esperimenti. Dato che, secondo le opinioni di oggi, ogni prova di una proposizione di scienze naturali, il cui significato abbia le radici su un terreno metafisico, ha perso a priori il suo vigore, possiamo sorvolare rapidamente su queste e simili deduzioni.

Una maggior considerazione merita già il modo di concepire le cose che Mayer (pag.21 e seg.) pose in cima alle sue discussioni⁽ⁿ¹³⁾. Esso si appoggia invero ancora su fondamenta alquanto vacillanti, tuttavia non si può più certamente classificarlo come^(v143) metafisico. La sua proposizione principale: "Causa aequat effectum", la causa è pari all'effetto, viene da lui commentata come se in natura ogni causa producesse un proprio effetto particolare e viceversa: nell'effetto nulla è contenuto che non fosse già riposto nella causa (sotto una forma qualsiasi)^(v144). Tutte le variazioni che avvengono in natura perciò consistono non nella produzione ma solo nella trasformazione di forze secondo determinati, costanti, rapporti di misura; i diversi tipi di forze sono equivalenti fra loro secondo certi rapporti determinati, esse possono, di conseguenza, venire misurate tutte in un sistema di misura comune e la somma di tutte le forze presenti nel mondo, espressa in questo sistema comune di misura, rimane costante nel tempo. Si può bene ammettere che questa deduzione ha qualcosa di affascinante poichè la legge di causa ed effetto costituisce proprio il postulato di tutta la nostra conoscenza della natura; tuttavia bisogna considerare d'altra parte che

l'attrattiva che esercita su di noi la deduzione di Mayer perderebbe vigore in modo rilevante se noi non avessimo riconosciuto per altri motivi la verità della proposizione e se non ci fossimo abituati, con annoso esercizio, all'idea che essa esprime; essa potrebbe a malapena suscitare grande impressione su colui al quale questa questione fosse interamente nuova. Se perciò si potrà far valere a posteriori il ragionamento esposto come un'eccellente spiegazione del principio di conservazione, altrettanto dovrebbe essere negato decisamente allo stesso il rango di prova vincolante in senso fisico. Inoltre il significato di "aequat" è troppo indeterminato: se la causa fosse veramente uguale all'effetto, non ci sarebbe certamente alcuna variazione nella natura.

La prima deduzione effettivamente fisica, con la quale fu dimostrato il principio dell'energia in tutta la sua estensione, è quella che Helmholtz⁽ⁿ¹⁴⁾ ha dato nel suo trattato sulla conservazione della forza: essa si basa sulla concezione meccanica della natura, più particolarmente sul presupposto che tutte le forze operanti in natura si lasciano risolvere in forze puntuali, per le quali valgono gli assiomi di Newton. Questo presupposto è collegato o con l'assunto che tutte le forze elementari siano forze centrali, o con quello dell'impossibilità della costruzione di unperpetuum mobile. Riguardo all'esposizione di queste idee abbiamo già fatto conoscere l'essenziale nel capitolo precedente (pag. 35 e segg.). In questo senso il principio di conservazione dell'energia si ridurrebbe essenzialmente alla proposizione, di natura meccanica, della conservazione delle forze vive e dovremmo concepire l'intera energia del mondo come esistente solo in due forme: quella in atto (forza viva) e quella potenziale (forza di tensione). È facilmente spiegabile che proprio questa dimostrazione abbia ottenuto la preferenza sugli altri metodi deduttivi e che anche oggi si debba considerarla come la più frequentemente usata, se si considera che la concezione meccanica della natura svolse un ruolo significativo nella filosofia della natura già fin dall'antichità, molto prima del riconoscimento del principio dell'energia, soprattutto perchè corrisponde in modo così eccellente alla nostra esigenza di causalità, che tende quanto più è possibile verso l'unità delle forze che sono alla base dei fenomeni e se inoltre ci si rende conto di come la definizione del concetto di energia, la formulazione ed infine la dimostrazione del principio si rendono straordinariamente espressivi dal punto di vista meccanico. Dopo il precedente di Helmholtz essa fu adottata da altri fisici (Mayer come è noto non ha condiviso la concezione meccanica della natura) mentre, contemporaneamente, anche a partire dall'Inghilterra con Joule, al quale si associarono Rankine e Thomson, la concezione meccanica si divulgava e veniva fatta apprezzare.

Ciò malgrado mi sembrerebbe⁽ⁿ¹⁵⁾ di poter a maggior ragione addurre il principio della conservazione dell'energia a sostegno della concezione meccanica della natura che non, viceversa, porre quest'ultima a fondamento della deduzione del principio dell'energia, dato che questo principio ha fondamenti molto più sicuri che non la supposizione, pur così plausibile, che ogni variazione in natura sia da ricondurre al movimento. In numerosi casi decisivi si è dimostrato esatto il principio dell'energia mentre le ragioni che si possono portare a favore della teoria meccanica, per lo meno nella misura in cui esse si rifanno all'esperienza diretta, fanno ricorso in gran parte (non in modo esclusivo, cfr. la teoria dei gas) alla conservazione dell'energia dalla quale, del resto, non necessariamente discendono (cfr. pag. 51)^(v145). Invano ci si è finora sforzati di ricondurre a semplici movimenti la totalità dei fenomeni elettrici e magnetici, e nell'applicazione al mondo organico (al quale vogliamo e dobbiamo estendere la dimostrazione del principio della conservazione dell'energia)^(v146) non si è ancora evidenziata nemmeno la traccia di un inizio.

L'opinione, che viene talora avanzata, che la teoria meccanica debba essere accettata come un postulato a priori della ricerca fisica, deve essere invece respinta con

grande decisione; essa non ci può liberare dall'obbligo di fondare quella teoria in modo legale. La scienza della natura conosce un solo postulato: il principio di causalità; infatti esso è la condizione per la sua esistenza. Non occorre qui indagare se questo principio è stato anch'esso attinto solo dall'esperienza o se costituisca una forma necessaria del nostro pensiero.

Mi sembra perciò di corrispondere meglio al carattere empirico, così splendidamente provato, della nostra moderna scienza della natura, considerando la concezione meccanica come l'obiettivo della ricerca raggiungibile nel modo più possibile e probabile, piuttosto che anticipare avventatamente un risultato non ancora stabilito in modo sicuro, per farne il punto di partenza della dimostrazione di una proposizione la cui validità generale sembra assicurata come per poche altre di tutta la scienza della natura. La grande importanza della concezione meccanica non è affatto sminuita da questa considerazione, essa ci indica la direzione verso cui dovrà muoversi la ricerca, poichè solo attraverso l'esperienza può essere decisa la questione sull'ammissibilità di questa teoria. Si utilizzeranno perciò tutti i mezzi a disposizione per applicare, fino alle estreme conseguenze, la concezione meccanica in tutti i campi della fisica, della chimica, etc., e in questo senso gli sforzi in questa direzione trovano la loro validità principale, tanto più che essi finora hanno già messo in luce brillanti risultati. C'è però ancora una grande differenza tra il considerare un'ipotesi come verosimile o il porla in vetta ad una deduzione, come quella di cui qui si tratta. Con la precauzione adottata ci cauteliamo contemporaneamente da delusioni sgradevoli. Infatti se si dovesse veramente fare la singolare esperienza che la nostra concezione spaziale e temporale non è sufficientemente generale per descrivere⁽¹⁵⁰⁾⁽ⁿ¹⁶⁾ la totalità dei fenomeni che ci offre la natura, non lasceremmo subito cadere per questo, come è avvenuto in casi analoghi, anche altre proposizioni ben fondate, ma saremmo facilmente in grado di separare l'essenziale dimostrato dall'inessenziale non dimostrato.

Dato che non possiamo deciderci, per le argomentazioni fatte, ad attribuire alla dimostrazione meccanica del principio della conservazione dell'energia quell'importanza di cui gode generalmente^(a9), ci assumiamo perciò a maggior ragione l'obbligo di cercare un'altra proposizione che sia più adatta, in quanto più solidamente fondata, a servire da punto di partenza della deduzione. Ora esiste infatti una tale proposizione che sembra possedere le qualità richieste in modo più soddisfacente: è la proposizione sperimentale che esprime l'impossibilità del perpetuum mobile e del suo inverso, e per di più in modo del tutto indipendente da ogni particolare concezione della natura. Con riferimento alla nostra precedente terminologia (pag. 99) possiamo formularla nel modo seguente: "É impossibile compiere con un sistema materiale un processo ciclico (che riporta il sistema esattamente nel suo stato iniziale) in modo che gli effetti esterni abbiano un valore di lavoro diverso da zero (positivo o negativo^(v148))" (sul concetto di valore di lavoro di un effetto esterno si veda a pag. 94 e seg.) o più brevemente "un valore di lavoro positivo non può nè nascere dal nulla nè svanire nel nulla"; il viceversa è presupposto essenziale.

Bisogna considerare che si è lavorato per secoli intorno alla fondazione di questa proposizione; ci furono infatti persone che non temettero di impegnare vita e beni per confutare le affermazioni di questa proposizione, attraverso la creazione di valore di lavoro dal nulla. Se infatti si vuol far valere una prova indiretta ottenuta sperimentalmente, questa è l'occasione buona, e allora non si troverà troppo alto neanche il prezzo al quale fu acquisita la verità di così gran valore per l'umanità. Sta di fatto comunque che al giorno d'oggi non si esita a dichiarare semplicemente stolto colui che si dedica alla costruzione di un perpetuum mobile.

Un po' più deboli invero stanno le cose per la dimostrazione della proposizione

inversa, ossia che il valore di lavoro non può sparire nel nulla⁽ⁿ¹⁷⁾. Non si è trovato quasi mai qualcuno che si sia occupato praticamente del problema di distruggere lavoro, come, tanto meno, di quello di trasformare oro in piombo. Non possiamo quindi parlare in senso pieno di una prova, fornita dall'esperienza, dell'impossibilità di soluzione di questo problema, come invece per la prima proposizione, ma ci dobbiamo limitare a constatare il fatto che non è stato ancora osservato un processo in cui non venga prodotto nient'altro se non la distruzione di valore di lavoro. Ci dobbiamo accontentare di questo dato di fatto al posto di una dimostrazione: infatti non si può parlare di deduzione della proposizione inversa da quella diretta, dato che non tutti i processi naturali si possono invertire. In senso logico non dovrebbe esserci nessuna contraddizione nell'ipotesi che il lavoro non può certamente nascere dal nulla, ma bensì in certe circostanze può svanire nel nulla (opinione di Clapeyron, pag. 16).

D'altronde bisogna ammettere che anche la prova sperimentale della proposizione diretta: l'impossibilità della produzione di lavoro dal nulla, è stata condotta su una parte relativamente molto limitata dell'intero campo delle forze naturali; infatti già oggi sono a noi noti e accessibili fenomeni molto più vari di allora, quando si mirava alla realizzazione pratica del perpetuum mobile. Al momento presente non si può facilmente giudicare fino a che punto sia corretto estendere le esperienze, raggiunte precedentemente in un ambito più ristretto, a tutti gli effetti nella natura, dato che poi, per la familiarità col principio dell'energia, siamo troppo abituati alla validità generale di questa verità, per poter provvisoriamente prescindere del tutto da essa.

Comunque sia: noi poniamo in cima alle successive argomentazioni la proposizione dell'impossibilità del perpetuum mobile e del suo inverso nell'ambito dell'intera natura organica ed inorganica, e vogliamo, del tutto indipendentemente dalla concezione meccanica della natura, esaminare se e a quali condizioni questa proposizione si possa utilizzare come prova del principio della conservazione dell'energia. Ricordiamoci in primo luogo dell'osservazione, fatta a pag. 99, che tutte le diverse forme del principio sono contenute nell'unica proposizione: "L'energia di un sistema materiale in uno stato determinato, riferito ad un determinato stato zero, possiede un valore univoco"; allora si tratterà qui soltanto di dedurre questa proposizione da quella dell'impossibilità del perpetuum mobile, precisamente prendendo per base la definizione che abbiamo stabilito (pag. 93) per il concetto di energia. Scegliamo il metodo indiretto di dimostrazione, mostrando che in ogni singolo caso, in cui risultassero dalla definizione due diversi valori dell'energia, sarebbe possibile la costruzione di un perpetuum mobile.

Ammettiamo allora che si sia portato il sistema naturale dallo stato A, dato, allo stato zero, N, in modo arbitrario e che si sia trovato il valore di lavoro degli effetti esterni pari ad a; sia inoltre possibile anche un altro modo per il passaggio, e questo fornisca per gli effetti esterni un valore di lavoro a' diverso da a. Allora si potrà sempre costruire un perpetuum mobile, veramente non nel modo in cui lo si trova talvolta indicato, tale che il sistema venga portato nell'un modo allo stato N e poi, nell'altro modo, da questo di nuovo allo stato A; però non occorre che il processo considerato sia reversibile. Noi piuttosto una volta che il sistema sia giunto, nell'uno o nell'altro modo indicato, allo stato N, lo trasferiremo di nuovo allo stato A in un qualsiasi modo arbitrario e con ciò chiuderemo il processo ciclico. Se indichiamo con b il valore di lavoro degli effetti esterni che si manifestano nel ritorno da N ad A, allora abbiamo a disposizione due processi ciclici i cui rispettivi valori di lavoro corrispondono ad (a + b) e (a' + b). Siccome poi, secondo le ipotesi fatte, queste due grandezze sono diverse, almeno una di esse dovrà essere diversa da zero e con ciò sarebbe consentita la

possibilità di un perpetuum mobile (o del suo contrario) ^(v149)

Come condizione essenziale per l'utilità di questa dimostrazione dobbiamo ammettere tuttavia il presupposto generale che sia sempre possibile, in un modo qualsiasi, il trasferimento di un sistema materiale da uno stato dato ad un altro qualsiasi; senza di questo l'intera deduzione è musoria. Difatti: consideriamo per una volta gli effetti esterni che sono suscitati dalla trasformazione del diamante in carbonio amorfo, quando questa viene prodotta una volta in modo chimico ed un'altra in modo fisico (galvanico) ^(v150). Se questi effetti non dovessero avere lo stesso valore di lavoro meccanico, nessuno sarebbe in grado, nonostante ciò, di utilizzare questa circostanza per la costruzione di un perpetuum mobile, poichè non siamo in grado di ritrasformare carbonio in diamante e ^(a10) quindi con ciò di chiudere il processo ciclico. Però credo che l'obiezione, che si potrebbe derivare da questa circostanza, contro la generale ammissibilità della deduzione data, non sia plausibile. Infatti non importa che l'abilità dell'uomo sia in grado di effettuare il passaggio da uno stato ad un altro a piacere, bensì che questo passaggio avvenga effettivamente in natura od anche solo che possa avvenire mediante un'opportuna interazione di forze della natura. Se non si volesse ammettere questa conclusione, ne conseguirebbe che la proposizione dell'impossibilità del perpetuum mobile, sia da far scaturire non da una legge di natura ma piuttosto da una carenza di abilità dell'uomo, il che certamente contrasta con l'essenza della proposizione. Secondo tutte le nostre esperienze la condizione citata è da ritenersi sempre soddisfatta; infatti la natura crea continuamente dagli elementi più semplici tutto ciò che offre, essa appronta con la stessa facilità, in modo per noi talvolta del tutto sconosciuto, le sostanze inorganiche e gli organismi più complicati e li scompone poi di nuovo nelle loro parti componenti. Con lo stesso intendimento abbiamo già discusso la medesima questione in un'occasione precedente (pag. 98).

Crediamo perciò di non andare errati quando (in antitesi con la trasformazione limitata delle forme di energia) presupponiamo come illimitata la trasformabilità della materia da tutti gli stati possibili in tutti gli altri possibili (se gli elementi chimici si conservano) ^(v151) e con ciò è assicurata la deduzione della proposizione della conservazione dell'energia, con tutte le sue conseguenze, dal principio del perpetuum mobile. Difatti non esitiamo ad assegnare a questa dimostrazione il posto più di riguardo tra i metodi deduttivi; con ciò non è del tutto escluso che, giunta la scienza della natura ad un livello di sviluppo più elevato, verrà posta a base della deduzione, con miglior diritto, un'altra proposizione sperimentale, magari la concezione meccanica della natura.

CAPITOLO III

Tipi diversi di energia

Prima di accingerci al compito di valutare ad uno ad uno i concetti ed i principi sviluppati nel capitolo precedente attraverso un'adeguata applicazione alle diverse forme di energia, vogliamo innanzitutto gettare uno sguardo orientativo al terreno che abbiamo davanti e contemporaneamente stabilire il metodo che ci deve guidare nelle prossime ricerche. Mentre prima si trattava soltanto di stabilire dei principi, e i casi particolari descritti eventualmente servivano soltanto ad illustrare le proposizioni generali, qui, nell'elaborazione sistematica di quelle proposizioni in ogni parte della fisica, dobbiamo ricercare lo scopo della nostra esposizione, attraverso la quale poi, invero anche in altro modo, gli stessi principi vengono collocati nuovamente in una luce più chiara. Però ciò che in sostanza distingue le applicazioni che qui ci proponiamo dalle discussioni di principio fatte nel capitolo precedente, è la circostanza che esse non mantengono, come quelle, il significato sempre uguale ma possono in un certo modo essere modificate dal progressivo sviluppo delle nostre concezioni fisiche; perciò è tanto più importante sottolineare particolarmente questo punto affinché non appaiano eventualmente compromessi i risultati già ottenuti prima, che continuano a sussistere sempre nello stesso modo. La definizione del concetto [di energia n.d.t.] e il principio di conservazione dell'energia valgono invariati in ogni tempo, eppure la forma della loro applicazione ad un fenomeno naturale concreto soggiace ad un cambiamento, proprio perchè la concezione dei tipi di (energia non il suo valore espresso numericamente) dipende interamente dal carattere dell'interpretazione corrente della natura. Già l'evoluzione storica della fisica offre più di un esempio di come spesso siano cambiate le idee sull'essenza degli agenti attivi in natura, ed anche nella nostra esposizione abbiamo avuto occasione di mettere in rilievo questi fatti (pag. 125 e seg.). È difficile dire a quale obiettivo ultimo tenda questo continuo mutamento nella concezione dell'essenza delle forze della natura: nell'attuale stato di sviluppo della fisica il momento centrale risiede nella tendenza a ricondurre tutti i fenomeni naturali a variazioni meccaniche; contemporaneamente comincia a farsi valere anche un'altra tendenza, quella cioè di sostituire ogni azione diretta a distanza con forze che hanno intensità sensibile solo a distanza infinitamente piccola. In seguito, in particolare nella discussione dell'energia elettrica e magnetica, avremo ripetutamente occasione di ritornare su questa continua fluttuazione dei concetti fondamentali della nostra immagine della natura, fluttuazione che tuttavia deve essere vista non come un'oscillazione avanti e indietro ma come un continuo progredire in una determinata direzione; perchè sul fatto che si evidenzia come necessaria una modifica della concezione si basa ogni volta contemporaneamente un incremento nell'esattezza della descrizione dei fenomeni naturali e con ciò un incremento nella conoscenza.

Per i nostri scopi attuali vogliamo tener fermo, da quanto abbiamo esposto, solo una cosa, cioè che prima di passare all'applicazione del principio di conservazione dell'energia ad un determinato fenomeno della natura, occorre innanzitutto procurarsi a priori (attraverso l'esperienza) certe immagini sulla natura dei fenomeni da investigare e poi fissarle in modo conseguente per le successive considerazioni. Solo in questo modo si può restare completamente immuni da errori e specialmente sfuggire al pericolo di ignorare del tutto un certo tipo di energia o, cosa che pure può accadere, conteggiarlo per svista due volte.

A seconda dell'esattezza dei risultati richiesti, l'idea da cui si parte, verrà raffigurata in modo più semplice o più complicato. P.es., operando con un liquido riducibile in gocce è già sufficiente per certi scopi pensarlo del tutto incompressibile ed applicare le proposizioni che si possono dedurre dal principio di conservazione dell'energia per i liquidi incompressibili. Se interessa una maggiore precisione bisogna immaginare le forze che agiscono all'interno del liquido come prodotte da variazioni di densità. Ma in alcuni casi non sarà sufficiente neanche questa ipotesi, bensì ci si vedrà costretti ad aggiungere alle forze di pressione ipotizzate ancora certe altre, precisamente quelle che si originano dalla cosiddetta viscosità del liquido e che noi caratterizziamo con il nome di "attrito". Con questo, la progressione in esattezza del risultato non è ancora esaurita. Se finora si è supposto il liquido come un continuo, uno studio più preciso ci insegna che esso mostra, nelle particelle più piccole, delle caratteristiche discontinue e la considerazione di queste esige uno studio ancor più dettagliato delle forze che entrano in azione, che appaiono allora come forze molecolari. A ciascuna di queste diverse rappresentazioni citate corrisponde una forma particolare dei tipi di energia e dunque una diversa applicazione del principio di conservazione dell'energia; inoltre si ottengono risultati tanto più esatti, invero a spese della semplicità del calcolo, quanto più elevata è, nella serie enumerata, la posizione occupata dalla concezione assunta come base⁽ⁿ¹⁸⁾.

Per caratterizzare convenientemente il punto di vista da cui si vuole partire per il calcolo, è necessario orientarsi esattamente sul numero e sul tipo delle variabili indipendenti dalle quali vogliamo far dipendere gli stati in esame del sistema materiale considerato; quanto più piccolo è questo numero, tanto più semplici risultano la visuale e il calcolo. Allora l'energia del sistema si presenterà sempre come una determinata funzione di queste variabili indipendenti, per cui risulta del tutto indifferente se questa funzione realmente corrisponda o no alla forma "primaria" (pag. 111) dell'energia. Cfr. a questo proposito anche a pag. 114 e seg.

Per il resto ci serviremo, nei calcoli che verranno, delle proposizioni derivate nel capitolo precedente, delle quali vogliamo qui riunire ancora una volta le principali:

1) La variazione in energia corrispondente ad una determinata variazione di stato di un sistema materiale è uguale al valore di lavoro delle azioni che devono essere spese al di fuori del sistema per produrre (in un modo qualunque)^(v152) la variazione di stato (pag.120). Se dunque non ha luogo alcuna azione esterna, l'energia del sistema resta invariata.

2) La variazione di energia di un certo volume è determinata da una parte dalle azioni esterne sulla materia contenuta nel volume, dall'altra parte dall'entrata di nuova materia nel volume (pag.125).

3) L'energia di un sistema materiale è la somma dei singoli tipi di energia presenti nel sistema, indipendenti fra loro, ed ogni azione esterna cambia solo quel tipo di energia che le corrisponde^(a11) (principio di sovrapposizione, pag. 127).

1. Energia meccanica

Il più semplice sistema materiale è un punto materiale, la cui qualità interna è caratterizzata solo dalla sua massa m (invariabile)^(v153). La sua energia è la forza viva:

$$\frac{m}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

più una costante arbitraria che noi, come si fa di solito, poniamo uguale a zero.

La forza viva per il principio di conservazione dell'energia resta costante finchè non hanno luogo azioni esterne sul punto. Ma se subentra un'azione esterna, cioè quando sul punto considerato vengono esercitate delle forze da parte di altri punti materiali, queste provocano, in un certo intervallo di tempo, una variazione dell'energia del punto, la cui misura è fornita dal valore di lavoro di queste azioni, cioè dal lavoro che le forze compiono nel tempo ipotizzato sul punto considerato, e ciò vale invero del tutto in generale, indipendentemente dalla fonte da cui le forze citate possano provenire (pag. 120 e seg.). Limitando la considerazione ad un elemento di tempo dt , la somma dei lavori corrispondenti a tutte le forze che agiscono sul punto ha la forma:

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

dove X, Y, Z sono le componenti della forza risultante prese lungo la direzione dei 3 assi coordinati. Utilizzando il principio citato risulta allora che l'incremento di energia nel tempo infinitesimo dt , quindi il differenziale della precedente espressione delle forze vive, è uguale alla misura del lavoro indicato sopra. Così avremmo trovato, coll'applicazione del principio di conservazione dell'energia, un'equazione alla quale ubbidisce il moto del punto; tuttavia questa equazione non è ancora sufficiente per determinare la dipendenza di ciascuna delle 3 variabili x, y, z dal tempo t .

Possiamo però procurarci il numero richiesto di equazioni attraverso l'applicazione del principio che abbiamo riportato al punto 3) della pagina precedente. Osserviamo che l'espressione dell'energia del punto considerato si rappresenta come una somma di 3 addendi strutturati simmetricamente, ciascuno dei quali si riferisce ad una determinata direzione delle coordinate e dipende solo dalle rispettive variabili. L'energia totale si compone dunque di 3 forme, fra loro indipendenti, di energia. Osserviamo però proprio la stessa caratteristica anche per l'espressione del lavoro compiuto da forze agenti dall'esterno. Anche questa grandezza si scompone in 3 addendi, ciascuno dei quali corrisponde ad un determinato asse coordinato ed ha un valore indipendente dagli altri due; ciascuna delle singole azioni esterne è dunque associata ad un singolo determinato tipo di energia. È allora ovvio supporre che non solo la variazione di energia totale venga misurata dal lavoro totale delle forze esterne, ma, ancor più in particolare, che ciascuna delle singole energie nominate sia influenzata soltanto dall'azione singola ad essa corrispondente, in modo del tutto indipendente dalle altre due. Se ammettiamo come vera questa idea, allora l'equazione indicata sopra si scinde in 3 singole equazioni, ciascuna delle quali si riferisce ad una determinata direzione delle coordinate:

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} = Xdx$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = Ydy$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} = Zdz$$

e, differenziando, si deducono le equazioni del moto, di Newton:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z$$

che sono sufficienti a descrivere il moto globale.

Chiaramente questa derivazione non può pretendere di costituire una dimostrazione dei primi 2 assiomi di Newton, perchè il principio di sovrapposizione delle energie che abbiamo utilizzato non può essere applicato a priori. Come abbiamo già dettagliatamente sottolineato a pag. 130 e come viene affermato anche nell'ultima formulazione, la sua importanza risiede essenzialmente nel suo valore euristico. Allo stesso modo come qui le direzioni delle tre coordinate forniscono la base per la scomposizione tanto dell'energia quanto delle azioni esterne in parti ad esse corrispondenti, così altrove abbiamo altri punti di vista, per esempio di natura termica od elettrica, che condizionano una scomposizione delle azioni in diversi addendi singoli, del tutto indipendenti l'uno dall'altro, che si compongono semplicemente per addizione nell'effetto totale. Ma soltanto l'esperienza può insegnarci dove questa scomposizione sia realmente attuabile, e se porti a giuste conclusioni; infatti che, per es., le azioni lungo le direzioni delle 3 coordinate risultino indipendenti l'una dall'altra, è appunto un principio sperimentale, sul quale non possiamo in alcun caso, e in nessun tipo di rappresentazione, sorvolare. Però una volta ammesso questo, la precedente deduzione dal principio di conservazione dell'energia diventa perfettamente rigorosa.

Dopo aver visto che i due primi assiomi di Newton (il terzo segue più avanti a pag. 157 e segg.)^(v154) si possono sviluppare da proposizioni fornite dal principio di conservazione dell'energia, sorge la domanda se, soprattutto nell'interesse di un'interpretazione ancor più razionale della meccanica, non sarebbe opportuno per la sua rappresentazione stabilire definitivamente un punto di partenza analogo a quello ora utilizzato, al posto di quello oggi consueto. Oggi si usa quasi generalmente introdurre la meccanica attraverso il principio di proporzionalità tra forza e accelerazione, sia che, con Newton e W. Thomson⁽¹⁵¹⁾, si riconduca in ultima analisi il concetto di forza a quello di pressione, come ci viene direttamente trasmesso dalla sensazione muscolare (tatto, sensibilità) o che, con Kirchhoff⁽¹⁵²⁾, si identifichino subito a priori, per definizione, forza e accelerazione, nel qual caso invero il concetto di forza perde significato perchè non si considerano le sensazioni muscolari. Dalla forza si deriva poi il lavoro, l'energia, etc.. Dalla parte opposta sta l'altra concezione, coltivata dapprima da Huygens⁽¹⁵³⁾, che pone il concetto di energia (lavoro, forza viva) al vertice della meccanica e relega gli altri concetti fondamentali, in particolare quello di forza, ad una posizione secondaria. Evidentemente l'ultimo punto di vista possiede in più il vantaggio che il concetto, per esso caratteristico, di energia è una grandezza definita per tutti i diversi rami della fisica, così che non solo la meccanica, ma anche la teoria del calore, dell'elettricità, etc., si possono fondare sullo stesso concetto, grazie al quale ne consegue senza dubbio un'interpretazione più omogenea e più elevata dei fenomeni fisici⁽ⁿ¹⁹⁾, ed io credo anche che presto o tardi questa interpretazione si

affermerà dappertutto non appena noi, esercitandoci in vari modi, ci saremo una buona volta abituati a questo concetto relativamente ancora troppo poco usato; d'altra parte si deve bene osservare che il concetto di forza, sul quale fin da Newton si fonda esclusivamente la meccanica, può esibire un vantaggio che manca al concetto di energia: è la circostanza che noi possediamo una sensibilità, quella muscolare, con la quale possiamo percepire direttamente uno sforzo (anche senza misurarlo esattamente)^(v155) mentre ci manca del tutto un senso di energia (cfr. pag. 153 riguardo al calore)^(v156); questo fatto è stato indubbiamente una ragione per la quale, nel corso dello sviluppo storico della meccanica, il concetto di forza ha potuto far passare in secondo piano quello di lavoro e conquistare per conto suo la decisa preponderanza. La forza ci appare, almeno nella concezione newtoniana, come la cosa primaria, come la causa, mentre il moto, la produzione di lavoro etc., come l'effetto (anche se forza e accelerazione rispetto al tempo coincidono)^(v157), e ciò per nessun'altra ragione che quando noi spingiamo un corpo con azione muscolare, il processo fisiologico in noi precede di fatto l'inizio del moto. Allora se un corpo, indipendentemente dalla nostra attività muscolare, viene posto in moto, per esempio per l'attrazione di un altro, noi possiamo tuttavia sempre immaginare, dopo aver eliminato il corpo che attrae, di produrre la stessa accelerazione con lo sforzo personale e perciò anche in questo caso parliamo, in senso del tutto determinato di una forza, nella misura in cui questa produce movimento. Il fatto che noi possiamo ottenere una misura quantitativa di questa forza solo dall'osservazione del movimento che subentra, dipende solo dall'imperfezione del nostro senso muscolare e non cambia nulla del concetto di forza.

Poichè, come è stato detto, concordemente con lo sviluppo storico scorgiamo il significato essenziale del concetto di forza nella sua connessione con le sensazioni fornite dal senso muscolare, non possiamo nemmeno decidere, come Kirchhoff^(v158), di marcare il concetto di forza come puramente cinematico attraverso l'eliminazione di questa connessione. Certo si deve ammettere che con il solo concetto di accelerazione si può costruire gran parte della meccanica, innanzitutto l'intera l'astronomia ed in particolare tutti quei processi di moto che vengono percepiti solo attraverso l'occhio. Ma la fisica deve occuparsi della descrizione di tutti i tipi di fenomeno, non solo quelli che ci vengono resi noti dalla sensazione del movimento, ma anche dalla sensazione muscolare, dalle sensazioni di temperatura, dei colori, etc., e, corrispondentemente, i concetti fisici fondamentali devono essere derivati direttamente dalle percezioni sensoriali specifiche. Possiamo tanto meno misurare con esattezza una temperatura attraverso le sensazioni di temperatura quanto meno una forza con la sensazione muscolare o una tonalità di colore attraverso le sensazioni cromatiche, perchè l'acutezza delle nostre percezioni sensoriali non è sufficiente, piuttosto noi dobbiamo, per conseguire questo scopo, ricercare altri fenomeni che, secondo l'esperienza, siano necessariamente correlati con le sensazioni citate, ed offrano il vantaggio di una misurazione quantitativa; si tratta di regola di fenomeni di moto: la dilatazione per la temperatura, l'accelerazione per la forza, la lunghezza d'onda per il colore, etc.; ma non per questo ci vedremo autorizzati a dichiarare temperatura, forza, colore, etc., come concetti cinematici. Quanto meno colleghiamo alla parola "blu" essenzialmente l'immagine meccanica di una certa frequenza di oscillazione o di una certa lunghezza d'onda dell'etere, che tuttavia è la sola che ci fornisce l'esatta misura fisica del colore, allo stesso modo, quando parliamo di "forza d'attrazione" di un magnete su un pezzo di ferro, non dovremmo in primo luogo pensare all'accelerazione (moltiplicata per la massa)^(v159) che il magnete imprime al ferro, ma piuttosto ad una sensazione di sforzo^(v160), certo non adatta per un'esatta misurazione, che noi proviamo nei muscoli se, eliminando il magnete, impartiamo al ferro la stessa accelerazione con azione

personale^(v161). Mentre Kirchhoff, nella sua ammirevole rappresentazione della meccanica, riconduceva il concetto di connessione di causa a ciò che esso realmente significa, cioè la necessità della successione temporale, credeva purtroppo contemporaneamente anche di dover escludere dai fondamenti della meccanica le sensazioni trasmesse dal senso muscolare, anche se esse ci aiutano a realizzare i concetti fisici con lo stesso preciso diritto come le sensazioni del senso della vista, relativamente più acuto. Per lo stato attuale della meccanica si dovrebbe in sostanza arrivare alla stessa cosa, sia che si metta a priori il concetto di forza in relazione con le percezioni muscolari, o che questa connessione venga introdotta solo in seguito (infatti è ovvio che essa debba essere una buona volta introdotta, già a proposito della teoria delle prime e più antiche macchine: quelle che vengono azionate dalla forza muscolare); ma la meccanica, come qualsiasi altra parte della fisica, non è affatto una scienza completa anche se è situata ad un livello relativamente molto elevato: mentre i fatti, una volta osservati, restano e vengono continuamente integrati e completati da fatti nuovi, le concezioni possono mutare in modo spesso impreveduto. L'unico punto di partenza fermo e inattaccabile risiede, come ci è noto, nei fenomeni forniti dalle percezioni sensoriali e perciò dovrebbe essere un fatto altamente razionale tenere costantemente a nostra disposizione l'uso di tutti i nostri sensi e non rinunciare a priori ad uno di essi che, come già chiarisce il nome^(v162), ha finora fornito e presumibilmente fornirà ancora alla scienza i più importanti servizi per la comprensione e lo sviluppo del concetto di forza.

Ritornando ora al problema sollevato prima, se sia più opportuno per la rappresentazione della meccanica dedurre la legge di proporzionalità tra forza e accelerazione dal principio di conservazione dell'energia o viceversa, potremmo, ripetendo l'opinione espressa sopra, deciderci per la prima eventualità; ci appare invece indispensabile, in considerazione dell'immediatezza or ora discussa del concetto di forza, fondare il concetto di lavoro solo su quello di forza (in modo del tutto indipendente dall'accelerazione) e poi, formulato questo concetto, procedere all'applicazione del principio di conservazione dell'energia, dal che risulta poi la proporzionalità tra forza e accelerazione. Non vogliamo tentare di esporre più esaurientemente nei particolari come ciò si dovrebbe effettuare, tanto più che qui si lascia un certo margine d'azione al gusto individuale. Vorremmo ancora porre in rilievo un punto cui attribuiamo un peso particolare, cioè il fatto che la concezione qui descritta si riallaccia nel modo più stretto al metodo che in altre parti della fisica, in particolare nella teoria del calore, viene già usato col miglior successo. Deriviamo gli effetti del calore dal principio di conservazione dell'energia, o rispettivamente dal principio di equivalenza di calore e lavoro, e tuttavia in terminologia il concetto di quantità di calore non è il dato originario, perchè per esso (come per il lavoro)^(v163) non possediamo un organo sensoriale specifico, ma arriviamo ad esso solo attraverso il concetto di temperatura che ci viene fornito direttamente dal senso della temperatura (come il concetto di forza attraverso il senso muscolare o, come potremmo addirittura dire: senso di forza)^(v164). Sotto questo aspetto siamo arrivati, nella teoria del calore, stranamente a concezioni alquanto più mature che in meccanica; infatti col tempo si dovrà arrivare anche in meccanica a concepire l'energia come il dato primario, e la forza come una manifestazione di questa energia (potenziale o in atto)^(v165), allo stesso modo come già ora consideriamo la temperatura come una manifestazione del calore. Dove non c'è energia non può realizzarsi alcuna sensazione nè di forza nè di temperatura nè di qualsiasi altro genere.

Prima di lasciare la trattazione del moto di un singolo punto materiale libero, vogliamo ancora menzionare un principio utile per le successive applicazioni. Se un

punto materiale, per effetto di qualche forza, passa dallo stato di quiete a quello di moto, nel primo istante di questo movimento il lavoro totale delle forze agenti è sempre positivo. Poichè l'inizio del moto è sempre connesso con un aumento dell'energia del punto (la sua forza viva), le azioni esterne che determinano questo aumento devono pure essere positive. (La stessa affermazione consegue naturalmente anche in modo diretto considerando il fatto che lo spostamento del punto, prodotto dalle forze agenti, avviene nella direzione della forza risultante.)^(v166). Quando succede che il punto nel corso del moto ritorna al punto di partenza, il lavoro totale delle forze non sarà in generale uguale a zero, e di conseguenza il punto non potrà avere ancora la sua vecchia velocità; invece questo accade sempre quando le azioni sono prodotte da forze centrali che emanano da determinate masse in quiete; allora esiste un potenziale V delle forze agenti, in modo che:

$$X = - \frac{\theta V}{\theta x}, \quad Y = - \frac{\theta V}{\theta y}, \quad Z = - \frac{\theta V}{\theta z},$$

In questo caso la grandezza del lavoro compiuto in un tempo finito qualsiasi è misurata semplicemente dalla diminuzione di questo potenziale, indipendentemente da quale sia la traiettoria descritta dal punto. La proposizione ricavata per ultima suona allora come: se un punto in quiete comincia a muoversi sotto l'effetto di forze che hanno un potenziale dipendente solo dalla posizione del punto, ciò avviene sempre in modo tale che il potenziale diminuisce.

Proseguiamo ora considerando un punto materiale la cui mobilità è limitata da certi vincoli esterni stabiliti a priori, così possiamo qui distinguere in primo luogo due tipi di forze: 1) quelle che tendono a muovere il punto in un certo modo, le vogliamo chiamare in seguito forze motrici, la cui intensità e direzione sono in generale conosciute direttamente e, 2) quelle che sono causate dall'esistenza dei vincoli fissi, che chiameremo forze di resistenza; queste forze sono caratterizzate solo dal fatto che l'esito della loro attività è sempre quello di mantenere in efficienza in ogni circostanza i vincoli fissi. Entrambi i tipi di forze determinano insieme il moto del punto secondo le leggi generali del moto valide per un punto libero. L'indeterminazione che è ancora insita nei valori delle forze di resistenza^(v167) può essere eliminata col seguente principio, che si basa sulla decomposizione del lavoro totale in quello delle forze singole: se la realizzazione e il mantenimento (da ottenere mediante qualsiasi dispositivo meccanico)^(v168) dei vincoli fissi non è connesso nè con spesa nè con produzione di energia, il lavoro delle forze di resistenza^(v169) sul punto materiale considerato è sempre uguale a zero; infatti, in questo caso, al punto non può essere comunicata energia a causa dell'azione dei vincoli fissi, altrimenti questa energia verrebbe originata dal nulla. Questo accade sempre quando i vincoli non dipendono dal tempo, p.es. quando il punto è costretto a restare su una superficie fissa o su una curva fissa nello spazio. Allora un punto sul quale non agiscono forze motrici si muoverà su una superficie o curva, fissa, con velocità costante.

Supponiamo ora, fissandoci sul caso ipotizzato, che il punto si trovi inizialmente in quiete, e poi sia messo in moto per l'influsso di certe forze motrici; allora, secondo il principio dedotto sopra, il lavoro complessivo di tutte le forze agenti sul punto deve essere positivo; ma poichè, come abbiamo appena visto, il lavoro delle forze resistenti^(v170) è uguale a zero, e poichè il lavoro complessivo di tutte le forze è la somma dei lavori delle forze singole, ne segue la tesi che "in ogni moto insorgente, il lavoro delle forze motrici è di per sè solo positivo"; in altre parole: la direzione della risultante delle forze motrici forma con la direzione del moto intrapreso dal punto un angolo acuto. Per il caso particolare in cui le forze motrici abbiano un potenziale, ne

segue che all'inizio del moto il potenziale diminuisce. Da qui risulta direttamente il principio degli spostamenti virtuali: quando, fra tutti gli spostamenti che il punto può subire in conseguenza dei vincoli fissi, non se ne trova neanche uno per il quale il lavoro delle forze motrici sia positivo, non può aver luogo affatto alcun movimento, e quindi si deve avere equilibrio; infatti, se così non fosse, inizierebbe il moto, e per lo spostamento risultante il lavoro delle forze motrici sarebbe nullo o negativo, il che è incompatibile con la tesi enunciata. Siano X, Y, Z ancora le componenti della risultante delle forze motrici, allora si ha equilibrio se per ogni spostamento virtuale permesso $\delta z, \delta y, \delta x$ vale la condizione:

$$X\delta x + Y\delta y + Z\delta z \leq 0.$$

Per il caso abituale in cui i vincoli fissi siano tutti espressi da equazioni (non disequazioni) tra le coordinate del punto mobile, se qualche spostamento $\delta z, \delta y, \delta x$ è compatibile con i vincoli sarà sempre ammissibile anche l'opposto: $-\delta z, -\delta y, -\delta x$, così che la condizione richiesta per l'equilibrio è allora soddisfatta solo se per tutti gli spostamenti consentiti è: $X\delta x + Y\delta y + Z\delta z = 0$. Se le forze motrici hanno un potenziale, quest'equazione significa $\delta V = 0$. Questa condizione è allora sempre soddisfatta se, per il punto spaziale considerato, il valore del potenziale è un massimo o un minimo ed è subito evidente che nel primo caso l'equilibrio è instabile, nel secondo è stabile. Infatti, supponendo il punto materiale in una posizione poco discosta da quella di equilibrio, esso non sarà più in equilibrio ma si metterà in movimento in modo che il potenziale diminuisca. Allora, se nella posizione di equilibrio il potenziale è minimo, esso dovrà ritornarvi, nel caso opposto ciò è impossibile. Intermedi fra questi ci sono casi in cui l'equilibrio è instabile per certi spostamenti ma stabile per altri; allora il valore del potenziale non raggiunge nè un massimo nè un minimo.

Abbiamo dedotto tutte queste conseguenze con una certa prolissità, che sarebbe stata alquanto semplificata utilizzando certe semplici proposizioni (p.es., che la forza di resistenza^(v171) di una superficie o curva agisce sempre in direzione perpendicolare ad essa)^(v172) tuttavia abbiamo ottenuto così il vantaggio di trasferire le considerazioni ora usate, invariate nella sostanza, ai sistemi di quanti si vogliono punti materiali (vedi oltre). Dal principio degli spostamenti virtuali si possono, come noto, dedurre non solo le condizioni di equilibrio ma anche le equazioni di moto del punto materiale, premesso che alle componenti delle forze motrici si aggiungano anche le grandezze:

$$-m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad -m \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad -m \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Vogliamo perciò passare subito alla trattazione di un sistema di più punti in moto, ed in primo luogo di due punti, per stabilire la validità per essi del principio di azione e reazione: siano esclusi dapprima tutti gli effetti di altre masse. Indichiamo le coordinate di un punto con x, y, z , la sua forza viva con T ^(v173), le componenti della forza agente su di esso, da parte dell'altro punto, con X, Y, Z , mentre l'indice aggiunto 1 o 2 si riferisce al punto su cui si opera, così per ogni singolo punto l'aumento dell'energia è uguale al lavoro della forza agente su di esso, cioè

$$dT_1 = X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1,$$

$$dT_2 = X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2,$$

D'altra parte assumiamo l'insieme dei due punti come "sistema base" (pag. 121) così che gli effetti esterni siano nulli e perciò l'energia sia costante. Questa grandezza, naturalmente, non consisterà in generale solo delle forze vive (energia)^(v174) dei due punti, bensì bisognerà introdurre ancora un termine che dipende anche dalla posizione dei punti nello spazio e si pone accanto agli altri come nuovo tipo di energia. Indichiamo questo tipo di energia (l'energia potenziale^(v175)) con U, abbiamo così: $T_1+T_2+U = \text{Cost.}$ dunque

$$dT_1+dT_2+dU=0.$$

Le due equazioni stabilite sopra, composte danno:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = - dU$$

Il lavoro complessivo delle forze agenti forma dunque il differenziale completo rispetto al tempo di una funzione dipendente solo dallo stato istantaneo (posizione e velocità) dei due punti, e questa condizione è adatta a dedurre certe proprietà caratteristiche delle forze.

Se facessimo dipendere U non solo dalla posizione ma anche dalla velocità dei due punti, allora dU/dt conterrebbe in sé anche l'accelerazione, da cui seguirebbe, secondo l'ultima equazione, che le componenti X, Y, Z delle forze dovrebbero pure dipendere dall'accelerazione. Questa ipotesi si trova in effetti trattata nelle leggi fondamentali che W. Weber⁽¹⁵⁴⁾, B. Riemann⁽¹⁵⁵⁾ e R. Clausius⁽¹⁵⁶⁾ hanno stabilito per l'azione reciproca tra due punti elettrici. Invero, per questa via, tanto la concezione del modo di agire delle forze quanto anche il calcolo dello stesso diventa molto più complicato, e poichè l'assumere queste leggi non appare affatto necessario, tanto più che ulteriori ragioni particolari depongono contro di esse, allora non vogliamo ulteriormente portare avanti il caso che abbiamo ipotizzato.

Allora non resta nient'altro da fare che supporre che U dipenda solo dalla posizione dei due punti agenti, e precisamente, come possiamo subito aggiungere, dalla loro distanza r, dal momento che questa è l'unica grandezza fisica che viene completamente definita dalla posizione dei due punti. Abbiamo dunque:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

dove

$$U = f(r).$$

Ora, anche se i termini in cui si scompone il differenziale dU appaiono associati singolarmente alle grandezze di cui è composta l'espressione precedente del lavoro (= -dU), non si è per questo ancora autorizzati ad uguagliare a due a due i termini corrispondenti, cioè a porre:

$$X_1 = \frac{\theta U}{\theta x_1} dx_1 = \frac{\theta f(r)}{\theta x_1},$$

$$Y_1 = \frac{\theta U}{\theta y_1} dy_1 = \frac{\theta f(r)}{\theta y_1},$$

etc.. Ciò sarebbe permesso solo quando: 1) i differenziali dz_1, dy_1, \dots fossero del tutto indipendenti l'uno dall'altro, e, contemporaneamente, 2) le grandezze X_1, Y_1 fossero indipendenti da questi differenziali (cioè dalle velocità). Infatti, se una di queste due condizioni non fosse soddisfatta si potrebbero sempre trovare due quantità diverse da zero che possono essere aggiunte ai valori indicati delle componenti X_1, Y_1 , senza che con questo il valore del lavoro $X_1 dx_1, Y_1 dy_1 + \dots$, e dunque anche quello di dU , venga variato. Queste forze "supplementari" hanno quindi la proprietà che il lavoro da esse compiuto è uguale a zero. Di tali forze, infatti, se ne possono nominare diverse che, in corrispondenza alle due condizioni mostrate, si suddividono in due tipi distinti. Quelle che traggono origine da una dipendenza reciproca delle coordinate provengono dall'esistenza di vincoli fissi tra i due punti agenti, esse, per la loro comoda trattazione matematica, giocano un ruolo importante nella meccanica, e su esse ritorneremo in seguito alquanto più dettagliatamente; una cosa però vogliamo qui sottolineare, che forze di questo tipo (le abbiamo indicate sopra come forze di resistenza)^(v176) non hanno affatto un'esistenza primaria in natura, ma si possono sempre in definitiva decomporre in quelle forze che sono determinate autonomamente in base allo stato dei punti; infatti ciascun vincolo fisso può essere realizzato in natura solo mediante certi mezzi meccanici, cioè con opportuno raggruppamento di corpi adatti e, suddividendo questi corpi nei loro singoli punti, decomponiamo le forze di resistenza^(v176) nei loro elementi che sono tutti rappresentati da forze "motrici" (pag. 154). In definitiva ogni punto deve essere considerato come liberamente mobile.^(a12)

Resta ancora solo da discutere l'altro tipo di forze supplementari: forze che dipendono dalla velocità dei due punti (liberi) in modo tale che il loro lavoro complessivo su entrambi i punti è sempre uguale a zero; chiamiamo le loro componenti $X'_1, Y'_1, Z'_1, X'_2, Y'_2, Z'_2$. Possiamo senz'altro assumere che l'intensità di queste forze non dipenda dai valori assoluti ma solo da quelli relativi delle coordinate e delle velocità, perchè i primi non hanno alcuna importanza fisica. Allora, se il lavoro di queste forze:

$$X'_1 dx_1 + Y'_1 dy_1 + Z'_1 dxz_1 + X'_2 dx_2 + Y'_2 dy_2 + Z'_2 dxz_2$$

è identicamente nullo, abbiamo, come si può facilmente mostrare:

$$X'_1 = -X'_2, \quad Y'_1 = -Y'_2, \quad Z'_1 = -Z'_2$$

dunque le forze sui due punti sono uguali in grandezza ma con direzione (arbitraria)^(v177) opposta. Se, per brevità poniamo:

$$x_1 - x_2 = x, \quad y_1 - y_2 = y, \quad z_1 - z_2 = z,$$

allora deve essere ancora soddisfatta la condizione:

$$X'_1 dx_1 + Y'_1 dy_1 + Z'_1 dz_1 = 0.$$

La soluzione generale di questa equazione è:

$$\begin{cases} X'_1 = Q \frac{dz}{dt} - R \frac{dy}{dt} \\ Y'_1 = R \frac{dx}{dt} - P \frac{dz}{dt} \\ Z'_1 = P \frac{dy}{dt} - Q \frac{dx}{dt} \end{cases}$$

dove P, Q, R rappresentano funzioni arbitrarie delle coordinate e velocità (relative). Lipschitz⁽¹⁵⁷⁾ ha richiamato l'attenzione sulla compatibilità di tali forze col principio di conservazione dell'energia. Se particolareggiamo ancora un po' di più le idee in modo da ottenere un'immagine più chiara sull'essenza di queste forze, ci sarebbe dapprima da soddisfare ancora la condizione che, in una rotazione del sistema di coordinate attorno all'origine, non si abbia variazione nella dipendenza delle componenti delle forze dalle coordinate e dalle loro derivate, come abbiamo già supposto per una traslazione parallela degli assi coordinati. Questa condizione è soddisfatta ponendo:

$$P = \frac{\theta\rho}{\theta x}, \quad Q = \frac{\theta\rho}{\theta y}, \quad R = \frac{\theta\rho}{\theta z},$$

inversamente proporzionale alla distanza r, la forza così definita si trasforma in quella che, secondo Ampère, un elemento di circuito in quiete, percorso da corrente, esercita su un polo nord in quiete, supposto che le componenti della corrente siano assunte proporzionali alle grandezze dx/dt, dy/dt, dz/dt. Una forza siffatta è dunque molto bene immaginabile; però, poichè essa agisce secondo una legge meno semplice di quella delle forze centrali, le si potrebbe attribuire un'esistenza^(v178) fisica solo allorchè si potesse mostrare che certi fenomeni di moto osservati in natura non possono aver luogo senza di essa; ma ciò non è finora accaduto.

Non è consentito qui addurre la menzionata interazione tra elementi di corrente e poli magnetici come prova dell'esistenza di tali forze; infatti quegli effetti non rappresentano nient'altro che una breve e comoda sintesi delle forze che correnti chiuse e magneti perfetti esercitano gli uni sulle altre; un elemento di corrente del tutto isolato non ha affatto un'esistenza fisica perchè per mantenere la corrente ci vuole sempre una forza esterna^(v179). L'introduzione delle forze in discorso sarebbe giustificata e permessa solo quando, nelle interazioni fra due o più punti o corpi, completamente isolati da influenze esterne, si potesse constatare un fenomeno che fosse caratteristico di quelle forze. Tale fenomeno sarebbe facilmente rivelabile: infatti le forze in discussione soddisfano la legge di conservazione del moto del baricentro, perchè agiscono fra coppie di punti, con uguale intensità e in direzioni opposte, ma contraddicono la legge di conservazione delle superfici⁽ⁿ²⁰⁾ perchè le loro direzioni non coincidono con la congiungente i punti, bensì sono ad essa perpendicolari e perciò danno origine ad un momento di torsione. Allora, mentre la forza viva del moto resta costante, cambia continuamente la somma dei momenti delle quantità di moto, riferiti ad un asse fisso. Perciò ogni deviazione eventualmente osservata del moto di un qualsiasi sistema di punti, non sottoposto ad azioni esterne, dalla legge delle superfici, dovrebbe condurre

ad ammettere le forze che abbiamo qui discusso.

Poichè la direzione di queste forze non cade lungo la congiungente i due punti tra i quali esse agiscono, esse contraddicono pure il principio di azione e reazione e risultano perciò non valide appena si assume questo principio come valido in generale. In tal modo Helmholtz⁽¹⁵⁸⁾ se ne è sbarazzato; non vorremmo tuttavia, per l'uniformità della trattazione, presentare qui direttamente come dato il principio di azione e reazione ma piuttosto esporre sotto quali ipotesi esso si dimostra come conseguenza dal principio di conservazione dell'energia da noi dovunque applicato. Se partiamo dalla precedente equazione di conservazione dell'energia

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = - dU$$

dove $U = f(r)$, quindi

possiamo allora assumere senz'altro che le componenti delle forze dipendono solo dalle coordinate relative $(x_1 - x_2)$, $(y_1 - y_2)$, $(z_1 - z_2)$, perchè la loro grandezza non viene alterata da una traslazione parallela degli assi coordinati. Allora, necessariamente, diventa:

$$X_1 + X_2 = 0 \quad Y_1 + Y_2 = 0 \quad Z_1 + Z_2 = 0$$

e

$$X_1 d(x_1 - x_2) + Y_1 d(y_1 - y_2) + Z_1 d(z_1 - z_2) = - dU$$

Se ora uguagliamo fra loro non soltanto le due espressioni complete di dU ma anche le coppie di termini corrispondenti di queste espressioni, otteniamo il risultato:

$$X_1 = - \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial f(r)}{\partial r} \cdot \frac{x_1 - x_2}{r}$$

etc., cioè le forze uscenti dai due punti sono uguali ed opposte e le loro direzioni coincidono con la congiungente. Il principio di azione e reazione (terzo assioma di Newton) deriva allora dal principio di conservazione dell'energia coll'ausilio dell'ipotesi che non solo il lavoro totale delle forze agenti tra i due punti esprima la variazione della loro energia potenziale ma anche che ciascuna delle singole parti, relative ai tre assi coordinati, dalle quali è composto il lavoro totale, misuri l'incremento di energia corrispondente all'asse in questione. Ancora una volta ciò non è nient'altro che un'applicazione del principio di sovrapposizione delle energie, la cui importanza sta nel riunire sotto un comune punto di vista una serie di principi apparentemente eterogenei e grazie al quale noi ora possiamo rinviare alle osservazioni di pag. 147 e seg. e pag. 130.

Con ciò abbiamo ricondotto le forze agenti tra due punti a forze centrali che hanno un potenziale U dipendente solo dalla distanza, dove U esprime contemporaneamente il valore dell'energia potenziale di entrambi i punti. Finora non è stato ancora scoperto in natura nessun fenomeno che contraddica l'ipotesi che tutte le forze si possano ricondurre in ultima analisi a forze centrali (che, in particolare, sono anche indipendenti dalle velocità)^(v180) Contro di ciò si possono tanto meno dedurre obiezioni dalla dipendenza degli effetti elettrodinamici dalla densità di corrente e,

addirittura, dalle sue derivate rispetto al tempo, quanto meno dal fatto che la pressione di un gas dipende dalla temperatura e dunque anche dalla forza viva dei moti interni⁽ⁿ²¹⁾. Infatti, come da pochi decenni si è imparato a spiegare quest'ultima forza con le leggi dell'urto elastico, che da parte loro possono certamente essere ridotte ad azioni di forze centrali, allo stesso modo esiste anche la fondata prospettiva di risolvere in modo analogo i fenomeni elettrodinamici. Solo non si devono immaginare le forze elettrodinamiche come condizionate in modo primario dalla semplice presenza della carica elettrica in scorrimento, bensì piuttosto come risultanti da una particolare, e per il momento ancora sconosciuta, disposizione dei centri attivi, che è pure solo una conseguenza dell'attività della corrente.

Se ora proseguiamo nella considerazione di un sistema di parecchi punti (in numero finito)^(v181) che agiscono l'uno sull'altro a distanze finite, immaginiamoci allora le forze presenti decomposte in quelle che agiscono solo tra punti presi a due a due e che riconducono perciò tutti gli effetti a forze centrali. Che una tale decomposizione sia generalmente possibile, in particolare che le forze agenti tra due punti non siano affatto influenzate nell'intensità e nella direzione dalle azioni provenienti da altri punti, non è di per sè affatto comprensibile ma costituisce un altro caso di applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti, che già ripetutamente ci ha fornito l'occasione per l'utilizzazione del principio di conservazione dell'energia. Così si spiega anche perchè il principio di uguaglianza di azione e reazione valga anche per quelle forze che non appaiono direttamente nella forma di forze centrali, come attrito, urto anelastico e simili. Tali forze tuttavia devono essere sempre viste come composte da un gran numero di forze centrali e poichè queste ultime singolarmente soddisfano il principio citato, lo stesso devono fare le risultanti. Se ora abbiamo un simile sistema di punti liberi di muoversi, su cui non vengono esercitate azioni esterne e la cui energia è quindi costante, allora le componenti della risultante di tutte le forze agenti su un punto x, y, z si possono porre nella forma:

$$X = - \frac{\theta U}{\theta x}, \quad Y = - \frac{\theta U}{\theta y}, \quad Z = - \frac{\theta U}{\theta z}.$$

è il potenziale delle forze agenti, formato dalla semplice addizione dei potenziali relativi a coppie di punti. Per un punto singolo vale ancora l'affermazione che la variazione della sua energia (forza viva)^(v182) è uguale al lavoro della forza che agisce su di esso. Sommando tutte le equazioni che così si ottengono ed indicando con T la somma di tutte le forze vive, si ottiene:

$$dT = \sum (Xd x + Yd y + Zd z) = -dU$$

ovvero:

$$T + U = \text{cost.}$$

L'energia del sistema quindi consiste sempre di due parti soltanto: l'energia in atto, o cinetica, e quella potenziale, la prima delle quali è formata dalla somma delle forze vive, la seconda dal potenziale delle forze centrali. Se si aggiungono alle forze considerate altre azioni dall'esterno, l'ultima equazione cambia in modo tale che la variazione di energia in un certo tempo (cioè l'energia trasferita dall'esterno al

sistema)^(v183) è uguale alla somma dei lavori che nello stesso tempo sono compiuti dalle forze esterne su tutti i punti del sistema. Con questa affermazione si è in grado di applicare l'equazione dell'energia ad un insieme di punti estratto del tutto a piacere dal sistema.

Per un sistema di punti liberi, come lo abbiamo supposto finora, la costruzione delle equazioni di moto è altrettanto semplice come per un singolo punto libero. Diversamente accade quando i moti dei punti sono limitati da vincoli fissi, perchè in questo caso si aggiungono alle forze motrici anche certe forze di resistenza^(v184) la cui intensità e direzione non è determinata direttamente dalla posizione dei punti. Tuttavia si perviene già allo scopo facendo uso di una proprietà caratteristica di tutte le forze di resistenza. Infatti, per quanti vincoli fissi indipendenti dal tempo possiamo osservare anche in natura (superfici e linee fisse, corpi rigidi, fili e membrane completamente flessibili e non estendibili, fluidi incomprimibili), per tutti vale l'affermazione che il lavoro complessivo delle forze di resistenza^(v184) provenienti da essi è sempre uguale a zero, proprio per il motivo che il mantenimento di questi vincoli non è connesso nè con consumo nè con produzione di energia. Infatti, siccome nè il lavoro di una forza esterna è necessario^(v185) per rendere effettivi i legami citati, e neanche i corpi, che costituiscono questi legami, subiscono, per qualsiasi movimento arbitrario, alcuna modificazione interna, allora dagli effetti delle forze di resistenza^(v184), corrispondenti ai vincoli, non può risultare in totale nè lavoro nè forza viva, altrimenti questi verrebbero prodotti dal nulla. Tuttavia appena viene a mancare una delle due circostanze citate, anche la nostra argomentazione cessa di essere vincolante. Così p.es. per il mantenimento dei vincoli fissi si richiede in generale il lavoro di una forza esterna ogni volta che essi sono dipendenti dal tempo, quindi, p.es., quando un punto è costretto a rimanere su una superficie che si muove in un certo dato modo. In questo caso la forza di resistenza^(v186) del piano compirà sul punto un lavoro diverso da zero, ed esattamente nella misura del lavoro necessario per mantenere in moto la superficie. D'altra parte dobbiamo, p.es., registrare una variazione interna dei corpi che formano il vincolo fisso quando un punto si muove su una superficie con attrito; qui anche la forza originata dal piano compie un lavoro e, per questo, la superficie non resta invariata ma ne risulta riscaldata, elettrizzata, etc.. Se noi escludiamo dal nostro studio quei casi che necessitano di una trattazione particolare, possiamo formulare in generale l'affermazione: il lavoro complessivo di tutte le forze di resistenza^(v184) è uguale a zero. Con ciò, naturalmente, le forze di resistenza^(v184) possono benissimo compiere lavoro sui singoli punti, come p.es. la tensione in un filo inestensibile; cioè essi possono trasferire energia da un punto ad un altro senza cambiarne l'ammontare complessivo.

Allora da questa affermazione, per un sistema di punti sottoposto a vincoli fissi qualsiasi e sul quale non agiscono altre forze esterne, segue di nuovo direttamente l'equazione di conservazione dell'energia di cui sopra:

$$T + U = \text{cost.},$$

del tutto indipendente dai vincoli fissi.

Quando il sistema passa dallo stato di quiete a quello di moto per effetto delle forze motrici, allora, poichè $dT > 0$, è sempre $dU < 0$, cioè il moto procede sempre nel senso in cui l'energia potenziale, il potenziale delle forze motrici, diminuisce^(v187). Da qui risultano subito le condizioni di equilibrio del sistema. Infatti, chiaramente non può subentrare alcun movimento quando, per tutti gli spostamenti δz , δy , δx , che i punti possono subire a causa dei vincoli fissi, si ha $\delta U \geq 0$, poichè allora la condizione necessaria perchè inizi un moto non è soddisfatta^(v188). Se i vincoli fissi sono tali che per

ogni spostamento compatibile con i vincoli è insieme permesso anche quello opposto (non è, p.es., il caso di un filo che si può estendere ma non si può restringere), allora l'ultima condizione può essere soddisfatta solo se per tutti gli spostamenti permessi è $\delta U = 0$ oppure $(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0$. L'equilibrio è dunque presente in tutti gli stati del sistema per i quali U è massimo o minimo. Appare subito chiaro che il primo caso corrisponde all'equilibrio assolutamente instabile, il secondo a quello assolutamente stabile, come è già stato da noi discusso per un punto singolo (pag. 156).

Finalmente, seguendo il procedimento di d'Alembert, possiamo ricondurre qualsiasi stato di moto ad uno stato di equilibrio, aggiungendo, in ogni punto, alle componenti della forza motrice X, Y, Z rispettivamente le grandezze $d^2x/dt^2, -md^2y/dt^2, -md^2z/dt^2$. Dal precedente principio degli spostamenti virtuali otteniamo allora:

$$\sum \left\{ \left(X - m \frac{d^2x}{dt^2} \right) \delta x + \left(Y - m \frac{d^2y}{dt^2} \right) \delta y + \left(Z - \frac{d^2z}{dt^2} \right) \delta z \right\} = 0$$

e, seguendo metodi noti sviluppati specialmente da Lagrange e da Hamilton, possiamo dedurre le equazioni di moto per ogni singolo punto, in forme diverse. Siccome questa analisi ha interesse essenzialmente matematico non dobbiamo qui occuparci della sua discussione, però, prima di passare ad altri temi, vogliamo aggiungere un'importante osservazione di principio.

L'energia di un sistema di punti si presenta costituita da due tipi, dei quali l'uno, U , il potenziale delle forze motrici, dipende solo dalla posizione, l'altro, T , somma delle forze vive, solo dalla velocità dei punti. Nella forma da noi utilizzata i valori dei due tipi di energia sono dati dalle loro espressioni primarie (pag. 111), e queste perciò conservano del tutto validità e significato, per quanto eterogenei si possano assumere i vincoli fissi. Tuttavia, utilizzando i vincoli dati, è spesso vantaggioso utilizzare, invece delle coordinate ortogonali dei punti, altre variabili per la determinazione degli stati del sistema ed in particolare quelle che siano fra loro indipendenti, cosa che in generale non accade per le coordinate. P.es., avendo n punti, quindi $3n$ coordinate, ed m vincoli fissi, i moti del sistema verranno ricondotti, spesso con maggiore comodità, a $(3n - m)$ variabili fra loro indipendenti, tanto più che in genere sono proprio le variabili indipendenti quelle che appaiono più direttamente accessibili per l'osservazione della natura. In seguito a questa trasformazione, allora, le espressioni dei tipi di energia perdono la loro forma primaria ed assumono talvolta altre caratteristiche. Chiamando eventualmente le variabili indipendenti p_1, p_2, \dots ed assumendo che i valori di tutte le x, y, z siano determinati da tutti quelli delle p , si possono esprimere le coordinate ortogonali attraverso le p , e le velocità attraverso le p e le dp . Per sostituzione si ottengono allora valori di U e di T rappresentati nelle nuove variabili. Ma mentre l'energia potenziale appare ancora come una funzione delle stesse variabili, l'energia cinetica cambia totalmente^(v189) le sue caratteristiche. Essa rimane, invero, una funzione omogenea quadratica delle derivate delle variabili rispetto al tempo, però in generale non contiene più soltanto i puri quadrati ma anche i prodotti a due a due di quelle derivate, ed inoltre i coefficienti di questa funzione non sono più costanti ma dipendono dalle variabili p . In questa forma l'energia cinetica cessa quindi di essere indipendente dalla posizione dei punti del sistema, circostanza che è di fondamentale importanza per l'applicazione dei principi meccanici al calore ed all'elettricità, come si mostra p.es. nel caso dell'espressione dell'energia cinetica di un sistema di correnti

galvaniche, ricavata da Maxwell dalle equazioni generali della meccanica, che è appunto una funzione omogenea quadratica delle velocità dei conduttori e delle intensità di corrente, mentre i suoi coefficienti dipendono dalla posizione dei conduttori⁽ⁿ²²⁾.

Le discussioni fatte finora sull'energia meccanica trovano ora diretta applicazione al caso in cui il numero di variabili da cui dipende lo stato del sistema materiale sia finito; esse necessitano però di un completamento, allorchè quel numero aumenta all'infinito, cioè, p.es., i punti considerati appartengono a un corpo esteso con continuità, come si verifica nella maggior parte delle applicazioni. Si potrebbe allora trasferire i risultati ottenuti sopra direttamente al caso indicato, attraverso un passaggio al limite appropriato, tuttavia è molto più semplice, e più interessante per l'applicazione del principio di conservazione dell'energia, sottoporre le questioni qui insorgenti ad una trattazione particolare. Quindi vogliamo ora occuparci in primo luogo di un corpo considerato continuo, indipendentemente dal fatto che esso si trovi in uno stato di aggregazione solido, liquido o gassoso; fra i corpi solidi possiamo annoverare anche l'etere luminoso^(v190).

Consideriamo dapprima un elemento del corpo e stabiliamo per esso l'equazione che esprime il principio di conservazione dell'energia. La variazione di energia corrispondente ad una data variazione di stato dell'elemento è uguale all'ammontare del lavoro meccanico (o ad un effetto ad esso equivalente)^(v191) che deve essere speso all'esterno dell'elemento, per produrre in un modo qualsiasi la variazione di stato (pag. 146). Per applicare quest'equazione alla variazione che l'elemento subisce nel corso di qualsiasi movimento del corpo durante l'intervallo di tempo dt , consideriamo dapprima le azioni esterne che sono atte a provocare la variazione di stato in questione. Queste si possono decomporre in diversi tipi, i cui effetti si sovrappongono semplicemente. Da una parte dobbiamo considerare il lavoro delle forze che agiscono dall'esterno sull'intera massa dell'elemento, alla maniera della gravità, e le cui intensità vogliamo supporre proporzionali alla massa e note a priori. Indicato dunque con θr il volume, con μ la densità dell'elemento, abbiamo per il lavoro di queste forze un'espressione della forma

$$(Xdx + Ydy + Zdz) \cdot \mu \cdot \theta r.$$

X, Y, Z sono qui le componenti della forza agente sull'unità di massa, dx, dy, dz le componenti dello spostamento che il punto materiale, di coordinate x, y, z al tempo t , subisce nell'elemento di tempo dt . Per poter meglio distinguere, abbiamo qui fatto uso di una simbologia per le grandezze differenziali che adotteremo anche in seguito, usando cioè il simbolo d per un differenziale in cui vengono supposte come variabili indipendenti il tempo t e tre grandezze qualsiasi che caratterizzano un certo punto materiale, mentre invece il segno θ deve riferirsi ad un differenziale che è preso rispetto al tempo e alle tre coordinate spaziali (qui x, y, z) come variabili indipendenti. Così p.es. la derivata $d\mu/dt$ esprime la variazione temporale subita dalla densità in un certo punto materiale (in moto)^(v192) la derivata $\theta\mu/\theta t$ la variazione temporale che la densità subisce in un determinato punto dello spazio. Le due grandezze sono collegate dall'uguaglianza:

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{\theta\mu}{\theta t} + \frac{\theta\mu}{\theta x} \frac{dx}{dt} + \frac{\theta\mu}{\theta y} \frac{dy}{dt} + \frac{\theta\mu}{\theta z} \frac{dz}{dt}.$$

Il lavoro delle forze agenti a distanza sulla massa dell'elemento non è in generale

sufficiente a produrre la variazione di stato dell'elemento, esso p.es. non può mai dar luogo a una torsione dello stesso; invece possiamo sempre provocare la variazione in discorso, almeno per ciò che concerne la situazione meccanica, considerando applicate certe forze che agiscono da tutte le parti sulla superficie dell'elemento. È facile calcolare la quantità di lavoro da esse compiuto. Consideriamo il volume dell'elemento al tempo t come un parallelepipedo retto i cui spigoli, paralleli agli assi coordinati, abbiano lunghezze θ_x , θ_y , θ_z , per cui l'ammontare del lavoro compiuto nell'intorno dell'elemento dall'azione di queste forze di pressione si otterrà sommando i singoli lavori sulle 6 facce del parallelepipedo. Inoltre il lavoro compiuto su una faccia sarà proporzionale alla superficie di essa, così che p.ess. per la faccia passante per il punto x , y , z e parallela al piano YZ , abbiamo il valore di lavoro:

$$(X_x dx + Y_x dy + Z_x dz) \cdot \theta_y \theta_z. \quad (1)$$

X_x , Y_x , Z_x indicano le componenti della forza agente dall'esterno sull'unità di superficie di quella faccia, la cui normale, rivolta verso l'interno, è orientata nella direzione indicata dall'indice x . In questo senso p.es. la pressione X_x in un gas diventa sempre positiva, invece in un filo metallico, teso nella direzione dell'asse X , è negativa.

Sulla faccia opposta, passante per il punto $x + \delta x$, y , z , viene compiuto nello stesso tempo un lavoro di segno opposto a quello precedente, e diverso da esso solo per il fatto che x si è trasformato in $x + \delta x$, mentre y e z restano costanti, così che possiamo indicare come ammontare di tutto il lavoro sulla coppia di superfici considerate:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{\theta_x} (X_x dx + Y_x dy + Z_x dz) \cdot \theta_x \theta_y \theta_z \\ \text{a questo sono da aggiungere i lavori riferiti} \\ \text{alle altre due coppie di superfici:} \\ \frac{\theta}{\theta_y} (X_y dx + Y_y dy + Z_y dz) \cdot \theta_r \\ \frac{\theta}{\theta_z} (X_z dx + Y_z dy + Z_z dz) \cdot \theta_r \end{array} \right. \quad (2)$$

La somma delle ultime tre espressioni con l'espressione (1) rappresenta perciò il lavoro meccanico totale, che viene compiuto nel tempo dt all'esterno dell'elemento e perciò contribuisce all'aumento della sua energia.

L'esperienza mostra, invero, che in generale questo lavoro meccanico non rappresenta l'unico effetto che avviene nell'intorno dell'elemento, ma che piuttosto si aggiungono ancora altri effetti che avvengono non proprio soltanto a spese del lavoro calcolato, e quindi siano già inclusi in esso (come p.es. il calore di compressione)^(v193), bensì compaiono nell'intorno accanto a questo lavoro. Fra questi rientrano i fenomeni di conduzione (e irraggiamento)^(v194) del calore, prodotti da differenze di temperatura, dai quali però possiamo qui prescindere perchè essi si collocano in modo indipendente accanto ai fenomeni meccanici, e poi i processi dell'attrito e dell'urto, determinati dalle differenze di velocità, attraverso i quali l'energia viene trasformata direttamente non solo in forma di lavoro meccanico esterno ma anche in forma di lavoro molecolare e calore.

Se noi intanto provvisoriamente trascuriamo questi fenomeni, e quindi limitiamo lo studio ai corpi perfettamente elastici (e neppure sottoposti a reazione)^(v195), possiamo in ogni caso considerare l'espressione del lavoro meccanico ottenuta sopra come l'importo globale degli effetti che hanno avuto luogo all'esterno dell'elemento nel tempo dt. La stessa espressione misura la contemporanea variazione di energia che ora passiamo a calcolare. L'energia totale dell'elemento consiste di due parti: energia esterna (cinetica)^(v196) ed interna (potenziale)^(v196)

La prima ha il valore:

$$\mu \cdot \frac{\theta r}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

la seconda dipende solo dallo stato interno dell'elemento, che è determinato, oltre che dalla disposizione delle particelle più piccole, anche dalla temperatura dell'elemento. La temperatura a sua volta è però, per i corpi perfettamente elastici in cui non ha luogo conduzione di calore, dipendente esclusivamente dalla variazione meccanica (deformazione) dell'elemento, in quanto solo a questo modo è determinata la variazione di stato complessiva, inclusi gli effetti esterni. Perciò possiamo considerare l'energia interna dell'elemento come funzione soltanto di quelle grandezze che determinano la sua deformazione istantanea e che sono notoriamente 6, sia per variazioni finite che infinitesime. Infatti ogni variazione in un elemento può essere considerata come una variazione lineare⁽¹⁵⁹⁾ ed è determinata quindi da 12 coefficienti; di questi, però, 6 corrispondono ad una traslazione ed una rotazione dell'elemento, e non hanno quindi alcuna influenza sulla deformazione (dilatazione lungo tre direzioni ortogonali) per la cui determinazione restano le altre 6. Inoltre si possono calcolare anche gli spostamenti da uno stato zero scelto ad arbitrio, nel caso di corpi solidi il più comodo è la posizione naturale, e per i gas qualsiasi stato a pressione uniforme. Inoltre, ponendo l'energia interna proporzionale alla massa, risulta per essa un'espressione della forma: $U \cdot \mu \cdot \theta r$. Chiaramente U, qui, non è l'espressione primaria (pag. 111) dell'energia interna dell'unità di massa bensì vale solo per il caso trattato, ma naturalmente esso si riferisce non tanto a processi che avvengono a temperatura costante bensì piuttosto a processi definiti in terminologia come adiabatici. Rinviando ancora per un poco una più precisa determinazione della forma della funzione U, per non essere costretti ad introdurre già qui la distinzione tra moti infinitesimi e finiti.

L'aumento di energia dell'elemento nel tempo dt è perciò:

$$d \left[\frac{\mu \theta r}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} \right] + d[\mu \theta r \cdot \mu]$$

ed essendo la variazione temporale $d(\mu \cdot \theta r) = 0$

$$\mu \cdot \theta r \left(\frac{d^2 x}{dt^2} dx + \frac{d^2 y}{dt^2} dy + \frac{d^2 z}{dt^2} dz \right) + \mu \theta r \cdot dU$$

Uguagliando questa grandezza alla somma delle espressioni (1) e (2) si ottiene

l'equazione del principio di conservazione dell'energia per l'elemento di un corpo perfettamente elastico.

Il principio, da solo, non permette di trarre ulteriori conclusioni; nondimeno, facendo uso del principio di sovrapposizione degli effetti, attraverso la scomposizione dell'equazione riportata, secondo certe premesse semplici e direttamente comprensibili (delle quali d'altronde non si può fare a meno in nessuna circostanza)^(v197), possiamo procurarci addirittura tante equazioni quante sono necessarie per determinare il moto. È anzitutto evidente dalla forma dell'espressione (2) che il valore del lavoro speso all'esterno dell'elemento è condizionato da due diverse circostanze, cioè dal tipo di variabilità nello spazio: 1) delle componenti della pressione X_x, Y_x, \dots , 2) delle componenti della velocità $dx/dt, dy/dt, dz/dt$; se le due grandezze sono costanti in tutto lo spazio, il lavoro totale si annulla. Ora vogliamo fare l'ipotesi che ciascuna di queste due circostanze influisca in modo particolare anche sulla variazione di energia: cioè, la variabilità della pressione nello spazio influenzi soltanto il valore dell'energia cinetica, la variabilità della velocità soltanto il valore dell'energia potenziale; una variazione di forza viva può dunque avvenire solo se la pressione non è distribuita uniformemente nello spazio e una deformazione può avvenire solo se la velocità varia da punto a punto, conclusioni la cui giustificazione è evidente. Analogamente si capisce che il lavoro che viene compiuto sull'intera massa dell'elemento dalle forze agenti a distanza va a vantaggio solo dell'energia cinetica.

Se scomponiamo l'equazione dell'energia nelle due parti relative ai due diversi tipi di energia otteniamo allora, omettendo il fattore θr per intanto l'energia cinetica:

$$(3) \quad \mu \left(\frac{d^2x}{dt^2} dx + \frac{d^2y}{dt^2} dy + \frac{d^2z}{dt^2} dz \right) = (X dx + Y dy + Z dz) \cdot \mu$$

$$- \left(\frac{\theta X_x}{\theta x} dx + \frac{\theta Y_x}{\theta x} dy + \frac{\theta Z_x}{\theta x} dz \right)$$

$$- \left(\frac{\theta X_y}{\theta y} dx + \frac{\theta Y_y}{\theta y} dy + \frac{\theta Z_y}{\theta y} dz \right)$$

$$- \left(\frac{\theta X_z}{\theta z} dx + \frac{\theta Y_z}{\theta z} dy + \frac{\theta Z_z}{\theta z} dz \right)$$

e da qui, coll'ulteriore scomposizione secondo i tre assi coordinati, uguagliando i coefficienti di dx, dy, dz di entrambi i membri, otteniamo le note equazioni di Poisson:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{d^2x}{dt^2} = \mu - \frac{\theta X_x}{\theta x} - \frac{\theta X_y}{\theta y} - \frac{\theta X_z}{\theta z} \\ \mu \frac{d^2y}{dt^2} = \mu - \frac{\theta Y_x}{\theta x} - \frac{\theta Y_y}{\theta y} - \frac{\theta Y_z}{\theta z} \\ \mu \frac{d^2z}{dt^2} = \mu - \frac{\theta Z_x}{\theta x} - \frac{\theta Z_y}{\theta y} - \frac{\theta Z_z}{\theta z} \end{array} \right. \quad (4)$$

D'altra parte per l'energia interna rimane l'equazione:

$$\begin{aligned}
\mu \cdot dU &= - \left(X_x \cdot \frac{\theta dx}{\theta x} + Y_x \cdot \frac{\theta dy}{\theta x} + Z_x \cdot \frac{\theta dz}{\theta x} \right) \\
(4a) \quad &- \left(X_y \cdot \frac{\theta dx}{\theta y} + Y_y \cdot \frac{\theta dy}{\theta y} + Z_y \cdot \frac{\theta dz}{\theta y} \right) \\
&- \left(X_z \cdot \frac{\theta dx}{\theta z} + Y_z \cdot \frac{\theta dy}{\theta z} + Z_z \cdot \frac{\theta dz}{\theta z} \right)
\end{aligned}$$

U, l'energia interna dell'unità di massa, è, secondo quanto esposto sopra, una funzione delle 6 grandezze che determinano la deformazione dell'elemento, in particolare U è indipendente dalla rotazione che l'elemento ha subito nel suo insieme. Ora, come noto, le espressioni:

$$\frac{\theta dz}{\theta y} - \frac{\theta dy}{\theta z}, \quad \frac{\theta dx}{\theta z} - \frac{\theta dz}{\theta x}, \quad \frac{\theta dy}{\theta x} - \frac{\theta dx}{\theta y}$$

rappresentano le doppie componenti della rotazione infinitesima subita dall'elemento nel tempo dt, di conseguenza dU non può dipendere da queste differenze ma solo dalle somme corrispondenti, da cui segue subito:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_y = Y_z \quad X_z = Z_x \quad Y_x = X_y, \text{ e:} \\ -\mu \cdot dU = X_x \cdot \frac{\theta dx}{\theta x} + Y_y \cdot \frac{\theta dy}{\theta y} + Z_z \cdot \frac{\theta dz}{\theta z} \\ + Z_y \cdot \left(\frac{\theta dz}{\theta y} + \frac{\theta dy}{\theta z} \right) + X_z \cdot \left(\frac{\theta dx}{\theta z} + \frac{\theta dz}{\theta x} \right) \\ + Y_x \cdot \left(\frac{\theta dy}{\theta x} + \frac{\theta dx}{\theta y} \right). \end{array} \right.$$

Come per un elemento infinitesimo, queste considerazioni valgono naturalmente per una parte finita qualsiasi del corpo, essendo l'aumento di energia sempre uguale al lavoro speso esternamente. Al medesimo risultato si perviene direttamente integrando l'equazione dell'energia per un elemento di massa su una massa finita. Se il corpo è abbandonato a se stesso, la sua energia totale resta costante; se esso passa dallo stato di quiete a quello di moto, aumentando dunque l'energia cinetica, diminuisce l'energia potenziale da cui, come da pag. 156, deriva l'affermazione che lo stato di equilibrio stabile corrisponde al minimo della funzione U.

L'espressione generale finale di U è nota solo per gas perfetti e fluidi incomprimibili, ci limitiamo perciò dapprima alla considerazione di moti molto piccoli, come si possono avere nei corpi solidi, liquidi e gassosi, fra i quali si devono annoverare anche i moti del suono e della luce^(v198). Nei corpi solidi questa restrizione di regola è dovuta alla necessità di rispettare i limiti di elasticità.

Per comodità introduciamo nuove denominazioni delle variabili. Chiamiamo x, y, z le coordinate che un punto materiale ha nello stato (zero)^(v199) dal quale vengono

calcolati gli spostamenti, e u, v, w questi (piccoli)^(v200) spostamenti. Allora attraverso x, y, z viene definito un punto materiale determinato, che al tempo t assume la posizione z + u, y + v, z + w. Dobbiamo quindi immaginare di aver sostituito, nelle equazioni finora scritte, z+u, y + v, z + w al posto di x, y, z. Se u, v, w in intervalli finiti delle variabili, non possiedono moltissimi massimi e minimi, anche le derivate spaziali e temporali di queste grandezze sono pure molto piccole e, se il corpo è finitamente esteso, possono essere trascurate rispetto a quelle di x, y, z. Otteniamo allora dalla (5), essendo possibile invertire l'ordine di differenziazione:

$$-\mu \cdot dU = X_x \cdot d \frac{\theta u}{\theta x} + Y_y \cdot d \frac{\theta v}{\theta y} + Z_z \cdot d \frac{\theta w}{\theta z} \\ + Z_y \cdot d \left(\frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z} \right) + X_z \cdot d \left(\frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right) + Y_x \cdot d \left(\frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y} \right).$$

Poniamo, per abbreviare:

$$\frac{\theta u}{\theta x} = x_x, \quad \frac{\theta v}{\theta y} = y_y, \quad \frac{\theta w}{\theta z} = z_z \\ \frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z} = z_y = y_z, \quad \frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta v}{\theta x} = x_z = z_x, \quad \frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y} = y_x = x_y.$$

Queste 6 grandezze determinano, indipendentemente l'una dall'altra, la deformazione dell'elemento e, di conseguenza, anche il valore di U. Confrontando i due membri delle equazioni
risulta
allora:

$$X_x = -\mu \frac{\theta U}{\theta x_x}, \quad Y_y = -\mu \frac{\theta U}{\theta y_y}, \quad Z_z = -\mu \frac{\theta U}{\theta z_z}, \\ Z_y = -\mu \frac{\theta U}{\theta z_y}, \quad X_z = -\mu \frac{\theta U}{\theta x_z}, \quad Y_x = -\mu \frac{\theta U}{\theta y_x}.$$

Si tratta ancora dell'espressione di U. Essa si può sviluppare secondo potenze delle variabili, dal momento che le variabili da cui dipende sono molto piccole. Arrestandoci ai termini quadratici, le componenti della pressione diventano funzioni lineari delle variabili. Se U risulta in forma omogenea o no, dipende dalla scelta dello stato zero ($x_x = 0 = x_y = \dots$). Anzitutto U contiene una costante additiva arbitraria che noi vogliamo porre uguale a zero, così che per lo stato zero U diventa uguale a zero. Facciamo poi l'ulteriore ipotesi che lo stato zero rappresenti uno stato di equilibrio nel quale, per densità μ_0 uniforme, sia presente ovunque una pressione p_0 che agisca perpendicolarmente ad ogni elemento di superficie (p.es. pressione atmosferica), in tal modo è, per questo stato,

$$X_x = Y_y = Z_z = p_0, \quad Z_y = X_z = Y_x = 0.$$

Allora la parte lineare di U si riduce all'espressione: $-p_0/\mu_0 (x_x + y_y + z_z)$. Per corpi solidi e liquidi (per i gas solo in casi più limitati)^(v201) anche p_0 può essere assunto

uguale a zero

La parte quadratica di U , infine, contiene in generale 21 coefficienti costanti, il cui numero però si riduce per l'esistenza di simmetrie nella struttura del corpo e, per corpi solidi isotropi, si riduce, come noto, a 2, per corpi liquidi e gassosi invece, a 1. Ora, se U è noto, si ricavano direttamente i valori delle componenti della pressione e quindi le equazioni di moto in tutto il corpo. Il fattore μ , che nelle espressioni delle componenti della pressione precede le derivate di U e che nella comune trattazione dell'elasticità di solito manca, nei piccoli moti qui considerati, per lo meno quando $p_0 = 0$ ^(v202), può essere trattato come una costante, uguale a μ_0 invece per moti finiti (equazione (5) se ne deve considerare la variabilità).

Queste equazioni acquistano particolare importanza per ricavare le leggi di moto di oscillazioni periodiche, per onde progressive o stazionarie, in mezzi elastici. L'energia di ognuna di queste oscillazioni consiste di due parti, energia cinetica e potenziale, la cui somma rimane costante finché non hanno luogo effetti esterni. Il fatto che due onde diverse si indeboliscano reciprocamente per interferenza opportuna, e possano persino annullarsi, non comporta alcuna contraddizione col principio di conservazione dell'energia. Pensando, p.es., a due treni d'onde piane sovrapposte aventi lo stesso periodo di oscillazione, la stessa direzione di propagazione e la stessa ampiezza, con differenza di percorso di mezza lunghezza d'onda, certamente l'onda risultante si annullerà, però si deve osservare che questo fenomeno d'interferenza non rappresenta un processo autonomo ma solo un aspetto di un processo naturale molto più ampio. Le onde che provengono da due diversi centri di eccitazione (onde luminose, sonore)^(v203) non possono mai incontrarsi dappertutto con la stessa fase, bensì si rinforzeranno sempre in alcuni punti mentre si indeboliscono in altri. L'idea di un'onda piana è in generale solo un'astrazione; se p.es. le due onde, supposte piane, sono parti di due onde sferiche che provengono da centri infinitamente lontani, lo sfasamento potrà certamente essere costante entro limiti finiti, ma la situazione relativa a punti infinitamente lontani sarà diversa, tale invero che in totale non si perda energia, come segue dalle nostre equazioni.

Per misurare l'energia di una sorgente luminosa o sonora^(v204), non bastano le prestazioni dei nostri organi di senso specifici; essi ci pongono tutt'al più nella condizione di giudicare con maggiore o minore precisione l'uguaglianza o la graduale diversità delle energie di onde con uguale periodo di oscillazione. Una misura assoluta dell'energia di un'onda è possibile solo convertendo questa energia in altra forma di lavoro o, rispettivamente, facendola provenire da questa, nella quale essa possa essere misurata con un metodo più preciso; in questo caso rientra innanzitutto la conversione in calore per assorbimento.

Un approccio più stretto alla teoria del moto ondulatorio dovrebbe qui portare troppo lontano, perché questa teoria, per quanto contenga punti di vista nuovi e indipendenti da quelli finora discussi, è tuttavia ancora troppo permeata da idee ipotetiche per poter essere rappresentata come una conseguenza del principio di conservazione dell'energia. Quest'ultimo fatto vale per l'ottica, anche se proprio recentemente si è iniziato a rendere fecondo il principio di conservazione dell'energia per questa parte della fisica, fino ad ora solitamente trattata in modo abbastanza separato.^(v205)

Rivolgiamoci adesso a considerare moti finiti (in mezzi liquidi e gassosi), cioè alle equazioni (4) e (5), introducendo nuovamente la simbologia ivi adottata. La proprietà caratteristica dei corpi liquidi e gassosi è:

$$\begin{cases} X_y = Y_x = Z_x = 0 \\ X_x = Y_y = Z_z = p \end{cases}$$

dove p è una determinata funzione di μ , dipendente dalla natura del mezzo. Perciò dalla (4) si ha:

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = \mu X - \frac{\theta p}{\theta x}$$

$$\mu \frac{d^2 y}{dt^2} = \mu Y - \frac{\theta p}{\theta y}$$

$$\mu \frac{d^2 z}{dt^2} = \mu Z - \frac{\theta p}{\theta z},$$

equazioni generali di moto idrodinamico, per il cui utilizzo ci si può servire, del tutto a piacere, o del segno di differenziale θ (forma di Eulero) o del segno d (forma di Lagrange).

Inoltre si ottiene dalle (5), per la determinazione dell'energia interna dell'unità di massa U :

$$-\mu dU = p \cdot \left(\frac{\theta dx}{\theta dx} + \frac{\theta dy}{\theta dy} + \frac{\theta dz}{\theta dz} \right).$$

Ora è, come mostra una semplice considerazione cinematica,

$$d\mu + \mu \cdot \left(\frac{\theta dx}{\theta x} + \frac{\theta dy}{\theta y} + \frac{\theta dz}{\theta z} \right) = 0.$$

Di conseguenza:

$$dU = \frac{p}{\mu^2} \cdot d\mu$$

$$U = \int \frac{p}{\mu^2} \cdot d\mu = -\frac{p}{\mu} + \int \frac{dp}{\mu},$$

o, ponendo,

$$P = \frac{dp}{\mu}$$

$$(6) \quad U = P - \frac{p}{\mu}.$$

Una costante additiva in P e U resta arbitraria. Da qui si può calcolare l'energia interna dell'unità di massa non appena sia nota p in funzione di μ .

Per un gas perfetto si ha p.es.:

$$P = C \cdot \mu^k \text{ (è esclusa la conduzione di calore)}$$

dove C è costante, k è il rapporto tra i due calori specifici. Da qui segue:

$$P = \frac{Ck}{k-1} \cdot \mu^{k-1}, \quad U = \frac{C}{k-1} \cdot \mu^{k-1}.$$

Questo valore dell'energia interna è lo stesso di quello ricavato dalla temperatura (v. sopra pag. 113).

Per un fluido incomprimibile è $\mu = \text{Cost.}$ (dunque una condizione fissa nel senso di pag. 166), di conseguenza è $P = p/\mu$ e $U = 0$. Infatti proprio nei fluidi incomprimibili resta costante lo stato interno, dunque neanche per variazione dello stesso si può produrre lavoro.

Riferendoci ad una quantità finita di fluido otteniamo, allo stesso modo, l'affermazione che in qualsiasi stato l'energia totale esterna e interna del fluido è uguale all'ammontare totale del lavoro che è stato speso nell'intorno, a partire da un determinato istante, per ottenere questo stato; questo lavoro trae origine da un lato dalle forze agenti a distanza sulla massa e poi dalle forze di pressione agenti sulla superficie.

Nel moto stazionario lo stato in un determinato punto x, y, z dello spazio non dipende dal tempo, così che tutte le derivate rispetto a θt si annullano. In questo caso l'equazione dell'energia riferita a un singolo elemento ammette un'integrazione generale nel tempo dt, da cui risulta:

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} + U = \text{cost.} - V - \frac{p}{\mu}$$

cioè l'energia totale interna ed esterna dell'unità di massa è uguale alla diminuzione della funzione potenziale delle forze di massa V (che è supposta esistente) e della pressione divisa per la densità. Questa equazione risulta un po' più semplice introducendo in essa la (6):

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} + P + V = \text{cost.}$$

Concludendo con ciò la considerazione dei moti di corpi perfettamente elastici, vogliamo, fra i fenomeni più complicati che si possono spiegare solo con una deroga alle semplici ipotesi fatte a pag. 172 e seg., e che per il momento ancor più difficilmente si adattano alla trattazione mediante il metodo da noi adottato, sceglierne almeno uno, precisamente il fenomeno dell'attrito nel moto di un fluido incomprimibile. L'attrito interno in un fluido, insieme con i fenomeni di attrito e di urto anelastico di corpi rigidi, può essere considerato sotto un unico punto di vista. Entrambi i processi sono condizionati dalla comparsa di una forza che dipende solo dal moto relativo di masse a contatto, e la cui attività è rivolta sempre a pareggiare le velocità. Inoltre si perde sempre forza viva del moto di massa, che si trasforma o in moto molecolare (calore) o in lavoro molecolare. Questa ipotesi è sufficiente a ricavare, con l'aiuto del nostro principio nel modo seguito prima, le equazioni di moto di un fluido con attrito.

Calcoliamo anzitutto nuovamente l'espressione di quel lavoro (o degli effetti ad

esso equivalenti)^(v206)) che deve essere speso o che, rispettivamente, viene effettivamente speso, all'esterno di un elemento di fluido nel tempo dt, per produrre la variazione di stato risultante in detto tempo. Di esso fa parte anzitutto ancora il lavoro della forza agente a distanza sulla massa dell'elemento (gravità), la cui espressione è fornita sopra dalla (1):

$$(7) \quad (Xdx + Ydy + Zdz) \cdot \mu\theta r.$$

Inoltre ci restano ancora da considerare solo gli effetti che, attraverso la superficie dell'elemento, vengono propagati nell'intorno dell'elemento dalla pressione del fluido in unione con le forze particolari provocate dall'attrito. Questi effetti sono generalmente di duplice natura, per l'analogia dell'attrito con l'urto tra corpi solidi. Da una parte si manifesta attraverso di essi una forza tra le parti limitrofe, tale da far cambiare la velocità (effetto di massa), in secondo luogo attraverso di essi si produce nell'intorno una variazione di energia interna (effetto molecolare), che può essere in generale collegata ad una certa deformazione, ma che nel nostro caso si manifesterà però semplicemente come variazione di temperatura^(v207). Di conseguenza dobbiamo collocare in primo luogo tra gli effetti esterni l'ammontare di lavoro meccanico, che ha esattamente la stessa forma dell'espressione generale (2):

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\theta}{\theta_x} (X_x dx + Y_x dy + Z_x dz) \cdot \theta r \\ \frac{\theta}{\theta_y} (X_y dx + Y_y dy + Z_y dz) \cdot \theta r \\ \frac{\theta}{\theta_z} (X_z dx + Y_z dy + Z_z dz) \cdot \theta r \end{cases}$$

Per quanto riguarda, ora, la seconda parte degli effetti esterni, cioè la produzione di calore che viene provocata all'esterno dell'elemento dal lavoro delle forze d'attrito attive alla superficie, il loro ammontare è in ogni caso proporzionale alla superficie laterale dell'elemento; però è facile riconoscere che questo ammontare risulta infinitamente piccolo rispetto agli altri effetti presi in considerazione, appunto per il fatto che il calore prodotto sullo strato limite è in ogni caso trascurabile rispetto a quello che viene prodotto globalmente all'interno dell'elemento. C'è qui una differenza essenziale rispetto ai fenomeni che accompagnano l'attrito di corpi solidi perchè, in questi ultimi, solo sull'unica superficie di contatto viene sviluppato lavoro molecolare che, in seguito a ciò, possiede un valore dello stesso ordine di grandezza del lavoro molare trasferito mediante l'attrito.

In tal modo avremmo trovato per gli effetti esterni un'espressione esattamente della stessa forma come per il moto di corpi elastici. Diversamente accade però per l'energia dell'elemento: essa consiste, da un lato, di forza viva, il cui incremento nell'elemento di tempo dt è dato da:

$$(9) \quad \left(\frac{d^2x}{dt^2} dx + \frac{d^2y}{dt^2} dy + \frac{d^2z}{dt^2} dz \right) \cdot \mu\theta r,$$

e inoltre, essendo il fluido incomprimibile, ancora soltanto del calore prodotto per attrito interno. Il riscaldamento risultante nel tempo dt dipenderà generalmente dalle condizioni di velocità dell'elemento, ma non dalle componenti dx/dt, dy/dt, dz/dt

(brevemente u, v, w) della velocità - perchè con velocità uniforme non si ha attrito - bensì dalle loro variazioni locali, cioè dalle 9 derivate delle grandezze u, v, w rispetto alle coordinate x, y, z . Però, poichè le grandezze:

$$\frac{\theta w}{\theta y} - \frac{\theta v}{\theta z}, \quad \frac{\theta u}{\theta z} - \frac{\theta w}{\theta x}, \quad \frac{\theta v}{\theta x} - \frac{\theta u}{\theta y},$$

indicano solo una rotazione dell'elemento come un tutto, senza deformazione, il riscaldamento dipenderà solo dalle 6 grandezze:

$$\frac{\theta u}{\theta x}, \quad \frac{\theta v}{\theta y}, \quad \frac{\theta w}{\theta z}$$

$$\frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z}, \quad \frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x}, \quad \frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y}.$$

Se esse sono abbastanza piccole possiamo fermarci al secondo ordine nello sviluppo in serie di potenze delle variabili nell'espressione del riscaldamento. Il termine costante è uguale a zero; infatti se le variabili sono uguali a zero scompare l'attrito e quindi il riscaldamento; essendo inoltre quest'ultimo essenzialmente positivo, vanno via anche i termini lineari. Del resto la forma dell'espressione, cioè il valore dei coefficienti, deve essere indipendente dalla scelta del sistema di coordinate. Questa condizione conduce ad un'espressione che dipende solo da due coefficienti, esattamente come nella determinazione dell'energia interna dell'elemento di un corpo rigido isotropo elastico (pag. 178). Infine, aggiungendo la condizione di incomprimibilità:

$$\frac{\theta u}{\theta x} + \frac{\theta v}{\theta y} + \frac{\theta w}{\theta z} = 0$$

l'entità del riscaldamento dell'elemento di fluido, causato dall'attrito nel tempo dt , si riduce al valore, valutato da un punto di vista meccanico:

$$2k \cdot \left\{ \left(\frac{\theta u}{\theta x} \right)^2 + \left(\frac{\theta v}{\theta y} \right)^2 + \left(\frac{\theta w}{\theta z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z} \right)^2 \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y} \right)^2 \right\} \cdot dt \cdot \theta r$$

Questa è l'unica espressione che soddisfa le condizioni poste; essa contiene solo il coefficiente indeterminato k , coefficiente d'attrito del fluido, che è positivo.

Otteniamo allora l'equazione del principio di conservazione dell'energia uguagliando la somma delle espressioni (9) e (10), cioè l'aumento di energia dell'elemento, alla somma delle espressioni (7) e (8), cioè l'ammontare degli effetti esterni applicati. Inoltre, per scomposizione di questa equazione in una che si riferisce all'energia esterna (forza viva) e in un'altra che si riferisce all'energia interna (calore), risultano di nuovo le equazioni generali di moto (4) e inoltre un'equazione che corrisponde alla (4a):

$$\begin{aligned}
& 2k \cdot \left\{ \left(\frac{\theta u}{\theta x} \right)^2 + \left(\frac{\theta v}{\theta y} \right)^2 + \left(\frac{\theta w}{\theta z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z} \right)^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y} \right)^2 \right\} \\
& = - \left(-X_x \frac{\theta u}{\theta x} + Y_x \frac{\theta v}{\theta x} + Z_x \frac{\theta w}{\theta x} \right) - \left(X_y \frac{\theta u}{\theta y} + Y_y \frac{\theta v}{\theta y} + Z_y \frac{\theta w}{\theta y} \right) \\
& \quad - \left(X_z \frac{\theta u}{\theta z} + Y_z \frac{\theta v}{\theta z} + Z_z \frac{\theta w}{\theta z} \right).
\end{aligned}$$

Per un fluido privo d'attrito avremmo:

$$k = 0, \quad X_x = Y_y = Z_z = p, \quad X_y = Y_z = \dots = 0,$$

da cui in effetti, a causa della condizione d'incomprimibilità, l'equazione viene soddisfatta. Se però k è diverso da zero, si aggiungono ai valori delle componenti di pressione altri termini che evidentemente sono determinati nel modo più semplice da quell'equazione nella maniera seguente:

$$\begin{aligned}
X_x &= p - 2k \frac{\theta u}{\theta x}, & Y_y &= p - 2k \frac{\theta v}{\theta y}, & Z_z &= p - 2k \frac{\theta w}{\theta z} \\
Y_z &= Z_y = -k \left(\frac{\theta w}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta z} \right), & Z_x &= X_z = -k \left(\frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right), \\
X_y &= Y_x = -k \left(\frac{\theta v}{\theta x} + \frac{\theta u}{\theta y} \right),
\end{aligned}$$

da cui notoriamente⁽¹⁶⁰⁾ si ottengono i valori delle forze di pressione che agiscono in un fluido incompressibile con attrito. Così è determinato tutto il moto.

Nella nostra esposizione sull'energia meccanica abbiamo cercato di mostrare che le leggi della meccanica, inclusi gli assiomi di Newton, si possono derivare completamente dal principio di conservazione dell'energia, tuttavia non per rigorosa deduzione - perchè la meccanica non può, ancor meno di qualsiasi altra parte della fisica, essere costruita in modo puramente deduttivo - ma con l'uso ripetuto di argomentazioni induttive, che però si basano essenzialmente su un'unica e medesima idea. Infatti, dopo aver stabilito per un punto, o un elemento di massa, l'equazione che misura la variazione della sua energia attraverso l'equivalente degli effetti esterni, abbiamo poi decomposto questa equazione in 2 o più equazioni singole, mediante le quali veniva espresso ogni volta il principio che l'energia totale si scompone in una somma di singoli tipi di energia, che variano l'uno indipendentemente dall'altro, ognuno secondo la misura degli effetti esterni corrispondenti alle sue caratteristiche. Così l'energia cinetica di un punto si scompone nei 3 singoli tipi che corrispondono alle 3 dimensioni dello spazio. Questi non si possono mai trasformare direttamente l'uno nell'altro ma ciascuno varia, indipendentemente dagli altri, solo in relazione al lavoro

esterno ad esso corrispondente. Analogamente avviene per la decomposizione dell'energia di un elemento in energia esterna (di massa) ed interna (molecolare). Però è l'esperienza che deve insegnare in ogni caso particolare il modo in cui si debba effettuare ogni volta la ripartizione dell'energia. Questo principio di sovrapposizione gioca un ruolo estremamente importante in tutta la fisica, come abbiamo già ripetutamente sottolineato; senza di esso tutti i fenomeni si mescolerebbero l'uno con l'altro e non si potrebbe più constatare la singola dipendenza dell'uno dall'altro; infatti se ogni azione disturba l'altra, cessa naturalmente la possibilità di riconoscere la dipendenza causale. Perciò non possiamo mai trascurare questo principio, sia che lo si sottolinei espressamente sia che lo si utilizzi tacitamente; esso risulta incluso tanto nella legge di inerzia quanto nella legge del parallelogramma delle forze e in quella dell'azione e reazione.

Ma ciò che conferisce un vantaggio essenziale al metodo qui intrapreso è, da una parte, la chiara evidenza con cui risalta il rapporto fra i principi dedotti e la loro modalità di dipendenza dal principio di conservazione dell'energia: quanto quindi si debba considerare come una conseguenza necessaria del principio stesso e quanto, invece, come accertato da un'esperienza particolare indipendente da esso; d'altra parte però è di importanza decisiva il fatto che, per la via intrapresa, tutte le parti della fisica si possano trattare in modo perfettamente uniforme e unitario. L'energia è un concetto che trova la sua misura ed il suo significato in ogni fenomeno della natura, e il principio di sovrapposizione, pure, domina tutte le azioni della natura; possiamo perciò essere sicuri che, nel caso in cui dovesse essere scoperto un qualche agente ancora sconosciuto, il principio di sovrapposizione degli effetti non potrebbe invero servire a dedurre dal principio di conservazione dell'energia le leggi della nuova forza, ma bensì ci aiuterebbe a formulare quei problemi la cui risoluzione, attraverso l'esperienza, procura l'unico mezzo per scoprire le leggi del mondo fenomenico.

2. Energia termica e chimica

La scoperta del principio di conservazione dell'energia ha influito nel modo più diretto ed impetuoso sulla configurazione della termologia, per cui ancora oggi si è talvolta propensi a considerare questa parte della fisica come il vero e proprio campo d'applicazione del principio, anche se a favore di ciò non esiste assolutamente nessun motivo specifico all'infuori dei fatti storici menzionati. Si può addirittura dire che la teoria del calore non deve, neanche in via maggioritaria, il suo sviluppo ed i successi ottenuti recentemente, alla scoperta del principio di conservazione dell'energia, anche se da questo provenne il primo impulso per la sua ristrutturazione, bensì [li deve n.d.t.] nella stessa misura e forse ancor più, da un lato all'impiego del principio di Carnot, del tutto indipendente dal principio di conservazione dell'energia, che Clausius introdusse come secondo principio nella teoria del calore, e inoltre alla concezione meccanica del calore fondata da Joule, Kronig e Clausius, che pure è del tutto indipendente dal principio di conservazione dell'energia. Attraverso quest'ultima ipotesi, finora dimostratasi molto buona, la teoria del calore è stata fatta divenire una parte della meccanica, e l'energia termica riporta di conseguenza all'energia meccanica che abbiamo or ora trattato. Perciò il nostro compito qui deve essere quello di sviluppare le deduzioni dal principio di conservazione dell'energia utilizzando solo i dati più ovvii dell'esperienza in modo del tutto indipendente dalla concezione meccanica del calore, cioè da qualsivoglia ipotesi sulla struttura molecolare dei corpi, come pure dal

principio di Carnot. Nondimeno il campo che si presenta all'applicazione sotto queste ipotesi restrittive è da considerarsi ancora uno di quelli vasti.

Nel seguito utilizzeremo ancora la tesi che l'incremento di energia di un sistema materiale è uguale al lavoro corrispondente speso esternamente al sistema, o al suo equivalente. Gli effetti esterni possono consistere in variazioni tanto meccaniche quanto termiche e per quest'ultimo caso dobbiamo stabilire l'equivalente meccanico di tale variazione, prima di tutto mediante una considerazione particolare. Secondo le pagg. 94 e 95 il valore di lavoro di qualsiasi variazione è uguale all'ammontare di lavoro meccanico che prende origine da questa variazione, oppure viene prodotto da essa, indipendentemente dal modo in cui ciò avviene. Ora, noi non possiamo trasformare calore in lavoro senza altre variazioni secondarie (alle quali appartiene anche l'aumento di volume), ben piuttosto è possibile viceversa trasformare completamente il lavoro in calore, e gli esperimenti hanno mostrato che si può sempre produrre un riscaldamento utilizzando lavoro in quantità tale che stia in rapporto costante con la quantità di calore prodotta, indipendentemente dai materiali, dalle temperature etc.; ogni quantità di calore (più precisamente ogni riscaldamento) è dunque equivalente ad una determinata quantità di lavoro. Questo fatto potè essere stabilito solo attraverso l'esperienza e solo sulla base di questa particolare esperienza risulta possibile un'applicazione del principio di conservazione dell'energia ai processi termici. L'equivalenza tra calore e lavoro non può essere in alcun modo dedotta dal principio di conservazione dell'energia; quest'ultimo lascierebbe spazio anche per interpretazioni del tutto diverse come, p.es., quella di Carnot, secondo la quale il lavoro meccanico non sarebbe equivalente ad una quantità di calore ma al prodotto di calore e temperatura (cfr. pag. 13 e seg.). Il numero che indica il rapporto tra una quantità di calore ed il lavoro ad essa equivalente, fu notoriamente fissato (pag. 53) da Joule, nel sistema metrico e riferito a gradi Celsius^(v208), in 423,55.g; frattanto, da ripetute nuove misure risulta che questo numero è troppo piccolo, e al suo posto si deve porre circa 428 g. Nondimeno, la terza cifra dovrebbe essere probabilmente ancora incerta di una o due unità. Dalla raccolta di tutte le numerose valutazioni di questa costante, effettuate nei modi più disparati, citiamo, oltre a quelle già nominate nel primo capitolo alla pag. 82 e seg., ancora quelli di Sacchetti⁽¹⁶¹⁾ e in particolare di Rowland⁽¹⁶²⁾ (v209)(a13).

Se si stabilisce come unità di calore quello che è equivalente al lavoro unitario, l'equivalente meccanico risulta uguale a 1 e corrispondentemente le espressioni si semplificano; di questo sistema di misura faremo uso nel seguito.

Dopo esserci posti nella condizione di misurare il valore di lavoro degli effetti esterni che corrispondono ad una determinata variazione di stato del sistema materiale considerato, possiamo da questo [valore n.d.t.] calcolare la variazione di energia del sistema, da essa [variazione n.d.t.] implicata. Eppure anche qui, come prima per lo studio delle forze elastiche sulla base del principio di sovrapposizione, si rende possibile una riduzione dell'equazione dell'energia in due equazioni singole e quindi una semplificazione del problema. Da una parte, infatti, si scompone l'energia del sistema materiale in due parti: l'energia di massa (forza viva del moto delle masse, potenziale della gravità, etc.) ed energia molecolare (calore, energia chimica); dall'altra anche gli effetti esterni possono essere sempre scomposti in due parti, di cui una comprende tutti quegli effetti che influiscono sull'energia di massa, e l'altra quelli che fanno variare l'energia molecolare. Allora, uguagliando separatamente le variazioni dei due tipi di energia agli effetti esterni corrispondenti, si ottengono due equazioni di cui solo una è qui di particolare interesse, perchè l'altra appartiene alla meccanica, cioè al paragrafo precedente. Appare evidente che questa separazione può essere di regola realmente

effettuata con maggiore o minore facilità, per il fatto che l'energia di massa è già nota a priori; si deve solo pensare l'intero processo decomposto in una parte relativa al moto di massa e una al moto molecolare. Così il calore fatto affluire dall'esterno per conduzione o irraggiamento agisce (direttamente)^(v210) solo sull'energia molecolare, mentre le azioni meccaniche esterne (pressione, urto, attrito)^(v211) in generale provocano variazioni sia di massa che molecolari.^(a14)

Perciò d'ora in poi vogliamo semplificarci il compito esaminando soltanto quegli stati di un sistema (finito o infinitesimo)^(v212) di corpi in cui non si tenga affatto conto dell'energia di massa. Indichiamo con U l'energia molecolare, con Q (in unità meccaniche)^(v215) il calore scomparso nell'intorno (trasferito nel sistema per conduzione o irraggiamento)^(v213) durante una variazione di stato qualsiasi (finita o infinitesima)^(v214), infine con A il lavoro meccanico speso nell'intorno, allora il valore di lavoro delle azioni esterne impiegate è $Q + A$, di conseguenza:

$$(1) \quad U' - U = Q + A$$

dove U e U' indicano i valori dell'energia del sistema nello stato iniziale e in quello finale del processo considerato. Il tipo di transizione non ha importanza. Se ci si occupa più da vicino della natura meccanica del calore, si offre l'opportunità di una scissione di U in energia in atto (calore libero) ed energia potenziale (lavoro interno, energia chimica); poichè tuttavia questi due tipi di energia non sono collegati ad effetti esterni particolari, noi nel seguito non faremo alcun uso di questa suddivisione.

Secondo la qualità della variazione di stato si possono ricavare dalla precedente equazione diverse leggi sul comportamento termico o chimico del sistema. Supponiamo dapprima un corpo il cui stato sia determinato da una sola variabile, allora U si può concepire in ogni caso come funzione di quest'unica variabile. In generale la scelta delle variabili indipendenti sarà arbitraria; perciò U può comparire in forme diverse che però rappresentano tutte un solo e identico valore. Se p.es. abbiamo un fluido o un gas che viene riscaldato a volume costante in quantità infinitesima, per apporto di calore dall'esterno, allora si ha $Q = c_v \cdot d\sigma$, $A = 0$, dove c_v rappresenta la capacità termica a volume costante, σ la temperatura assoluta misurata con un termometro ad aria. (L'esatta definizione di temperatura è invero possibile solo con l'aiuto del principio di Carnot, tuttavia essa, per esperienza, concorda entro limiti abbastanza ampi con quella ottenuta per dilatazione dell'aria.) Dall'equazione (1) segue:

$$dU = c_v \cdot d\sigma$$

Se ora, mantenendo le condizioni assunte, compiamo un processo finito, possiamo considerare σ come unica variabile indipendente ed ottenere: $U = \int c_v \cdot d\sigma$, dove c_v naturalmente dipende solo da σ . Altrettanto bene possiamo però introdurre come variabile indipendente un'altra grandezza determinata da σ e v , p.es. la pressione p , ed esprimere sia σ che U tramite essa; allora essendo v costante, anche il valore di p determina interamente lo stato. Se assumiamo ora il caso generale in cui con la variazione di stato cambia anche il volume v , ma in modo che esista una relazione determinata tra volume e temperatura: $f(v, \sigma) = 0$ (p.es. come nelle variazioni di stato adiabatiche), dove f indica una qualsiasi funzione di due variabili, allora lo stato dipende di nuovo soltanto da una variabile: σ , oppure v , oppure p , e ognuna di queste tre grandezze è sempre determinata dalle altre due. Conformemente, l'energia U può

essere rappresentata a piacere come funzione di σ , v , o p e, fintanto che ci si limita alla condizione introdotta, non ha importanza quale fra queste tre diverse forme si voglia considerare come espressione primaria dell'energia e si voglia porre a base delle considerazioni.

Ma passiamo ai processi il cui andamento è determinato da due variabili indipendenti l'una dall'altra: così l'arbitrarietà nella rappresentazione di U diminuisce di un grado. Se un corpo varia la sua temperatura di $d\sigma$ e contemporaneamente, e in modo indipendente, il suo volume di dv , per cui ne risulta determinata anche la variazione di pressione dp , allora la sua energia varia in ogni caso di una quantità determinata dU . Con ciò è dato, come sempre, anche l'equivalente meccanico degli effetti esterni corrispondenti: somma del lavoro speso e il calore fornito, ed inoltre, invero, una di queste due grandezze (p.es. il lavoro esterno)^(v217) è in generale arbitraria, l'altra è determinata da essa. Ora però vogliamo supporre che il lavoro esterno consista proprio nel superamento della pressione p ; allora è

$$A = - p \cdot dv$$

dunque per la (1):

$$dU = Q - p \cdot dv.$$

Il calore fornito Q si può esprimere tramite le capacità termiche a volume costante, c_v , e a pressione costante, c_p , assumendo, p.es. che il corpo venga portato dapprima dalla pressione p alla pressione $p + dp$ a volume costante con apporto di calore, e poi dal volume v al volume $v + dv$ a pressione costante $p + dp$. Servendoci ora, per comodità, di v e p come variabili indipendenti, con un facile calcolo otteniamo per il calore totale fatto affluire dall'esterno:

$$Q = c_v \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta p} \cdot dp + c_p \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta v} \cdot dv$$

di conseguenza, per la variazione di energia,

$$dU = c_v \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta p} \cdot dp + \left(c_p \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta v} - p \right) \cdot dv$$

da cui segue subito:

$$\frac{\theta \left(c_v \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta p} \right)}{\theta v} = \frac{\theta \left(c_p \cdot \frac{\theta\sigma}{\theta v} - p \right)}{\theta p}$$

in particolare se c_v e c_p sono costanti, come nei gas perfetti, ne segue

$$(c_p - c_v) \cdot \frac{\theta^2 \sigma}{\theta p \cdot \theta v} = 1.$$

In effetti è poi:

$$\sigma = \frac{p \cdot v}{c_p - c_v}.$$

Inoltre si ottiene dalla (2):

$$U = \frac{c_v}{c_p - c_v} \cdot p v \text{ oppure } = c_v \cdot v$$

Ciascuna di queste due forme di energia è ugualmente legittima, finchè si ammette la relazione espressa dalla legge di Mariotte e Gay-Lussac (di Boyle e Charles). Si può dunque immaginare del tutto a piacere l'energia interna di un gas o come forza di tensione, per cui la tendenza dei gas ad espandersi avrebbe la stessa caratteristica di un sistema in quiete di punti fra loro repulsivi, oppure anche come forza viva, dove allora la forza di pressione viene fornita dall'urto di molecole vaganti liberamente. Se però si considera la legge di Gay-Lussac-Mariotte non come un'identità valida a priori bensì, come accade nella teoria meccanica del calore, come la proprietà particolare di uno stato (divenuto) stazionario, in cui la pressione p è generalmente definita solo se le velocità delle molecole di un elemento di gas (misurate relativamente a quella del loro baricentro)^(v218) si sono compensate in grandezza e direzione in un determinato modo, allora la forma primaria dell'energia, valida in generale, non può più dipendere dalla pressione e si deve necessariamente ricorrere all'espressione $c_v \cdot \sigma$ che può essere tenuta valida in ogni caso, con appropriata definizione meccanica della temperatura.

Una cosa del tutto analoga vale per l'energia U di un corpo qualsiasi il cui stato dipenda da due variabili. Essendo sempre data una relazione tra pressione, volume e temperatura, attraverso la cosiddetta equazione di stato, si può sempre esprimere ed interpretare U attraverso due qualsiasi di queste tre grandezze. Però secondo la concezione meccanica comparirà sempre come forma primaria quella che si riferisce alle variabili indipendenti v e σ , perchè la pressione rappresenta, sotto particolari circostanze, un concetto derivato solo da queste due grandezze.

Lo stato interno di un corpo isotropo omogeneo, deformato in modo qualsiasi, che si trova in equilibrio elastico, dipende da 7 variabili, cioè dalle 6 grandezze di deformazione (pag. 173) e dalla temperatura. Conformemente a ciò, anche l'energia interna del corpo si rappresenta come funzione di queste 7 variabili e solo sotto particolari condizioni (p.es. se, come supposto a pag. 173, la deformazione ha luogo escludendo ogni apporto di calore) il numero delle variabili può essere ridotto. L'applicazione del principio di conservazione dell'energia procede anche qui secondo l'equazione (1). Il lavoro esterno A può essere calcolato facilmente, in generale, con l'aiuto delle formule della teoria dell'elasticità, mentre il calore Q fornito dall'esterno non può essere espresso direttamente attraverso le costanti note che dipendono dalla natura del corpo, perchè la conoscenza delle capacità termiche a pressione costante e a volume costante non è sufficiente a questo scopo. Quanto più complicate diventano in genere le proprietà dei corpi da studiare, tanto più numerose saranno le variabili da cui dipende il valore dell'energia e tanto meno arbitraria sarà l'espressione primaria che si può stabilire in generale per l'energia del corpo.

Merita ancora particolare attenzione un certo tipo, finora trascurato, di energia molecolare di un corpo, che viene indicata come energia di superficie⁽¹⁶³⁾ in antitesi ai tipi trattati finora. L'esperienza mostra che l'energia di un corpo in generale non dipende solo dal suo stato interno bensì anche dalla forma della sua superficie, e perciò all'espressione dell'energia finora considerata deve essere aggiunto un termine che

dipende dalle caratteristiche della superficie e dalla natura dei corpi adiacenti. In fondo, questo tipo di energia per sua natura non è, invero, per niente diverso dai tipi finora trattati; infatti non si deve mai immaginare il contatto di due corpi tale che lo stato interno dei corpi sia lo stesso in tutti i punti senza discontinuità fino alla superficie, e poi improvvisamente si abbia un salto nel mezzo limitrofo, bensì si ha sempre a che fare con uno strato limite materiale, di spessore sottile ma finito, nel quale sono attive forze che dipendono contemporaneamente dalle caratteristiche dei due mezzi; ed è appunto l'energia interna di questo strato limite quella che si è soliti introdurre come energia di superficie. Con questa interpretazione si elimina contemporaneamente anche la questione se sia in genere permesso conteggiare l'ammontare dell'energia di superficie nell'energia del corpo, dato che essa non dipende solo dallo stato del corpo ma anche da quello del suo intorno. Computando appunto nel sistema considerato lo strato limite, si deve includere l'energia di superficie nell'espressione dell'energia del sistema, in caso contrario essa viene a mancare, e tutte le variazioni superficiali devono essere messe in conto come effetti esterni.

L'energia di superficie gioca il suo ruolo più importante nei corpi la cui superficie varia facilmente, cioè nei fluidi. Riferita ad un singolo elemento di superficie, l'energia sarà naturalmente proporzionale alla grandezza di questo elemento; perciò l'energia di una parte finita di superficie, supposto che lo stato dello strato limite sia lo stesso in tutti i suoi punti, è uguale alla misura di questa parte di superficie moltiplicata per una costante che dipende dalle caratteristiche dei due mezzi contigui, dalle loro temperature, etc.. Da questa proposizione risultano facilmente le condizioni per l'equilibrio capillare. Se a causa dell'azione delle forze attive sulla superficie inizia il movimento, l'energia di superficie si trasforma in forza viva del moto di massa e perciò l'energia di superficie deve sempre diminuire poichè la forza viva cresce necessariamente a partire dal valore zero. Se dunque in uno stato di quiete l'energia di superficie è un minimo, non può avere inizio alcun moto perchè l'energia di superficie non può più diminuire, cioè in questo caso predomina l'equilibrio stabile. Si risolve il problema in modo analogo se si suppone attiva, oltre alle forze di superficie, anche la gravità.

Proseguiamo ora nella considerazione di processi che sono costituiti non solo da variazioni fisiche dei corpi interessati ma anche da effetti chimici, sia che si tratti di combinazioni chimiche in senso stretto, dunque reazioni secondo fissati rapporti ponderali, oppure anche delle cosiddette miscele chimiche, in cui si devono tenere in conto anche i processi di assorbimento, soluzione^(v219), etc.. In ognuno di questi casi l'applicazione del principio di conservazione dell'energia procede secondo l'equazione (1); l'aumento di energia prodotto dalla variazione dell'intero sistema è uguale alla somma del calore apportato dall'esterno e del lavoro compiuto dall'esterno. In moltissimi casi il valore di quest'ultimo è infinitamente piccolo rispetto ai rimanenti importi dell'energia che entrano in conto, e scompare del tutto se il processo avviene a volume totale costante; però può essere spesso trascurato anche in altre reazioni che avvengano, p.es., a pressione costante (pressione atmosferica) precisamente in corpi solidi e fluidi che di regola variano il loro volume così poco che il lavoro esterno così compiuto viene a mancare. Persino quando si tratta dell'espansione dei gas (come nei fenomeni di combustione o di esplosione)^(v220), il valore del lavoro esterno costituisce spesso una frazione così piccola delle quantità di energia che si convertono che si può trascurare questo lavoro anche nelle variazioni di volume più considerevoli. Tralasciandolo, l'equazione si riduce a:

$$U' - U = Q.$$

Allora il calore fornito dall'esterno è, da solo, uguale all'aumento di energia, quindi la sua misura dipende solo dagli stati iniziale e finale del sistema ma non dal tipo di trasformazione. Così è enunciato il principio, noto da tempo (pag. 20) che il calore prodotto da una serie di reazioni chimiche è indipendente dall'ordine in cui procedono le reazioni singole. Naturalmente questo principio vale solo se, come facciamo qui, si prescinde del tutto dal lavoro esterno, oppure ci si preoccupa particolarmente che esso abbia un valore indipendente dall'ordine di successione delle variazioni di stato (come nelle reazioni a pressione costante)^(v221).

Poichè il calore Q può essere osservato direttamente, si rende possibile, grazie all'equazione stabilita, una misura della variazione di energia. Di spiccata importanza è il caso in cui il sistema, terminata la reazione, assume di nuovo la temperatura iniziale (e la pressione iniziale)^(v222). Allora Q è molto spesso negativo (reazione esotermica), cioè il sistema ha ceduto calore all'esterno, e in questo caso l'ammontare di Q viene denominato calore di reazione, tonalità di calore, valore di calore, calore di formazione, etc., un concetto che, come noto, deve essere distinto da quello di parentela o affinità chimica. Si deve prestare attenzione ad una particolare circostanza nella formazione del valore U dell'energia di un corpo con composizione chimica in uno stato qualsiasi. Si capisce che questo valore deve essere riferito sempre allo stesso stato zero (pag. 102) che inizialmente può essere scelto ad arbitrio ma poi deve essere mantenuto nel passaggio ad altri stati diversi anche chimicamente. Allora, poichè l'energia corrispondente ad uno stato qualsiasi viene sempre definita tramite il valore di lavoro degli effetti esterni che compaiono nel ritorno allo stato zero, la scelta dello stato zero sarà orientata nel modo migliore avendo riguardo che il ritorno ad esso si possa effettuare nel modo più semplice possibile. Quindi finchè si tratta solo di variazioni fisiche del corpo, si prenderà come stato zero qualsiasi stato in posizione comoda di detto corpo; allora il passaggio allo stato zero è un processo puramente fisico. Se però sono da tener in conto anche variazioni chimiche, si dovrà in generale collegare quella trasformazione ad effetti chimici. P.es., supposto che si tratti della completa o parziale disgregazione (o formazione)^(v223) di una quantità d'acqua allora, al fine di rintracciare il valore dell'energia, la cosa più comoda sarà di assumere come stato zero, le rispettive quantità di ossigeno e di idrogeno completamente separate, eventualmente a 0°C ^(v224) e ad 1 atmosfera. Allora in ogni stato del sistema, con disgregazione progredita ad arbitrio, è facile definire l'energia; infatti per qualsiasi quantità separata di ossigeno o di idrogeno essa è determinata dal passaggio fisico a 0°C e ad 1 atmosfera di pressione, mentre invece per una quantità di acqua c'è in più la decomposizione chimica nei due elementi. (È stato specificato a pag. 101 che in generale per la definizione di energia si può utilizzare invece di questo anche il processo inverso: la formazione di acqua.)

Da ciò si chiarisce che, allorchè si tratta di variazioni nella composizione chimica di un corpo, si deve aggiungere all'energia fisica del corpo ancora una costante additiva: l'energia chimica, che è sempre uguale ed opposta al valore del calore di formazione del corpo a partire dai suoi componenti. Nel passaggio allo stato zero (disgregazione del corpo) l'energia chimica compare allora come calore (positivo o negativo)^(v225). Questo vale anche per soluzioni, miscele, etc.: così l'energia di qualsiasi soluzione salina deve essere posta uguale al calore di soluzione, negativo, del sale. Questo valore è sufficiente se ci si limita allo studio di variazioni in percentuale del contenuto della soluzione; però estendendo la considerazione ai processi nei quali il sale o il solvente stesso subiscono la disgregazione, si deve aggiungere all'espressione dell'energia un termine ulteriore, che è uguale al calore che si libera nella

decomposizione della sostanza considerata nei suoi componenti.

Per l'applicazione del principio dell'energia ai processi chimici non è, naturalmente, necessario, come in altri casi, immaginare tutti i corpi che prendono parte alla reazione come un unico sistema (sistema base, pag. 121), piuttosto si può estrarre del tutto a piacere un certo complesso materiale, finito o infinitesimo, e studiarne la variazione di energia. Essa è, come sempre, uguale all'equivalente meccanico delle azioni esterne che sono spese nella variazione di stato considerata. Del resto ci si serve vantaggiosamente, per la determinazione pratica dell'energia chimica, dei principi che abbiamo discusso nel capitolo precedente alla pag. 100 e seg.

3. Energia elettrica e magnetica

Fra tutte le conseguenze che si possono trarre dal principio di conservazione dell'energia, riguardo alle leggi secondo cui agiscono le diverse forze attive in natura, rivestono un interesse particolarmente spiccato specialmente quelle che si riferiscono ad elettricità e magnetismo, perchè in nessun'altra parte della fisica risulta valida in modo così diretto e puro la fecondità di quel principio. Infatti per quanto riguarda in primo luogo la meccanica, essa aveva già raggiunto un elevato grado di sviluppo molto tempo prima della scoperta del principio generale dell'energia, e dunque per l'applicazione del principio allo studio dei fenomeni di moto non restava altro che dimostrare a posteriori la sua concordanza con le leggi già stabilite, in modo abbastanza sicuro, per altra via e verificare così un principio noto con un altro noto. Alquanto diversamente stanno le cose già nella terminologia: qui il principio recentemente scoperto interviene autorevolmente nello sviluppo delle idee che ci si cercava di formare sulla natura dei processi termici; però anche in questo campo di ricerca esso non è rimasto a lungo la sola guida riconosciuta e dimostrata. Da quando si è manifestata la grande fertilità della concezione meccanica del calore, si è di regola molto più propensi a lasciarsi guidare, nell'osservazione dei processi termici, dall'idea di processi puramente meccanici, piuttosto che rivolgersi al principio generale dell'energia, indipendente da queste idee; infatti è senz'altro evidente che la sola considerazione di quest'ultimo non garantisce quella particolarità di idee, necessaria per il conseguimento di una chiara visuale, che ci rende così pregevole proprio la concezione meccanica.

Ma due situazioni del tutto eterogenee appena descritte ci imbattiamo ora nel campo dell'elettricità e del magnetismo. Finora non si è ancora riusciti in nessun modo a riunire sotto una visuale unitaria la molteplicità dei fenomeni che ci si presentano, cioè a ricondurla ad un'efficace analogia con fenomeni che abbiamo conosciuto da altre parti e che per abitudine ci sono divenuti familiari (p.es. quelli di natura meccanica)^(v226), ed è forse dubbio se ci si possa riuscire; però in ogni caso nell'accingerci al compito di scoprire le leggi dell'elettricità, sappiamo a priori di non possedere alcun altro affidabile mezzo d'indagine se non soltanto ed unicamente il principio di conservazione dell'energia. Appare qui chiaramente l'importanza del principio che, separato da tutti i concetti marginali, costituisce l'unico punto di partenza sicuro per la ricerca, fornendo il corso direttivo delle idee che è essenziale condizione preliminare per la valutazione razionale dei risultati dell'esperienza e dell'osservazione.

Tuttavia si deve aggiungere qui subito l'osservazione che, nell'interesse di una

forma espressiva comoda e intelligibile per l'applicazione del principio a certi processi individuali, appare spesso inevitabile ricorrere ad una terminologia che rammenta certe idee particolari sul modo d'agire dell'elettricità; p.es. parliamo dell'elettricità come se fosse una sostanza particolare che si muove, esercita forze, etc.. Tuttavia queste espressioni non coinvolgono assolutamente un giudizio sulla natura degli effetti elettrici, questa rimane piuttosto del tutto insoluta; persino la questione, ormai in certo qual modo vicina alla risposta definitiva, se elettricità e magnetismo agiscono direttamente a distanza, oppure se invece le azioni avvengano mediante opportune modificazioni del mezzo interposto, può essere lasciata provvisoriamente insoluta, sebbene a volte, per precisare in certa misura il concetto, saremo costretti a basare le nostre descrizioni sull'una o sull'altra interpretazione.

Si possono suddividere tutti gli effetti elettrici e magnetici in due grandi gruppi, secondo che essi provochino moti nella materia ponderabile (conduttori di corrente, corpi magnetizzati, etc.) o variazioni dello stato elettrico o magnetico interno dei corpi. Come accade solitamente, vogliamo contrassegnare questi due tipi di effetti come ponderomotori (meccanici) ed induttivi (elettromotori, magnetomotori); in ogni applicazione del nostro principio dobbiamo prenderli entrambi in considerazione.

Occupiamoci ora in primo luogo dei processi che originano da effetti di quantità di elettricità in quiete nei corpi. Posto che un numero di punti materiali, ognuno caricato con una certa quantità di elettricità, sia situato in un mezzo isolante (aria), le azioni delle cariche elettriche saranno limitate a quelle ponderomotrici, e sotto l'effetto di queste i punti cominceranno a muoversi, mentre assumiamo semplicemente, che il mezzo non opponga alcuna considerevole resistenza al moto. Per amore di completezza, dobbiamo tuttavia assumere un'altra ipotesi, che manterremo anche in seguito, cioè che le velocità relative dei corpi in moto siano sempre infinitamente piccole rispetto alla velocità cosiddetta critica (300.000 Km al secondo) perchè, altrimenti, agli effetti elettrostatici si aggiungono certi effetti elettrodinamici che dovremo prendere in considerazione solo più avanti. Allora l'interpretazione più comoda di tutto il processo di moto ci viene garantita dall'idea che le cariche elettriche agiscono a distanza l'una sull'altra, quelle omonime respingendosi e quelle eteronime attraendosi secondo la legge di gravitazione universale di Newton. (Vedi polarizzazione dei dielettrici a pag. 206 e segg.)^(v227)

Se sul sistema non vengono esercitate azioni esterne, la sua energia è costante; essa consiste però di due parti: la forza viva dei punti in moto e il potenziale delle forze attive (centrali)^(v228) (pag. 165). Questo potenziale:

$$P = \sum \frac{e \cdot e'}{r}$$

dove e ed e' (con i relativi segni) rappresentano le cariche elettriche di coppie di punti (ogni combinazione presa una volta), r la loro distanza (sempre positiva), deve essere dunque considerato come energia elettrostatica U . La sua variazione in un certo tempo è uguale ed opposta al lavoro compiuto in questo tempo dalle forze elettriche ponderomotrici.

Dall'espressione di P è facile vedere che il potenziale elettrico di più sistemi è uguale alla somma dei potenziali dei sistemi rispetto a se stessi, aumentata della somma dei potenziali, l'uno rispetto all'altro, di ciascuna coppia di sistemi.

Poichè P , in quanto energia, possiede le dimensioni di una quantità di lavoro, dall'equazione precedente viene fornita anche la misura elettrostatica dell'elettricità; così si liquida anche una domanda che occasionalmente capita di udire dalla bocca degli studenti: quale sia l'equivalente meccanico dell'elettricità (più esattamente del

potenziale elettrico)^(v229). Esso è uguale ad 1 sia nel sistema di misura elettrostatico che magnetico, però in quest'ultimo caso non vale più l'equazione precedente.

Scegliendo da tutto l'insieme un numero limitato di punti e considerandolo come sistema base (pag. 121), l'energia di questo sistema varia dell'ammontare delle azioni applicate esternamente ad esso. Questo è evidentemente il lavoro delle forze ponderomotrici che viene compiuto sui punti del sistema base dai punti situati all'esterno.

Il processo si configura in modo diverso quando come portatori di elettricità compaiono non singoli punti ma conduttori estesi nello spazio perchè in questo caso si aggiungono agli effetti ponderomotori quelli di induzione. Possiamo supporre che lo spostamento di cariche elettriche necessario a stabilire l'equilibrio elettrico all'interno del conduttore avvenga con una velocità infinitamente grande rispetto ai moti dei conduttori; allora ad ogni configurazione del sistema di conduttori corrisponde una determinata disposizione delle cariche nei conduttori, che è data dalla condizione che il valore della funzione potenziale elettrica:

$$\phi = \sum \frac{e}{r}$$

sia costante in tutti i punti di uno stesso conduttore, mentre nell'isolante circostante^(v230) vale dappertutto la condizione $\Delta\phi = 0$. Da ciò, data la quantità di carica dei conduttori, è determinata la funzione ϕ , mentre la densità elettrica sulla superficie di un conduttore ha il valore se n indica la normale rivolta verso l'interno dell'isolante.

Assumiamo ora che i conduttori si muovano per effetto delle forze uscenti dalle loro cariche e consideriamo la variazione subita dal potenziale elettrico dell'intero sistema rispetto a se stesso in un elemento di tempo:

$$\phi = \sum \frac{e e'}{r} \text{ oppure anche } = \frac{1}{2} \cdot \sum e \cdot \phi$$

A questo scopo suddividiamo in due parti la variazione infinitesima che il sistema sperimenta: 1) i conduttori cambiano posizione nello spazio mentre le cariche in essi restano fisse; 2) le cariche nei conduttori in quiete assumono la nuova posizione di equilibrio determinata dalla mutata disposizione. Mediante ciascuno di questi due processi, P verrà variato ed è facile riconoscere che la prima variazione non è nient'altro che il lavoro negativo delle forze ponderomotrici, come nel caso trattato prima, mentre la seconda variazione è infinitesima rispetto alla prima. Infatti la nuova configurazione elettrica si distingue da quella iniziale per il fatto che ad ogni carica elettrica e disponibile originariamente viene aggiunta una carica infinitesima δe (positiva o negativa), e la variazione così determinata dal potenziale elettrico totale è (secondo pag. 203) uguale al potenziale di tutte le nuove cariche δe sopraggiunte, rispetto all'intera carica e originariamente presente. (Perchè il potenziale rispetto a se stesso delle cariche addizionali è infinitesimo di ordine superiore). La variazione cercata ammonta dunque a $\sum (\phi \delta e)$ e questa somma, per ogni singolo conduttore, è uguale a zero, perchè ϕ ha in ogni suo punto lo stesso valore, e la sua carica totale $\sum e$ resta invariata.

Pertanto la variazione temporale del potenziale δP è rappresentata esattamente dal lavoro ponderomotore negativo, cioè dalla diminuzione di forza viva dei conduttori in moto; la somma del potenziale e della forza viva è dunque costante. D'altra parte se l'energia totale del sistema resta costante, ne segue che all'energia cinetica se ne

aggiunge ancora una elettrostatica U che anche in questo caso è misurata dal potenziale elettrico positivo P . Perciò gli effetti che sono prodotti da un processo di moto come quello ora considerato, consistono soltanto nella reciproca trasformazione fra energia elettrostatica e cinetica. Gli effetti induttivi che inoltre avvengono nei conduttori non hanno valore di lavoro finito e non possono dunque produrre calore di corrente; infatti, sebbene attraverso una sezione di un conduttore fluisca in un tempo finito generalmente una quantità finita di elettricità, il lavoro da essa compiuto in questo passaggio è infinitesimo perchè la corrente non ha alcun gradiente di potenziale finito. Un effetto termico ha luogo solo se due conduttori si avvicinano in modo da poter bilanciare le loro cariche. In questo caso subentra nel valore dell'energia elettrostatica una veloce diminuzione che però non va a vantaggio della forza viva del moto dei conduttori ma dell'energia molecolare. Se si tratta di produzione di calore (caso di scarica nelle batterie elettriche), si ottiene così direttamente la quantità di calore di scarica in unità di misura meccaniche. Tuttavia la trasformazione di elettricità in calore non avviene istantaneamente ma si svolgono in genere processi elettrodinamici più o meno complicati (p.es. scarica oscillante); tuttavia nello stato finale tutti i tipi di energia sono di nuovo convertiti in quella termica (ed elettrostatica).

Proseguiamo ora col caso in cui siano presenti nel sistema oltre ai conduttori anche dielettrici. Per semplicità vogliamo in seguito supporre i dielettrici, come i conduttori dapprima rigidi e solo questi ultimi caricati con assegnate quantità di elettricità; i due tipi di corpi si possano muovere liberamente in un mezzo non polarizzabile e perfettamente isolante. Definiamo la struttura di un dielettrico, seguendo Faraday, come se in un mezzo assolutamente isolante sia sparso un grandissimo numero di corpuscoli conduttori piccolissimi nei quali, per effetto di forze elettriche, venga indotta una distribuzione di cariche elettriche proprio come in conduttori con estensione finita. Nella trattazione matematica questa ipotesi conduce alla teoria fondata da Poisson della polarizzazione dielettrica (o magnetica)^(v231), secondo la quale il momento dielettrico riferito all'unità di volume in un punto qualsiasi di un dielettrico è uguale in direzione, e, proporzionale, in intensità, alla forza elettrica agente su questo punto ed è inoltre proporzionale ad una costante che dipende dalle caratteristiche del dielettrico. Le componenti di questo momento soddisfano allora le equazioni:^(v232)

$$(1) \quad \lambda = -\chi \cdot \frac{\theta\phi}{\theta x}, \quad \mu = -\chi \cdot \frac{\theta\phi}{\theta y}, \quad \nu = -\chi \cdot \frac{\theta\phi}{\theta x}.$$

Quanto più grandi sono i valori assunti dalla costante (positiva)^(v233) χ , tanto più il comportamento del dielettrico approssima quello di un conduttore. Invece per $\chi = 0$ la polarizzazione scompare del tutto. Poichè, mediante la rappresentazione su cui ci siamo basati, la polarizzazione dielettrica è completamente ricondotta ai fenomeni presentati dai conduttori perfetti, possiamo senz'altro trasferire a questo caso i risultati ottenuti a pag. 205 con l'applicazione del principio dell'energia. Il valore dell'energia elettrostatica U è dato allora anche qui dal potenziale elettrico dell'intero sistema rispetto a se stesso, cioè dall'espressione:

$$P = \frac{1}{2} \sum e \cdot \phi.$$

Poichè ora in ognuna delle particelle conduttrici da cui è composto un dielettrico, ϕ possiede un valore costante, e inoltre la quantità di carica in questione è uguale a

zero, questa somma si annulla per tutte le quantità di carica e che si trovano nei dielettrici, e basta estenderla ai conduttori dotati di carica finita. La presenza di un dielettrico influisce sul valore dell'energia elettrostatica solo nella misura in cui la funzione potenziale ϕ ne risulta modificata.

Il modo di agire caratteristico di un dielettrico viene notevolmente accostato all'intuizione e reso accessibile al calcolo attraverso il noto principio che le cariche localizzate in un dielettrico possono essere completamente sostituite, per quanto riguarda tutti i loro effetti fisici, da uno strato elettrico semplice disteso sulla superficie del dielettrico e avente in ogni punto di questa la densità:

$$-\{\lambda \cos (n x) + \mu \cos (n y) + \nu \cos (n z)\} = \chi \cdot \frac{\theta \phi}{\theta n}$$

dove n indica la direzione della normale rivolta verso l'interno del dielettrico. La massa complessiva di questo strato è uguale a zero.

Allora mentre la funzione potenziale ϕ , con le sue derivate, conserva in tutti i punti dello spazio all'interno e all'esterno dei dielettrici lo stesso valore, se si sostituisce la distribuzione elettrica in un dielettrico con il detto strato superficiale fittizio, si deve invece tenere conto del fatto che ciò non avviene per il valore del potenziale di tutta la carica elettrica presente nel sistema, rispetto a se stessa. Infatti l'espressione generale di questo potenziale: $P = 1/2 \sum e \cdot \phi$ fornisce qui un valore diverso dal precedente, come si riconosce subito considerando quella parte della somma che proviene dalle cariche e degli strati superficiali fittizi. Cioè, siccome sulla superficie di un dielettrico la funzione potenziale non è costante ovunque, la somma corrispondente assumerà in generale un valore diverso da zero (negativo)^(v234) mentre nel caso considerato alla pagina precedente^(v235), e riferito alle cariche e del dielettrico, era zero. D'altra parte otteniamo per le cariche e contenute nei conduttori esattamente gli stessi numeri di prima; perciò il valore risultante del potenziale P sarà qui in ogni caso diverso (più piccolo)^(v236) che nel caso considerato in precedenza. Da quanto detto risulta che allorchè la distribuzione elettrica in un dielettrico viene pensata sostituita dallo strato superficiale ad essa fisicamente equivalente, si deve distinguere tra i concetti di potenziale P ed energia U , perchè quest'ultima grandezza, naturalmente in virtù del suo significato fisico, rimane la stessa in entrambi i casi.⁽ⁿ²³⁾

Questa distinzione risulta direttamente anche quando utilizziamo una riflessione precedentemente impiegata per ricavare l'energia dal potenziale. Considerando la variazione infinitesima δP subita dal potenziale P nel moto di conduttori e dielettrici in un elemento di tempo, possiamo immaginarla suddivisa in due parti: 1) la variazione dovuta allo spostamento spaziale di conduttori e dielettrici mentre le cariche in essi restano ferme, 2) la variazione dovuta alla nuova disposizione delle cariche nei corpi mentre questi restano fissi nello spazio. La prima variazione rappresenta il lavoro negativo delle forze ponderomotrici, cioè la diminuzione della forza viva T , la seconda è uguale al potenziale di tutte le nuove cariche δe sopraggiunte rispetto a quelle originariamente presenti e (pag. 205), cioè uguale a $\sum (\phi \delta e)$, perciò abbiamo:

$$\delta P = - \delta T + \sum (\phi \delta e)$$

oppure, essendo l'energia totale $T + U = \text{Cost.}$,

$$\delta P = - \delta U + \sum (\phi \delta e).$$

Il secondo termine del membro destro dell'equazione non è affatto uguale a zero, se allo stato elettrico dei dielettrici si sostituisce la corrispondente distribuzione superficiale, perchè ϕ non è costante sulla superficie di un dielettrico; ben piuttosto quel termine, con l'aiuto delle condizioni stabilite per l'equilibrio delle cariche, può essere riconosciuto come differenziale esatto di una determinata funzione di stato, per cui dopo la trasformazione in integrale spaziale, utilizzando la (1) e integrando rispetto al tempo,

otteniamo:

$$(2) \quad P = U - \int \frac{dr}{2\chi} \cdot (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)$$

dove l'integrale deve essere esteso agli elementi di volume dr di tutti i dielettrici. Naturalmente la differenza fra le grandezze P ed U è la stessa che abbiamo già constatato prima. Per $x = \infty$ (dielettrico conduttore perfetto) l'energia ed il potenziale si trasformano l'uno nell'altra; altrettanto per $x = 0$ (dielettrico completamente non polarizzabile), perchè allora λ , μ , ν diventano uguali a zero. (Cfr. induzione magnetica a pag. 225.)^(v237)

Allo stesso modo si può trattare il caso in cui i dielettrici siano inizialmente carichi con determinate quantità di elettricità che dall'esterno sono state apportate sia sulla superficie che nell'interno. Qui il principio di sovrapposizione degli effetti conduce direttamente al risultato. Inoltre quando i dielettrici sono rappresentati, anzichè da corpi rigidi, da corpi solidi deformabili o da fluidi, che possono riempire con continuità gli spazi situati tra i conduttori, si possono impiegare con uguale successo considerazioni analoghe, nel qual caso si dovrà tener conto del fatto che la costante dielettrica χ generalmente varia con lo stato di deformazione della sostanza dielettrica.⁽¹⁶⁴⁾

Possiamo riassumere le considerazioni precedenti, relative all'elettrostatica, nell'affermazione seguente: in tutti i casi in cui conduttori e dielettrici elettricamente carichi si muovono sotto l'influenza reciproca, e finchè valgono le equazioni stabilite sopra per la distribuzione elettrica (pag. 206), l'energia elettrica viene trasformata solo in forza viva del moto molecolare, e precisamente la misura dell'energia elettrica U è data dal valore del potenziale P della carica elettrica totale contenuta nel sistema rispetto a se stessa, con una modifica data dall'equazione (2) per il caso in cui, in un dielettrico, al posto della distribuzione di cariche venga sostituito lo stato superficiale corrispondente. Questa proposizione ammette un'eccezione solo quando due conduttori si avvicinano tanto da dar luogo ad una compensazione fra le loro cariche; in questo caso si origina energia molecolare.

Si capisce che per mezzo delle equazioni dei vincoli, valide per l'equilibrio elettrico, l'espressione dell'energia elettrica può essere ridotta sotto forme molteplici che si distinguono solo in rapporto all'utilità matematica, mentre sono del tutto ugualmente legittime per l'aspetto fisico finchè valgono appunto quelle equazioni. Perciò anche per l'impiego del principio dell'energia è del tutto equivalente se, partendo dall'ipotesi di un'azione diretta a distanza, si costruisce l'espressione dell'energia dalle combinazioni di coppie di particelle elettriche a distanza finita o se, sotto l'ipotesi di azioni puramente molecolari, si determina l'energia per sommatoria su tutti gli elementi spaziali che si trovano in uno stato di coercizione elettrica: il valore numerico dell'energia è lo stesso nei due casi. Una decisione a favore di una di queste due teorie può essere ottenuta solo osservando i fenomeni nei quali non sussistano le

condizioni ipotizzate per l'equilibrio elettrico; più tardi ritorneremo su questa questione.

Rivolgiamoci ora all'esame più dettagliato di un caso che prima abbiamo dovuto escludere dalla discussione: il contatto di più conduttori. Immaginiamo dapprima due conduttori metallici rigidi che si toccano lungo una superficie qualsiasi, situati in un mezzo isolante e non polarizzabile che contenga ad arbitrio anche altri conduttori elettrizzati, e caricati con una certa quantità di elettricità. Come mostra l'esperienza, l'elettricità nei due conduttori si dispone in modo tale che la funzione potenziale alla superficie di contatto dei conduttori subisce un salto che dipende solo dallo stato molecolare (sostanza, temperatura) dei corpi, mentre all'interno di ciascun conduttore è costante, in accordo a quanto detto finora. Da qui risulta la necessità che alle giunzioni si trovi un doppio strato elettrico consistente in due strati elettrici semplici adiacenti e molto vicini, di densità uguale ed opposta (perchè nei valori (tutti nulli) delle derivate di φ non si manifesta alcuna discontinuità)^(v238) Indicando il prodotto della densità dello strato positivo per la distanza fra gli strati (momento del doppio strato) con ω , allora φ cresce nel passaggio attraverso il doppio strato in direzione positiva (cioè dallo strato negativo verso quello positivo)^(v239) di $4\pi \cdot \omega = \varphi_0$. (Tensione elettrica). In tal modo è data la possibilità di misurare ω per via elettrostatica, mentre il valore dei due fattori da cui ω è formato, può essere valutato solo approssimativamente. Helmholtz ha mostrato che la formazione di questo doppio strato può essere ricondotta all'azione sulle cariche elettriche di forze attrattive specifiche delle molecole materiali delle sostanze conduttrici; allora la tensione elettrica si rappresenta come il lavoro che queste forze compiono quando un'unità di carica positiva attraversa lo strato nella direzione suddetta. Aggiungendo ancora le condizioni che la funzione potenziale φ e le sue derivate devono soddisfare all'interno dei conduttori, nello spazio esterno ed alla giunzione, e anche quelle che sono date dalla quantità di carica della coppia di conduttori e dei restanti conduttori, allora c'è un solo valore di φ per ogni configurazione spaziale del sistema di conduttori ed è perciò possibile una sola distribuzione di cariche.

Costruiamo ora di nuovo l'espressione dell'energia elettrostatica U del sistema, cioè il potenziale della carica elettrica totale rispetto a se stessa: $P = 1/2 \sum e \cdot \varphi$ e studiamo la variazione subita da questa grandezza in un elemento di tempo se i due conduttori (collegati solidalmente)^(v240) si muovono contemporaneamente agli altri conduttori che si trovano nel campo elettrico, sotto l'azione delle forze elettriche. Questa variazione δP si può pensare anche prodotta in modo consecutivo: 1) da uno spostamento dei conduttori mentre le cariche in essi restano fisse (lavoro ponderomotore negativo o diminuzione di forza viva: $-\delta T$), 2) da una variazione della disposizione di carica elettrica nei conduttori fermi, in cui si può immaginare che ad ogni particella elettrica e del sistema si aggiunga una δe positiva o negativa. Allora, la corrispondente variazione del potenziale totale è uguale al potenziale delle cariche δe , rispetto a quelle, e, originariamente presenti (pag. 205) cioè uguale a $\sum (\delta \varphi e)$. Per un conduttore isolato questa somma è uguale a zero, perchè φ è costante in esso, mentre per la coppia di conduttori collegati solidalmente, è uguale a $\varphi_0 \cdot \delta E$ come si riconosce facilmente, dove φ_0 indica la differenza di potenziale (positiva)^(v241) dei conduttori, δE tutta la quantità di elettricità positiva passata in verso positivo dall'uno all'altro metallo nell'elemento di tempo considerato; allora, per semplicità, consideriamo in moto soltanto l'elettricità positiva. Abbiamo quindi:

$$\delta U = \delta P = - \delta T + \varphi_0 \cdot \delta E$$

oppure

$$\delta U + \delta T - \varphi_0 \cdot \delta E = 0$$

Da qui appare l'importante risultato che nel caso considerato la somma della forza viva T e dell'energia elettrostatica U non è assolutamente costante; tanto più che le due grandezze possono anche aumentare o diminuire contemporaneamente; perciò la loro somma non rappresenta neanche l'energia totale del sistema, bensì deve entrare in gioco ancora un terzo tipo di energia la cui variazione compensa proprio le due variazioni descritte prima. L'ammontare di questa è noto direttamente, è il prodotto della tensione elettrica dei metalli per la quantità di elettricità positiva trasferita dal metallo negativo a quello positivo; però oggi non è stata ancora presa una decisione definitiva sulla forma fisica nella quale questo tipo di energia dovrebbe essere immaginato.

Si prendono in considerazione qui principalmente due punti di vista che in seguito converrà discutere. Secondo l'un punto di vista, oltre alla solita energia elettrostatica che proviene dalle interazioni reciproche fra le correnti, c'è anche un tipo particolare di energia (di natura potenziale) che trae origine dagli effetti esercitati sulle cariche dalle molecole materiali; si potrebbe perciò indicarla come energia "elettromolecolare". Quindi ad ogni particella elettrica e compete sempre una particolare energia elettromolecolare; il suo ammontare è uguale al prodotto della quantità di elettricità e per una costante $G^{(v242)}$ che dipende dalle proprietà molecolari (sostanza, temperatura) del conduttore in cui la particella si trova in quel momento, ma non dal suo stato elettrico. È chiaro che questa ipotesi soddisfa senz'altro al suo scopo: infatti finché una quantità di elettricità δE si muove tra le molecole dello stesso conduttore, la sua energia elettromolecolare $G \cdot \delta E$, grandezza completamente determinata, resta costante; però, appena essa passa in un altro conduttore, il suo ammontare varia di $(G' - G) \cdot \delta E$. Si deve dunque assumere soltanto che la differenza $G' - G$ sia uguale ed opposta alla tensione elettrica nota φ_0 per ottenere quella variazione di energia che è richiesta dal principio di conservazione dell'energia; resta arbitraria, nel valore di G , una costante additiva. Allora il principio sarà soddisfatto se nell'intero sistema considerato la somma di forza viva, energia elettrostatica ed energia elettromolecolare è una grandezza indipendente dal tempo.

Secondo un'osservazione precedente (pag. 211), G è anche uguale ed opposta al lavoro compiuto dalle forze elettromolecolari se l'unità di carica elettrica passa da un metallo normale, prefissato ad arbitrio, al conduttore considerato (elettrizzato a piacere). Helmholtz ha indicato questo lavoro come "valore galvanico" del conduttore.⁽¹⁶⁵⁾ Il valore di G cresce passando dai metalli non nobili a quelli nobili.^(v243)

Poiché l'ipotesi descritta fa apparire il valore della tensione elettrica φ_0 tra due conduttori come differenza fra due grandezze G e G' , che dipendono solo dalla natura dei conduttori, essa assicura contemporaneamente l'evidente vantaggio che, necessariamente, ne risulta la legge della tensione di Volta; ma per lo stesso motivo fallisce il suo compito per quanto riguarda i conduttori di seconda classe.

Contrapposto a questo, però, assume validità anche un altro punto di vista, che parte dal fatto che un siffatto tipo particolare di energia, come l'energia elettromolecolare appena descritta, non esiste affatto, bensì il constatato ammanco di energia viene coperto da una corrispondente variazione dell'usuale energia molecolare (termica, chimica). Di conseguenza la somma di forza viva, energia elettrostatica ed energia molecolare sarebbe invariabile e quindi, nel fenomeno di moto studiato, in

connessione con la dimostrata variazione dei noti tipi di energia, dovrebbe apparire un'energia molecolare (qui: termica) d'importo $\varphi_0 \cdot \delta E$. Più in generale, questa esigenza suonerebbe così: ogni volta che una quantità di elettricità positiva attraversa un doppio strato elettrico in verso positivo, subentra una riduzione di energia molecolare, che ammonta al prodotto della quantità di elettricità per la differenza di potenziale determinata dal doppio strato. Al contrario, il passaggio di elettricità da un conduttore all'altro in sè e per sè, cioè senza effettuazione di lavoro da parte di forze di origine elettrica, non coinvolgerebbe variazioni di energia di nessun genere.

La verifica sperimentale di questa affermazione conduce in effetti a fenomeni che si possono considerare come conferme della stessa; per i conduttori di prima classe lo sono gli effetti termici, scoperti da Peltier, alle saldature di due metalli, che tuttavia sono rilevabili direttamente solo se considerevoli quantità di elettricità vengono trasportate da una corrente continua attraverso la superficie di separazione dei conduttori. Effettivamente il calore prodotto o assorbito è proporzionale in valore e segno alla quantità di elettricità passata; invece i valori, da qui calcolati, delle tensioni elettriche, in generale non concordano affatto, come noto, con i valori delle tensioni di Volta misurate direttamente per via elettrostatica^(v246). Comunque, qui ci si può aiutare assumendo che nella cosiddetta tensione di Volta non abbiamo affatto a che fare con l'effettiva differenza al contatto tra i due metalli, bensì che la presenza di quantità minime di gas o vapori modifichi notevolmente le proprietà delle superfici e perciò anche il valore della tensione, come si può anche effettivamente dimostrare.⁽¹⁶⁶⁾ Per sicurezza sarebbe in ogni caso la cosa più conveniente^(v247) unificare le due ipotesi, considerando l'ammontare di energia in questione: - $\varphi_0 \cdot \delta E$ ripartito in parti indeterminate tra l'energia elettromolecolare e la solita energia molecolare; allora resta ancora riservato all'esperienza futura se una di queste parti scompaia del tutto o, rispettivamente, in quale rapporto i due tipi di energia partecipino al valore suddetto.

Tuttavia, poichè è compito della scienza della natura descrivere i fenomeni nel modo più semplice possibile, è allora ovvio, prima di deciderci per l'ipotesi di un nuovo tipo di energia, fare il tentativo se non sia possibile riuscire a cavarsela con i tipi di energia già noti. In effetti, allo stato attuale delle nostre esperienze, non solo tale tentativo appare non senza speranza ma addirittura molto promettente, perchè oltre ai fenomeni termici che si manifestano nei conduttori di prima classe (calore di Peltier, di Thomson) si possono per questa via chiarire in modo soddisfacente anche i processi chimici osservati nei conduttori di seconda classe. Invero la legge della tensione di Volta, valida per conduttori di prima classe, non può essere più presentata come conseguenza del principio dell'energia (essa appare piuttosto una conseguenza del principio di Carnot-Clausius); d'altra parte, invece, si è di nuovo ottenuto il vantaggio che i conduttori di seconda classe si adeguano esattamente allo stesso trattamento di quelli di prima classe, e si distinguono da questi solo per il fatto che in essi subentrano anche effetti chimici oltre a quelli termici.

Perciò, in seguito, in accordo con i punti di vista sostenuti da W. Thomson e Cl. Maxwell, ci baseremo sull'ipotesi che non esista alcuna energia elettrica molecolare, bensì che “tutte le volte che una quantità di elettricità positiva attraversa il doppio strato elettrico in verso positivo, l'energia molecolare (termica o chimica) viene diminuita del prodotto della quantità di elettricità per la differenza di potenziale del doppio strato”. Possiamo tralasciare qui la discussione di come ci si debba immaginare nei dettagli questo processo.^(v248)

Di conseguenza l'applicazione del principio di conservazione dell'energia al caso che serve come punto di partenza delle nostre considerazioni assume l'aspetto seguente: dati più conduttori metallici elettricamente carichi, alla stessa temperatura,

che siano in parte isolati e in parte collegati fra loro, in numero qualsiasi, in contatto elettrico (la generalizzazione si ottiene immediatamente), e in moto in un campo elettrico, non solo ha luogo una conversione tra la forza viva del moto e l'energia elettrostatica, ma compaiono altresì effetti termici nei punti di contatto dei conduttori, precisamente secondo la regola appena stabilita. (Inoltre, attraverso l'immediata dispersione, nell'ambiente circostante, del calore prodotto si può far in modo che la temperatura, e quindi la tensione elettrica nei punti di contatto, rimanga invariata.) Naturalmente, rispetto a questo calore di Peltier, scompare, essendo infinitesimo, quello di Joule, che insorge all'interno dei conduttori a causa della corrente elettrica. (Vedi sopra a pag. 205). A questo proposito è degno di nota che questa trasformazione di forza viva ed elettricità in calore sia prodotta attraverso un processo reversibile, dal che risultano interessanti conclusioni per il principio di Carnot-Clausius, che però non rientrano nel quadro della presente analisi.

Se in un sistema di conduttori (di prima e di seconda classe)^(v249) a contatto diventa impossibile soddisfare tutte le condizioni necessarie per l'equilibrio, come p.es. accade generalmente quando più conduttori (aventi temperature arbitrarie)^(v250) collegati in serie vengono a formare, attraverso il contatto tra il primo e l'ultimo, una catena chiusa, ne risulta una corrente elettrica che perdura finchè, coll'insorgere di certe variazioni chimiche, termiche o anche meccaniche, è data la possibilità di soddisfare tutte le condizioni di equilibrio. Vogliamo anzitutto occuparci del caso in cui la corrente sia divenuta stazionaria, cioè tutte le grandezze relative allo stato elettrico del sistema, come intensità di corrente, cariche elettrostatiche dei conduttori, funzione potenziale, etc.,^(v251) siano indipendenti dal tempo. Allora anche i tipi di energia elettrica (energia elettrostatica, elettrodinamica) sono in ogni caso costanti e perciò possono essere del tutto trascurati; con questo può avvenire nella catena qualsiasi processo termico o chimico (con o senza polarizzazione).^(v252)

Anzitutto applichiamo il principio dell'energia in modo da pensare come un sistema unico l'insieme dei conduttori che formano la catena galvanica; poichè esso non è soggetto ad effetti esterni (sono esclusi effetti di induzione)^(v253), la sua energia totale è costante e di conseguenza, per quanto detto prima, la somma delle energie termica e chimica (ed eventualmente anche meccanica)^(v254) rimane in sè inalterata. Ne segue la nota tesi: gli effetti termici prodotti in una corrente galvanica stazionaria sono equivalenti agli effetti chimici (vogliamo considerare esclusi quelli meccanici)^(v255).

Anche se da questa tesi otteniamo chiarimenti sul rapporto di intensità degli effetti prodotti da una corrente in tutto il circuito, non sappiamo con ciò ancora niente dei cambiamenti che avvengono nei singoli tratti della catena; però possiamo venirne a conoscenza se, sottoponiamo all'applicazione del principio dell'energia, non tutto il sistema di conduttori come sistema base ma solo una parte qualunque di esso. Prendiamo anzitutto un caso che abbiamo già trattato: la regione di contatto tra due conduttori. Scegliamo un tratto del sistema di conduttori in modo da immaginare una superficie di separazione tracciata^(v256) su ciascuna delle due parti di una zona di contatto tra due conduttori metallici, e così vicina alla giunzione che in sostanza siano coinvolti solo i processi nello strato limite. Il complesso materiale così delimitato, composto da due sottili lamine metalliche, considerato come sistema base, subirà dall'esterno certi effetti dovuti alla corrente che lo attraversa, che fanno variare la sua energia e, come sempre, il valore di lavoro meccanico degli effetti esterni sarà uguale all'ammontare dell'aumento di energia. Ora noi non conosciamo quel valore di lavoro direttamente ma possiamo calcolarlo mediante il procedimento inverso, perchè dalle precedenti ricerche siamo messi in condizione di ricavare la variazione di energia del sistema considerato. L'energia elettrica^(v257) resta, per ipotesi, invariata, quella chimica

pure, ma quella termica, per il principio fondamentale espresso a pagina 216, varia, nell'unità di tempo, di $-\varphi_0 \cdot i^{(v258)}$ dove i indica l'intensità (considerata sempre positiva)^(v259) della corrente, $e^{(v260)}$ φ_0 la differenza di potenziale dei conduttori, positiva quando φ aumenta nel verso della corrente^(v261). Se φ_0 è misurato per via elettrostatica, si può esprimere i con il sistema di misura elettrostatico osservando il calore prodotto.^(v262) Allora, nota la variazione di energia, ne segue che il valore di lavoro meccanico degli effetti esterni applicati è pure espresso da $-\varphi_0 \cdot i^{(v263)}$.

Passiamo adesso ad un altro sistema fondamentale, scegliendo come tale il complesso di conduttori che resta, escludendo dall'intero circuito chiuso il tratto laminare appena trattato. In questo nuovo sistema l'incremento di energia molecolare (termica e chimica) (e quindi anche il valore di lavoro degli effetti applicati esternamente)^(v264) nell'unità di tempo è uguale a $+\varphi_0 \cdot i^{(v265)}$ perchè in tutto il circuito chiuso l'energia molecolare resta invariata.^(v266)

Vediamo da qui che l'ammontare di lavoro degli effetti esterni applicati dipende da un lato dall'intensità di corrente e poi dalla differenza fra i valori assunti dalla funzione potenziale^(v267) ai due estremi del sistema. Allora possiamo esprimere la proposizione seguente: "In un sistema (non chiuso) di conduttori, attraversato da una corrente stazionaria^(v268) in cui avvengono variazioni molecolari qualsiasi, l'energia molecolare (termica e chimica) risulta aumentata, nell'unità di tempo, di una quantità data dal prodotto dell'intensità di corrente per la diminuzione che il valore della funzione potenziale subisce fra il punto in cui la corrente entra e quello da cui esce (entrambi supposti metallici)"; è indifferente se e quali salti la funzione potenziale possa fare all'interno del sistema.^(v269)

Questa affermazione, che si può esprimere altrettanto facilmente per qualsiasi diramazione di corrente quanto per densità di corrente variabili nello spazio entro conduttori materiali, rende possibile una serie di importanti applicazioni.

Consideriamo p.es. gli effetti esercitati all'interno di un conduttore metallico osservando, p.es., un tratto infinitesimo di un filo di corrente infinitamente sottile avente sezione q e lunghezza dn . Indicata con j la densità di corrente, l'intensità di corrente che scorre attraverso il tratto di conduttore ammonta a: $J \cdot q$, mentre la diminuzione della funzione potenziale a: $\theta\varphi / \theta n \, dn$, quindi la variazione di energia molecolare (qui: produzione di calore) a: $-j \theta\varphi / \theta n \, qdn$. Allora, siccome dagli esperimenti di Joule risulta il calore $j^2\omega \cdot qdn$, da cui è definita W , resistenza specifica del conduttore, così, uguagliando le due espressioni, si ricava:

$$j\omega = - \frac{\theta\varphi}{\theta n}$$

legge di Ohm per conduttori di prima classe. Se nell'interno del conduttore esistono differenze di temperatura, ne derivano in generale anche tensioni elettriche; allora varia la caduta di potenziale e di conseguenza anche il calore prodotto all'interno (effetto Thomson; esso è evidentemente uguale al prodotto del l'intensità di corrente per la tensione elettrica in gioco). Viceversa, ogni deviazione dalla legge di Joule, osservata nel valore del calore sviluppato dalla corrente in un conduttore, è una prova della presenza di tensioni elettriche (forze elettromotrici) all'interno del conduttore^(v270). Abbiamo già discusso prima gli effetti Peltier; rivolgiamoci adesso ai fenomeni nei conduttori di seconda classe. Se una corrente stazionaria tra due elettrodi metallici^(v271) passa attraverso un elettrolita, in cui provoca effetti qualsiasi, allora, secondo il

principio esposto, l'aumento di energia molecolare all'interno e sulla superficie dell'elettrolita è uguale al prodotto dell'intensità di corrente per la differenza di potenziale tra l'elettrodo positivo e quello negativo, è indifferente che all'interno avvengano, o no, reazioni chimiche locali. Mentre così è facile, esprimere la variazione di energia molecolare totale di un elettrolita, è tuttavia molto più difficile separare tra loro gli effetti che avvengono alle superfici dei due elettrodi. A questo scopo si deve considerare un sistema base che sia limitato da una parte da un conduttore metallico e dall'altra da un elettrolita; per l'entrata e l'uscita di corrente attraverso un conduttore di seconda classe la nostra proposizione non è senz'altro valida perchè gli effetti esterni trasferiti nel sistema attraverso un elettrolita hanno per intermediari non solo il flusso di cariche elettriche ma anche movimento di materia. Attraverso il trasferimento di ioni si esercita sul sistema un effetto di tipo particolare, già per il fatto che gli ioni portano con sè in ogni caso energia molecolare; in questo caso si utilizza allora il principio citato a pagina 146, al punto 2).

Per l'interno di un elettrolita l'applicazione del principio dell'energia è di nuovo semplice, perchè a causa dell'invariabilità della composizione chimica si può supporre che in uno spazio situato completamente all'interno di un elettrolita venga introdotta dagli ioni da una parte tanta energia quanta ne esce dall'altra parte. Possiamo quindi trascurare del tutto gli effetti esterni di questo tipo e ricavare ancora esattamente come prima il calore di Joule, come si dimostra anche sperimentalmente, in unione alla legge di Ohm. Attraverso questo risultato, è ora semplificato il calcolo degli effetti alle superfici limite di un elettrolita, separatamente da quelli interni. Si supponga che la corrente i scorra attraverso un elettrolita tra due elettrodi metallici^(v271), nei quali la funzione potenziale assume i valori ϕ e ϕ' . Inoltre la variazione di potenziale da un elettrodo verso l'interno di uno strato liquido immediatamente adiacente, non decomposto, ammonta a ϵ , rispettivamente ϵ' , positivo quando la funzione potenziale aumenta nel verso della corrente. Allora per quanto sopra, la variazione dell'energia molecolare complessiva nell'interno ed alla superficie dell'elettrolita (nell'unità di tempo) è $(\phi - \phi') \cdot i$. D'altra parte l'energia molecolare sviluppata all'interno dell'elettrolita (calore di Joule) è data, proprio come per i conduttori di prima classe, dal prodotto dell'intensità di corrente per la diminuzione della funzione potenziale, cioè da:

$$i \cdot ([\phi + \epsilon] - [\phi' + \epsilon'])$$

e, sottraendo l'ultimo valore dal primo, resta, per lo sviluppo dell'energia molecolare alle due superfici limite dell'elettrolita, la grandezza $-i \cdot (\epsilon + \epsilon')$, prodotto dell'intensità di corrente per la somma^(v272) delle tensioni elettromotrici attive ai due elettrodi (naturalmente incluse eventuali polarizzazioni)^(v273). Se la temperatura ai due elettrodi rimane costante, l'azione molecolare si riduce alla produzione di energia chimica, e si può perciò uguagliare direttamente la forza elettromotrice $(\epsilon + \epsilon')$, agente alle superfici dei due elettrodi, all'energia chimica sviluppata dall'intensità di corrente, cioè all'intensità di calore che accompagnerebbe il corso degli stessi processi chimici se essi procedessero nel modo abituale, senza produzione di elettricità. In generale però appaiono alle superfici degli elettrodi anche effetti termici (diretti o secondari) e perciò quella conclusione deve essere naturalmente modificata. Il calcolo separato degli effetti termici e di quelli chimici è un problema per la cui soluzione il solo principio di conservazione dell'energia non è sufficiente

Vediamo da qui che il principio, secondo il quale l'energia molecolare prodotta ai punti di contatto fra due conduttori metallici è data dal prodotto dell'intensità di

corrente per la tensione elettrica ivi esistente, trova applicazione agli elettroliti solo in quanto l'energia molecolare sviluppata globalmente alle superfici dei due elettrodi viene misurata dal prodotto dell'intensità di corrente per la somma delle tensioni che sussistono alle due superfici limite.^(v274) Ciò deriva appunto dal fatto che nella migrazione degli ioni nell'elettrolita viene trasportato dall'uno all'altro elettrodo un certo ammontare di energia che non può essere stabilito a priori. Allora, riguardo ai processi che si svolgono singolarmente agli elettrodi, non si può ancora derivare dal principio dell'energia alcuna regola generale, essendo le ricerche relative ancora in pieno corso.⁽ⁿ²⁴⁾ In ogni caso, secondo l'illustrazione da noi fatta, questi processi sono strettamente connessi con la migrazione di ioni, perchè la questione circa la quantità di energia che per loro tramite viene portata agli, e risp. asportata dagli, elettrodi gioca qui un ruolo decisivo; la risposta al problema dovrebbe essere d'importanza essenziale per la valutazione di questi processi complicati; invero, rimane ancora da effettuare la separazione menzionata sopra tra gli effetti chimici e quelli termici, che negli ultimi tempi viene fondata con successo sul principio di Carnot-Clausius.

Rivolgiamoci ora al caso generale in cui una corrente stazionaria tra due elettrodi metallici (con funzioni potenziali $(\varphi \text{ e } \varphi')$ ^(v275) attraversa un qualsiasi sistema di conduttori; per quanto detto sopra, l'incremento di energia molecolare nell'unità di tempo è allora $(\varphi - \varphi') \cdot i$ ^(v276). Possiamo esprimere, d'altra parte, la stessa grandezza anche mediante gli effetti che avvengono all'interno e sulle superfici limite dei singoli conduttori. Infatti, indicata con W la somma di tutte le resistenze dei conduttori di prima e seconda classe (incluse eventuali resistenze transitorie o secondarie)^(v277), il calore di Joule totale è $i^2 \cdot W$. Se poi ε è la somma di tutte le forze elettromotrici agenti nel sistema di conduttori (incluse eventuali tensioni, determinate da differenze di temperatura o di struttura o da polarizzazione interna dei conduttori), secondo quanto precede, la somma di tutti gli effetti molecolari coinvolti è $-i \cdot \varepsilon$ ^(v278). Quindi per la variazione totale, nell'unità di tempo, dell'energia molecolare risultante abbiamo l'espressione:^(v279)

$$(3) \quad i^2 \cdot W - i \cdot \varepsilon$$

che, uguagliata alla precedente, fornisce l'equazione:

$$i \cdot W = \varepsilon + \varphi - \varphi'$$

in accordo con la legge di Ohm. Se l'inizio e la fine del sistema di conduttori coincidono, cosicchè essi costituiscono un circuito chiuso, allora $\varphi = \varphi'$ e otteniamo la formula di Ohm nell'applicazione all'intera catena.

È facile estendere le considerazioni fatte a correnti ramificate e al mutuo contatto fra conduttori di seconda classe; perciò rivolgiamo ancora un'occhiata rapida ai processi in correnti variabili. Se un sistema di conduttori viene collegato in catena chiusa e poi lasciato a se stesso^(v 280) ne risulta in generale una corrente variabile più o meno rapidamente. Considerando la stessa corrente, ma in un tempo molto piccolo, la possiamo trattare dallo stesso punto di vista delle correnti stazionarie appena studiate. Ma si deve inoltre fare attenzione al fatto che qui non varia solamente l'energia molecolare ma anche quella elettrica (elettrostatica ed elettrodinamica) per cui il processo diventa alquanto più complicato, in quanto entrano in gioco i fenomeni di autoinduzione. Tuttavia, quando le oscillazioni di corrente risultano piuttosto lente, si può di regola prescindere dall'induzione, e si ha allora lo stesso caso di prima, con la sola differenza che qui, in seguito agli effetti molecolari, in generale tanto le forze

elettromotrici, come anche le resistenze, sono diverse ad ogni istante e perciò, per la formula di Ohm, danno origine a sempre nuove intensità di corrente e funzioni potenziali.^(v281)

L'interazione tra corpi magnetici o magnetizzati si può sostanzialmente dedurre dalle stesse premesse come per i conduttori elettrostaticamente carichi e i dielettrici; perciò nella discussione di questi fenomeni possiamo fare riferimento ai risultati ottenuti sopra (da pag. 206 a 210). Poniamo ancora a base delle considerazioni un sistema di corpi magnetici o magnetizzati che si muovono per effetto delle mutue forze ponderomotrici e magnetomotrici in un mezzo non polarizzabile e senza resistenza. Inoltre dobbiamo mantenere valida anche qui una condizione che avevamo posta in precedenza (pag. 202) per gli effetti elettrostatici, cioè che le velocità relative non superino un certo limite superiore, perchè altrimenti nei corpi in moto verrebbero suscitate certe forze elettriche che potrebbero modificare la loro interazione.

Gli effetti di ogni magnete possono essere sostituiti da quelli di uno strato magnetico semplice, disteso in un certo modo sulla loro superficie (generalmente ancora legato alla distribuzione spaziale della massa magnetica all'interno). A questa carica magnetica fittizia si riferiscono le seguenti definizioni.

Il potenziale magnetico del sistema rispetto a se stesso ammonta a: $P = \sum m \cdot m' / r$ in simboli facilmente comprensibili, oppure anche: $P = 1/2 \sum m \cdot \phi$, se la funzione potenziale magnetica è: $\phi = \sum m / r$. Dall'espressione di P, che ha le dimensioni di un lavoro, è data contemporaneamente anche l'unità di quantità di magnetismo nel sistema di misura magnetico.

Se si tratta soltanto di magneti permanenti, allora entrano in considerazione solo azioni ponderomotrici, e l'energia magnetica U si rappresenta mediante il potenziale P; invece se nel campo magnetico si trovano anche sostanze magnetizzabili (paramagnetiche o diamagnetiche)^(v282), viene coinvolta, dalla variabilità del magnetismo temporaneo, anche una variazione del potenziale P di tutti i corpi magnetici e magnetizzati, che non va a vantaggio dell'azione ponderomotrice. Facendo l'ipotesi che l'equilibrio magnetico si stabilisca istantaneamente per ogni configurazione del sistema, seguendo le equazioni di Poisson (pag. 206), cosa che si può ritenere in genere esatta per deboli magnetizzazioni, allora lo scambio di energia ha luogo, come nel caso precedente, solo tra la forza viva del movimento molecolare e l'energia magnetica U; però qui U non è più misurata attraverso il potenziale P bensì attraverso l'espressione:

$$U = P + \int \frac{dr}{2\kappa} (\lambda^2 + \mu^2 + v^2)$$

che si può ottenere dalle medesime considerazioni come per l'espressione corrispondente di pag. 209.

Proprio nello stesso modo si determina il valore dell'energia magnetica U nel caso in cui in un corpo si abbia contemporaneamente magnetismo permanente e temporaneo; allora le grandezze λ, μ, v , non si riferiscono all'intero momento magnetico del volume dr, ma solo al momento (temporaneo) indotto. Se questo viene a mancare, allora U si riduce di nuovo a P. Si vede da ciò che, finchè la forza coercitiva agisce solo nel senso di mantenere il magnetismo permanente, ma per il resto valgono le condizioni d'induzione di Poisson, ogni perdita di energia magnetica è completamente compensata dal guadagno di forza viva, analogamente al moto dei punti che sono sottoposti a vincoli fissi indipendenti dal tempo. Questo vale anche quando al posto delle equazioni

di magnetizzazione di Poisson se ne assumono delle altre qualsiasi, basta che il magnetismo temporaneo compaia come una funzione determinata della forza magnetizzante. Quindi, se il sistema passa da una configurazione ad un'altra determinata, è indifferente in quale maniera, allora, dato che l'energia magnetica subisce per questo una certa variazione, anche l'aumento di forza viva, e quindi il lavoro ponderomotore, deve essere del tutto determinato, mentre però l'induzione nelle sostanze magnetizzabili può avvenire per le vie più diverse in maniera molto diversa.

Però, non appena la forza coercitiva si manifesta in un ritardo effettivo^(v283) nel ristabilimento dell'equilibrio magnetico interno, si origina in generale una perdita di energia magnetica che non viene compensata da un corrispondente aumento di forza viva, cosicchè il principio dell'energia esige qui la comparsa di un terzo tipo di energia (calore), analogamente al caso dell'attrito dei corpi in moto. Alla variabilità del magnetismo con la temperatura possono anche essere collegate importanti conseguenze dal principio dell'energia; però poichè esse diventano effettivamente utili solo tirando in ballo il secondo principio della teoria del calore, non ce ne occupiamo qui in maniera più approfondita.

Finora abbiamo trattato i fenomeni elettrici e quelli magnetici come campi completamente separati, considerando solo interazioni di cariche elettriche fra loro e di masse magnetiche fra loro; perciò fu possibile anche utilizzare contemporaneamente il sistema di misura elettrostatico accanto a quello magnetico. Però la situazione assume un altro aspetto quando passiamo alla considerazione degli effetti elettromagnetici, perchè essi gettano per così dire un ponte tra i due campi citati, che permette di trasferire a piacere il sistema di misura elettrostatico nel regno^(v284) magnetico oppure viceversa il sistema di misura magnetico nel regno^(v284) elettrico. Questo passaggio viene effettuato da quell'unico principio (di Ampère), che deve essere considerato come la legge fondamentale di tutti i fenomeni elettromagnetici: “una corrente elettrica lineare, d'intensità i , esercita sull'esterno esattamente le stesse azioni (ponderomotrici, elettromotrici e magnetomotrici) di un doppio strato magnetico di momento ω , limitato dalla linea di corrente e disposto nel noto senso appropriato, se $\omega = i$ ”.

In tal modo la dimensione del momento di un doppio strato magnetico (densità superficiale magnetica per lunghezza) è uguagliata a quella di un'intensità di corrente (quantità di elettricità divisa per il tempo) e si può quindi utilizzare ad arbitrio questa uguaglianza per misurare, o il magnetismo tramite l'elettricità, o l'elettricità tramite il magnetismo, però in ogni caso si è costretti a decidere per uno di questi due procedimenti; vogliamo in seguito attenerci al sistema di misura magnetico.

Pensiamo ora al caso che in un campo infinitamente esteso si muovano liberamente, sotto influenza reciproca, quanti si vogliono magneti permanenti e conduttori lineari chiusi, non ramificati (senza punti di contatto)^(v285), in cui sono attivi elementi galvanici costanti, mentre prescindiamo dall'influenza della gravità. Si possono trovare nel campo anche corpi carichi elettrostaticamente (conduttori e dielettrici), come del resto i conduttori contengono cariche elettriche libere in quiete. Comunque, nel seguito trascureremo del tutto le forze che provengono dalle cariche in quiete e quelle che, d'altra parte, vengono esercitate su di esse, supponendo che esse si sovrappongano semplicemente alle interazioni tra correnti e magneti.

Tuttavia questa ipotesi non è rigorosamente esatta, perchè è estremamente probabile che tra corpi carichi elettrostaticamente (in quiete) e magneti in moto o correnti variabili abbiano luogo certe azioni ponderomotrici⁽¹⁶⁷⁾ allo stesso modo come tra magneti in quiete e cariche elettriche statiche (cioè in quiete su conduttori) in moto⁽¹⁶⁸⁾.

Possiamo però aggirare le deduzioni che si possono collegare a questi effetti, in

sè e per sè molto deboli e che sono direttamente connessi al problema della velocità di propagazione degli effetti elettromagnetici, supponendo la velocità delle variazioni del campo elettromagnetico, come vengono prodotte dai moti di magneti e conduttori o da oscillazioni delle intensità di corrente, tanto piccola da risultare trascurabile rispetto alla velocità di propagazione, condizione che di regola^(v286) è soddisfatta. Sotto questa ipotesi gli effetti citati scompaiono totalmente e la teoria degli effetti elettromagnetici ed elettrodinamici, fondata da Ampère e da F. Neumann, costituisce un tutto completamente definito ed inoppugnabile.

L'andamento del processo che si effettua nel sistema dato è completamente determinato quando, in qualsiasi istante, è noto lo stato del sistema, cioè il complesso di posizioni, velocità, temperature, intensità di corrente, etc. (pag. 107); tutte queste grandezze, anche le ultime citate, devono essere date singolarmente e indipendentemente le une dalle altre; allora da ciò vengono determinate le variazioni temporali, e quindi tutto il processo in un tempo finito. Poichè l'energia totale del sistema resta costante, per cui la sua variazione in un intervallo di tempo dt è uguale a zero, otteniamo così l'espressione della stessa. Fra i diversi tipi di energia dobbiamo distinguere: la forza viva di conduttori e magneti, l'energia molecolare dei conduttori, infine l'energia elettrodinamica e magnetica dovuta alla presenza di correnti e magneti.

L'aumento di forza viva è dato dal lavoro delle forze ponderomotrici complessive prodotte da correnti e magneti. Inoltre secondo il principio di Ampère, una corrente i agisce su un magnete alla maniera di un doppio strato magnetico di momento i , di conseguenza, per il principio meccanico di azione e reazione, anche un magnete agisce, viceversa, su una corrente con una forza ponderomotrice corrispondente e infine, poichè tutti gli effetti di un magnete possono essere sostituiti da quelli di una corrente, una corrente agisce su un'altra allo stesso modo. Il lavoro ponderomotore di due magneti sarà però misurato dalla diminuzione del potenziale magnetico, se si considerano costanti le magnetizzazioni; perciò formiamo, in analogia con il potenziale magnetico U (dei magneti l'uno rispetto all'altro), il potenziale elettromagnetico V (dei magneti rispetto alle correnti i , se queste vengono pensate sostituite da doppi strati magnetici i e il potenziale elettrodinamico W (delle correnti i le une rispetto alle altre, sotto la stessa ipotesi; qui si deve includere anche il potenziale di una corrente rispetto a se stessa, perchè un conduttore può agire in senso ponderomotore anche sulle sue proprie parti). Allora è:

$$V = i_1 v_1 + i_2 v_2 + \dots$$

dove le grandezze v dipendono dalle posizioni dei conduttori considerati e di tutti i magneti. Le intensità di corrente i si assumono sempre positive. Inoltre:

$$W = i_1 i_2 w_{12} + i_1 i_3 w_{13} + \dots (\text{Ogni combinazione contata una volta})^{(v287)}$$

$$+ \frac{i_1^2}{2} \cdot w_{11} + \frac{i_2^2}{2} \cdot w_{22} + \dots$$

dove le grandezze w dipendono solo dalle posizioni dei conduttori. È facile portarle sotto la forma seguente:

$$w_{12} = - \iint ds_1 ds_2 \cdot \frac{\cos(ds_1 ds_2)}{r} = w_{21}$$

$$w_{11} = - \iint ds_1 ds'_1 \cdot \frac{\cos(ds_1 ds'_1)}{r}$$

con simboli facilmente comprensibili. Inoltre si devono prendere gli elementi di curva ds positivamente, nella direzione in cui essi sono percorsi dalla corrente; nell'integrale del conduttore esteso alla sua lunghezza, ogni elemento di curva compare sia come ds che come ds' , perchè il fattore $1/2$ è già contenuto⁽²⁸⁸⁾ nell'espressione di W .

Il lavoro cercato delle forze e.m., cioè l'incremento totale di forza viva di conduttori e magneti, risulta perciò come:

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} -dU - (i_1 dV_1 + i_2 dV_2 + \dots) \\ - \left(i_1 i_2 d\omega_{12} + i_1 i_3 d\omega_{13} \dots + \frac{i_1^2}{2} d\omega_{11} + \frac{i_2^2}{2} d\omega_{22} + \dots \right) \end{array} \right.$$

Nell'interesse di una successiva applicazione al lavoro ponderomotore in sistemi con conduttori e giunzioni materiali, non è senza importanza evidenziare già da ora che questa espressione non rappresenta la completa diminuzione del potenziale totale $U + V + W$ nell'elemento di tempo dt , ma solo quella diminuzione parziale che nasce dal moto dei corpi se le intensità di corrente (e le magnetizzazioni)^(v289) vengono considerate costanti. Il secondo tipo di energia da considerare è l'energia molecolare (termica e chimica) dei conduttori. Indicata con ω la resistenza, con E la forza elettromotrice (galvanica)^(v290) di un circuito (positiva se agisce nel senso di i), allora per la (3) (pag. 223) l'energia molecolare prodotta in esso durante il tempo dt è $(i^2 \cdot \omega - i \cdot E) dt$. Essa, per una corrente stazionaria lasciata a se stessa, è uguale a 0. Chiamiamo ora: $iW - E = e$, la forza elettromotrice indotta nel circuito, cosicchè la legge di Ohm diventa applicabile anche alle correnti indotte, di conseguenza l'aumento di energia molecolare in tutti i conduttori è rappresentato da:

$$(5) \quad (i_1 e_1 + i_2 e_2 + \dots) dt.$$

Infine si tratta ancora dell'incremento di quel tipo di energia che è determinato dalla presenza di correnti e magneti. Ponendola uguale a Q , si ottiene per il corrispondente aumento di energia:

$$(6) \quad dQ.$$

Secondo il principio di conservazione dell'energia la somma delle espressioni (4), (5), (6) è uguale a zero, il che noi esprimiamo simbolicamente mediante:

$$(4) + (5) + (6) = 0$$

Questa equazione si può risolvere in due modi: o si calcolano da essa, noto Q , i valori delle forze elettromotrici indotte e (ciascuna singolarmente) oppure si può trovare, date le e , il valore di Q ; però il principio dell'energia non li fornisce entrambi contemporaneamente (cfr. pag.46). Vogliamo qui intraprendere il secondo metodo

citato, applicando la legge d'induzione stabilita da F. Neumann⁽¹⁶⁹⁾ indipendentemente dal nostro principio. D'altronde, anche senza questo, i valori di e , non sono affatto arbitrari; p.es. si vede già a priori in che modo essi dipendono dal tempo, perchè il differenziale dt compare esplicitamente solo nella (5). Secondo F. Neumann la forza elettromotrice indotta nella direzione positiva di un conduttore (chiuso)^(v291) è uguale alla derivata, presa rispetto al tempo, del potenziale di tutti i magneti e correnti rispetto al conduttore pensato attraversato dalla corrente 1 in direzione positiva, moltiplicato per una costante assoluta positiva e che possiamo lasciare qui indeterminata. Cioè, p.es.:

$$e_1 = \varepsilon \cdot \frac{d}{dt} (v_1 + i_1 \omega_{11} + i_2 \omega_{12} + i_3 \omega_{13} + \dots)$$

Qui in ω_{11} (coefficiente di autoinduzione) è tralasciato il fattore 1/2 perchè in questa espressione ogni combinazione di coppie di elementi conduttori deve comparire due volte, secondo che l'uno di essi sia attraversato dalla corrente i_l o dalla corrente 1.

Sostituendo questi valori di e nell'espressione (5) otteniamo dall'equazione di conservazione dell'energia:

$$\begin{aligned} dQ = dU + (i_1 dv_1 + i_2 dv_2 + \dots) \\ + (i_1 i_2 d\omega_{11} + i_1 i_3 d\omega_{13} + \dots \\ + \frac{i_1^2}{2} d\omega_{11} + \frac{i_2^2}{2} d\omega_{22} + \dots) \\ - \varepsilon i_1 d(v_1 + i_1 \omega_{11} + i_2 \omega_{12} + i_3 \omega_{13} + \dots) \\ - \varepsilon i_2 d(v_2 + i_1 \omega_{12} + i_2 \omega_{22} + i_3 \omega_{23} + \dots) \\ - \dots \end{aligned}$$

Essendo dQ un differenziale esatto, segue: $\varepsilon = 1$ (cfr. pag.45) e

$$Q = U - \left(i_1 i_2 d\omega_{12} + i_1 i_3 d\omega_{13} + \dots + \frac{i_1^2}{2} d\omega_{11} + \frac{i_2^2}{2} d\omega_{22} + \dots \right)$$

oppure, tenuto conto del valore di W :

$$Q = U - W.$$

Perciò l'energia determinata dalla presenza di magneti e correnti consiste di due tipi: l'energia magnetica misurata dal potenziale positivo U (come prima)^(v292) e l'energia elettrodinamica (elettrocinetica) misurata dal potenziale elettrodinamico negativo W , mentre al contrario il potenziale elettromagnetico V non dà alcun contributo all'energia. Di questo fatto dovremo parlare più dettagliatamente a pag. 234.^(v293) Anzitutto occorre che le equazioni stabilite trovino applicazione in alcuni casisemplici.

Quando nel campo non è presente nessun magnete ma solo un circuito, l'energia si riduce a $i^2 / 2 \cdot \omega_{11}$ ^(v294) e l'equazione di conservazione della somma dei tre tipi

dienergia
forma:

ha

la

$$\left[-\frac{i_1^2}{2} d\omega_{11} \right] + [i_1 e_1 dt] - d\left[\frac{i_1^2}{2} \cdot \omega_{11} \right] = 0$$

Per un conduttore rigido ω_{11} è invariabile, allora il lavoro ponderomotore è uguale a 0 e rimane l'autoinduzione $e_1 = \omega_{11} \cdot di_1/dt$ ^(v295). Quindi, seguendo la legge di Ohm (pag.230) si calcola l'intensità di corrente i_1 , se essa [autoinduzione n.d.t.] è data a piacere ad un determinato istante. Qui abbiamo dunque solo trasformazioni di tipi diversi di energia all'interno del circuito elettrico, mentre l'energia totale del conduttore resta costante.

Per un conduttore e un magnete è da aggiungere ancora la forza viva prodotta dagli effetti ponderomotori; allora otteniamo la relativa equazione:

$$\left[-\frac{i_1^2}{2} d\omega_{11} \right] + [i_1 e_1 dt] - d\left[\frac{i_1^2}{2} \cdot \omega_{11} \right] = 0$$

dove:

$$e_1 = \frac{d(v_1 + i_1 \omega_{11})}{dt}$$

Se si prescinde dall'autoinduzione della corrente, cioè si pone $\omega_{11} = 0$, non si può più scegliere a piacere il valore i_1 iniziale, ma l'intensità di corrente è data direttamente, perchè il termine con d_1/dt viene a mancare nell'equazione, e perciò dalla formula di Ohm viene a stabilirsi una relazione tra "grandezze di stato" (pag.108).

Considerando l'energia del conduttore preso a sè (come sistema base)^(v296) (forza viva, energia molecolare, energia elettrocinetica), essa subisce una variazione solo a causa degli influssi esterni. Questi consistono in primo luogo nel lavoro ponderomotore che il magnete compie sul conduttore, e attraverso il quale viene aumentata la forza viva del conduttore, in secondo luogo nell'effetto d'induzione del magnete sul conduttore il cui valore di lavoro $i_1 \cdot dv_1/dt_1 \cdot dt$ viene speso per aumentare l'energia molecolare del conduttore, come si può dedurre direttamente dall'equazione precedente. Viceversa, se poniamo il magnete come sistema base, la sua energia consiste allora solo della forza viva del suo moto, e l'unico effetto che viene esercitato su esso dalla corrente è il lavoro ponderomotore che fa cambiare la sua forza viva. Le interazioni tra magneti e correnti non sono dunque completamente reciproche e su ciò ritorneremo molto presto.

Se si pensa che il magnete venga sostituito da una seconda corrente, ne risultano effetti ponderomotori e di induzione in modo analogo da ambo le parti. Allora l'energia di ogni singolo conduttore viene, nel tempo dt , aumentata: 1) mediante il lavoro ponderomotore compiuto su esso dall'esterno, che si trasforma in forza viva, e 2) mediante il lavoro esterno d'induzione (prodotto della forza elettromotrice indotta dall'esterno per la sua intensità di corrente moltiplicato per dt) che contribuisce all'energia molecolare. Le restanti variazioni di forza viva ed energia molecolare sono fornite dall'energia elettrocinetica propria del circuito. Inoltre è qui degno di nota il fatto che in virtù della forma particolare sotto cui compare l'energia elettrocinetica, l'energia totale dei due conduttori non è la semplice^(v297) somma delle energie dei conduttori singoli, mentre nel caso di un conduttore ed un magnete è valido il relativo

teorema.

Torniamo al caso generale di molti magneti permanenti e correnti a piacere e guardiamo più attentamente l'espressione dell'energia in questo caso ottenuta: $Q = U - W$. Essa non contiene alcun termine che, analogamente alla forza viva di masse pesanti in moto, possa far pensare ad un'inerzia delle cariche elettriche in moto⁽¹⁷⁰⁾, e tantomeno uno che indichi un'interazione diretta tra cariche elettriche e materia ponderabile⁽¹⁷¹⁾, ma è costituita solo dal potenziale magnetico ed elettrodinamico. Al primo sguardo potrebbe apparire come una specie di discordanza il fatto che il potenziale magnetico U compaia col segno positivo, quello elettromagnetico V non compaia affatto e quello elettrodinamico W invece compaia col segno negativo nel valore dell'energia; infatti poichè noi abbiamo ricavato gli effetti elettromagnetici ed elettrodinamici direttamente da quelli puramente magnetici, è ovvia la tentazione di considerare i tre potenziali citati sopra come del tutto affini ed equivalenti, e infatti, allorchè identifichiamo un magnete con una corrente, è inevitabile la conclusione che allora anche il potenziale magnetico giochi nella formazione dell'energia proprio lo stesso ruolo di quello elettromagnetico ed elettrodinamico. Tuttavia qui la situazione è diversa. Abbiamo basato la derivazione degli effetti elettromagnetici ed elettrodinamici da quelli magnetici solo sul principio, confermato in generale dall'esperienza, (pag.227), che una corrente esercita esattamente gli stessi effetti (ponderomotori e induttivi) di un doppio strato magnetico con caratteristiche opportune. Da qui però non deriva ancora che corrente e magnete si comportino in genere in modo identico, perchè altrimenti essi dovrebbero, a parità di altre condizioni, subire anche gli stessi effetti. Invece solo relativamente alle forze ponderomotrici si può dedurre dal principio meccanico di azione e reazione un'uguaglianza anche degli effetti passivi (pag.229), mentre per gli effetti induttivi questa identità^(v298) non sussiste assolutamente. Infatti, mentre in una corrente, attraverso forze elettromotrici esterne, vengono prodotte certe variazioni di energia, lo stato interno di un corrispondente magnete permanente (che si può sempre immaginare non conduttore per l'elettricità)^(v299) situato nello stesso posto, rimane completamente invariato secondo l'equazione, da noi stabilita, di conservazione dell'energia.

Questa circostanza viene ben illustrata dal seguente esempio. Immaginiamo un magnete permanente nella forma di un doppio strato uniformemente magnetizzato, e ad esso stabilmente connessa una corrente lineare costante (p.es. idroelettrica)^(v300) che attraversi la linea di confine della superficie magnetica in modo che gli effetti prodotti dal magnete vengano annullati; questo sistema, sia esso in moto o no, non eserciterà nell'intorno alcuna forza, nè ponderomotrice nè inducente. Se ora un altro magnete permanente (o anche una corrente)^(v301) si muove in qualche modo nelle vicinanze, esso si comporterà proprio nello stesso modo come se fosse presente da solo nello spazio: la sua velocità rimane invariata etc. Non avviene così però col nostro sistema composto di magnete e corrente. Mentre nel magnete non cambia nulla, nella corrente vengono prodotti dal moto del magnete esterno degli effetti di induzione, dunque si produce energia molecolare (e precisamente, senza alterare il valore di lavoro di questi effetti, si può supporre la resistenza del circuito così grande che la corrente indotta possa essere trascurata rispetto a quella, costante, già esistente)^(v302). L'energia così prodotta^(v303) però non nasce evidentemente a spese della forza viva del magnete inducente ma a spese dell'energia magnetica U che è dovuta alla presenza di magneti. Se la corrente viene interrotta (e ciò non richiede prestazioni di lavoro), questa energia diventa attività ponderomotrice. Analogamente accade quando al posto del magnete esterno è posta una corrente, solo che qui entra in gioco non l'energia magnetica ma quella elettrocinetica, il potenziale elettrodinamico W preso col segno negativo. Si

vede da qui quanto sia necessario effettuare la separazione fra il comportamento dei magneti permanenti e quello delle correnti ad essi equivalenti.

[L'applicazione effettuata precedentemente del principio di conservazione dell'energia alle interazioni tra magneti e correnti, si basa solamente su dati di fatto dell'esperienza; essa è in particolare, ed a ciò diamo specialmente importanza, indipendente da ogni particolare interpretazione sulla natura del magnetismo. Se però ci colleghiamo all'ipotesi, a priori molto plausibile, di Ampère, che i magneti non siano altro che sistemi di correnti molecolari orientate in modo adeguato, l'applicazione del principio dell'energia subisce una modificazione essenziale. Tutti gli effetti magnetici ed elettromagnetici diventano allora elettrodinamici e devono essere trattati come tali. C'è ancora un potenziale elettrodinamico la cui grandezza è: $(U + V + W)$, e, corrispondentemente, una sola energia elettrocinetica che è uguale ed opposta al potenziale. Inoltre l'energia interna di un magnete permanente non è più costante bensì - e per andare al di là di questa conclusione non può esser d'aiuto alcuna ipotesi sulla natura delle correnti molecolari - essa varia in modo finito con una variazione finita nel campo magnetico in cui esso si trova. Come si debba immaginare in particolare questa variabilità è un problema che non ci riguarda qui, dove abbiamo a che fare solo con i risultati diretti dell'esperienza e ai quali si può dare risposta solo in connessione con problemi più generali da trattare brevemente più avanti.]^(v304)

Come nell'interazione tra correnti lineari non diramate e magneti permanenti, le leggi di Ampère e di F. Neumann si possono prendere con successo ugualmente soddisfacente per l'applicazione del principio dell'energia nel caso più generale di conduttori materiali estesi (chiusi)^(v305) quanti si vogliano corpi magnetizzabili, solo si deve ancora distinguere, come per gli effetti puramente magnetici (pag. 225), tra l'energia magnetica U e il potenziale magnetico P ; per il resto i principi esposti mantengono totalmente il loro significato.

Ancora una considerazione particolare richiedono gli effetti determinati dalla presenza di contatti nei conduttori materialmente estesi, perchè essi svolgono un ruolo interessante nello sviluppo storico della teoria degli effetti di corrente. Abbiamo già sopra richiamato particolarmente l'attenzione (pag. 230) sul fatto che il lavoro ponderomotore compiuto da correnti e magneti, per qualsiasi variazione del campo elettromagnetico, viene misurato non tanto dall'effettiva diminuzione temporale completa del potenziale complessivo magnetico, elettromagnetico ed elettrodinamico $U + V + W$, bensì dalla diminuzione parziale di questa grandezza, che viene provocata dai moti dei corpi supposte invariabili intensità di corrente e magnetizzazione. Ora, quando conduttori materialmente estesi che possono anche subire deformazioni meccaniche o sono collegati da contatti, si muovono nel campo, si deve intendere l'invariabilità delle intensità di corrente col fatto che in ogni particella materiale l'intensità di corrente rimane la stessa; perciò le linee di corrente nel moto si possono piegare o stirare (per deformazione o nei punti di contatto)^(v306) ma non possono essere spezzate. Infatti in ogni caso, arbitrariamente dato, si può pensare la variazione temporale completa del potenziale come composta da due variazioni parziali successive che corrispondono ai due processi seguenti: 1) le parti materiali di conduttore passano nella nuova posizione mentre le linee di corrente in esse rimangono inalterate; 2) le linee e l'intensità di corrente, mentre i conduttori restano in quiete, assumono misura e direzione determinate dalla nuova configurazione. Solo la prima variazione parziale viene presa in considerazione nel calcolo del lavoro ponderomotore. Utilizzando questa norma si giunge sempre a risultati esatti, perchè tutte le obiezioni che sono state sollevate contro questa affermazione (espressa nella forma precedente, generalizzata per la prima volta da Helmholtz⁽¹⁷²⁾) si basano su

un'ingiustificata confusione fra la variazione parziale del potenziale, che è stata descritta, con quella completa (che per certe rotazioni elettrodinamiche è uguale a zero).

Pensiamo p.es. al caso semplice in cui un conduttore lineare L scorre con uno dei suoi estremi lungo la superficie di un corpo conduttore K (p.es. mercurio). La corrente che può scorrere verso K attraverso L, all'uscita da L si allarga da ogni parte attraverso K. Il lavoro ponderomotore, compiuto nel movimento supposto, si trova considerando uno spostamento infinitesimo del conduttore lungo la superficie conduttrice, p.es. dal punto A della superficie ad un punto B adiacente, e calcolando quella variazione (parziale) del potenziale totale della corrente rispetto a se stessa, che si ottiene supponendo costante l'intensità di corrente in tutte le parti del conduttore. Allora la corrente non deve essere immaginata, a spostamento iniziato, come se fluisse direttamente da L attraverso B verso K, bensì da L attraverso B dapprima lineare verso A e da qui nello stesso modo di prima attraverso K. Qui mettiamo in particolare risalto ancora il fatto che nell'espressione del potenziale, come sempre negli autopotenziali, ogni combinazione di due elementi di corrente compare solo una volta (cfr. l'espressione generale del lavoro ponderomotore a pag. 230).

In modo del tutto analogo, anche se un po' più intricato, si delinea l'applicazione del principio di induzione di F. Neumann al caso presente. Nel calcolo della variazione temporale del potenziale di tutte le correnti (e magneti)^(v307) in un circuito attraversato dalla corrente 1, si deve distinguere esattamente tra la variazione delle correnti (e magneti)^(v307) che agiscono induttivamente, e le variazioni di conduzione del circuito in cui viene indotta una forza elettromotrice. Per i primi si deve sempre tener conto della variazione reale completa delle intensità di corrente (indipendentemente dalla presenza o meno di contatti striscianti)^(v308) e delle magnetizzazioni, negli ultimi, invece, si deve pensare la corrente 1 scorrere sempre nello stesso modo descritto prima, cioè in modo che le linee di corrente mantengano la loro disposizione nelle particelle conduttrici materiali, anche al sopraggiungere di deformazioni, e non possano essere interrotte nemmeno ai punti di contatto.

Quindi, p.es., per trovare l'autoinduzione della corrente, considerata in precedenza, che fluisce attraverso il conduttore lineare L nel conduttore materiale K, lungo la cui superficie scorre L, si deve dapprima formare il potenziale (al tempo t) della corrente L - A - K^(v309) rispetto al circuito stesso L - A - K pensato attraversato dalla corrente unitaria^(v310) e sottrarre questa espressione dal potenziale (al tempo t + dt) della corrente, completamente diversa, che scorre con la sua nuova intensità $i + di/dt$ attraverso L e si diffonde dal nuovo punto di contatto B direttamente nel conduttore K, rispetto al circuito L - B - A - K, pensato attraversato dalla corrente 1, dove le linee di corrente in K sono situate esattamente come al tempo t. Dividendo la differenza trovata per dt si ottiene la forza elettromotrice indotta. Qui naturalmente non si ha a che fare con un autopotenziale; infatti ogni combinazione di due elementi compare due volte, secondo che uno di essi venga pensato attraversato dalla corrente i, o rispettivamente $i + di/dt$, o dalla corrente 1. (Cfr. pag. 231)^(v311) Solo osservando la regola indicata, il principio di induzione di Neumann conduce sempre a risultati esatti anche per conduttori materiali.

Nella rotazione elettrodinamica uniforme, l'intensità di corrente i e l'energia elettrocinetica sono costanti; infatti si trova facilmente che il lavoro ponderomotore è uguale al valore di lavoro delle azioni elettromotrici, cioè che il lavoro necessario al mantenimento della rotazione (superamento delle resistenze di attrito) viene fornito dall'energia molecolare dei conduttori. Anche fenomeni^(v312) dell'induzione

magnetoelettrica (inclusala cosiddetta induzione unipolare) trovano la loro diretta spiegazione nel modo indicato. Veramente rimane con ciò del tutto aperto il problema delle forze ponderomotrici od elettromotrici agenti nelle singole parti del conduttore⁽¹⁷³⁾. In tal modo, la teoria di Ampère -Neumann sulle interazioni fra correnti chiuse e magnetici si para dinnanzi come un sistema completo, intimamente connesso tramite il principio dell'energia, e che forma la solida base per ulteriori ricerche, resa sicura dai risultati di numerosi esperimenti. Viene lasciato al gusto personale la volontà di pensare se gli effetti dei singoli elementi di corrente avvengano secondo la legge elementare di Ampère o quella di Grassmann⁽¹⁷⁴⁾, oppure anche secondo la legge del potenziale di Helmholtz.

Questa teoria mostra un intrinseco difetto⁽¹⁷⁵⁾ soltanto quando si lascia cadere un'ipotesi da noi fatta all'inizio (pag. 228), cioè quella che la velocità delle variazioni del campo elettromagnetico risulti trascurabile rispetto alla velocità critica. In questo caso si evidenziano certi fenomeni che si devono interpretare come manifestazioni del fatto che gli effetti elettromagnetici richiedono tempo per la loro propagazione.

È significativo il fatto che finora tutte le teorie stabilite sull'essenza dell'elettricità, per quanto si distinguano sostanzialmente per origine e per corso di idee - anche quelle che derivano dall'ipotesi di un'azione diretta a distanza - sono pervenute, nel loro successivo sviluppo, a quest'unico e stesso punto. Già Gauss⁽¹⁷⁶⁾ considerava come “chiave di volta” dell'elettrodinamica la derivazione delle forze prodotte dal moto delle cariche elettriche da un'azione che si propagava non istantaneamente ma con velocità finita, e giustificava il fallimento dei suoi sforzi, rivolti in questo senso, addirittura come il motivo per cui egli riteneva la legge elettrica fondamentale, da lui stabilita, non ancora matura per il pubblico. B.Riemann⁽¹⁷⁷⁾ perseguì idee analoghe e C. Neumann⁽¹⁷⁸⁾ riuscì in modo eccellente a ricondurre la legge fondamentale di Weber all'ipotesi che il solito potenziale elettrostatico si propaga uniformemente da ogni parte con una determinata velocità, e che questa propagazione è l'unica causa per cui le forze elettriche sembrano dipendere anche dalle velocità ed accelerazioni delle particelle elettriche agenti.

Ci si chiede però, ora, se una tale interpretazione sia ancora del tutto compatibile con l'ipotesi di un'azione immediata a distanza, o se invece l'ipotesi di una velocità di propagazione finita degli effetti elettrici non costringa, con Faraday, Maxwell e molti altri fisici, ad ammettere una variazione del mezzo intermedio che accompagna e fa da intermediario alla propagazione. Infatti lo stato di un sistema elettrico non può dipendere esplicitamente dal tempo ma solo da variazioni fisiche subite dalle parti materiali del sistema (etere compreso) nell'istante considerato. Anche la legge fondamentale di Clausius⁽¹⁷⁹⁾, che si ricava senza considerare la presenza di un mezzo intermedio, non può fare a meno di esso perchè non è affatto pensabile fisicamente una velocità realmente “assoluta”.

Se ora viene già riconosciuta l'essenziale importanza del mezzo intermedio per la realizzazione degli effetti elettromagnetici, è ovvia l'idea di abbandonare la pura azione a distanza e trasferire al mezzo intermedio la completa intermediazione di quegli effetti o, in altre parole - seguendo un'espressione di C. Neumann - ricondurre le azioni “telescopiche” a quelle “microscopiche”.

Di fronte a questa questione di principio devono, secondo il mio parere, arretrare tutte le altre, come quella se si debbano distinguere due tipi diversi di cariche o no, se esistano correnti non chiuse e, se sì, come si possano allora dedurre le interazioni fra due elementi di corrente dalle interazioni fra correnti chiuse, inoltre come si debbano immaginare le correnti molecolari nei magneti, infine quale sia la legge fondamentale degli effetti elettrici, etc. Infatti, secondo la risposta al problema principale, la serie

delle interpretazioni, e perciò il corso della ricerca, viene condotta su binari completamente diversi, e ciò comporta addirittura un eventuale sovvertimento formale di tutte le nostre concezioni, tramandate da Newton e divenute poi abituali, sull'essenza delle forze attive in natura. Infatti anche se noi, secondo il procedimento tipico di Newton, consideriamo come dato solo il fenomeno, e lasciamo completamente intatto il problema dei processi che eventualmente possono svolgersi in qualche luogo, ma che per il momento si sottraggono all'osservazione, allora la nostra attuale concezione della natura viene in lungo e in largo pervasa e dominata dall'azione diretta a distanza, nell'universo cosmico come in quello molecolare; cioè crediamo che fra le stelle, fra gli atomi non avvenga nient'altro che quello che sta in un rapporto necessariamente determinante con i moti di questi corpi, interpretazione che trova fondamento nel fatto che noi in effetti non riusciamo a rilevare processi del genere nel moto delle stelle, mentre per gli atomi essa si basa solo su una deduzione per analogia.

E tuttavia: se si dovesse finalmente riuscire - e ciò è attualmente molto probabile - a ricondurre la totalità dei fenomeni elettrici a forze che agiscono solo a distanze infinitesime, non si può dubitare del fatto che dovremo abituarci a considerare dallo stesso punto di vista gli effetti della gravitazione, che però seguono leggi tanto più semplici e, di conseguenza, anche i fenomeni chimici, giacchè la semplificazione che la nuova concezione porta in tutte le nostre rappresentazioni della natura non può essere facilmente apprezzata a sufficienza, come noi in seguito ci sforzeremo ancora di esporre più in dettaglio. In questo compito, il disagio di rinunciare ad un insieme di idee radicate da ormai lungo tempo non potrà cambiare nulla; infatti, per quanto faticoso lavoro sia occorso in molti secoli per far divenire viva consuetudine l'idea di un'azione immediata a distanza, altrettanto bene si deve riuscire a sradicare questa abitudine, una volta che sia stato veramente accertato che quell'idea abbia assolto al suo compito.

Senza pregiudicare questa questione fondamentale con decisioni definitive troppo avventate, a conclusione delle nostre ricerche vogliamo ancora evidenziare le principali conseguenze che scaturiscono dal generale impiego della nuova teoria attraverso l'applicazione del principio di conservazione dell'energia. In mancanza di un nome breve, calzante per questa teoria, mi permetterò in seguito di indicarla come teoria infinitesimale.

Anzitutto è importante sottolineare che le due opposte teorie non possono essere in alcun modo considerate coordinate, ma che la teoria dell'azione a distanza si dimostra come la più generale, proprio come una grandezza finita ne contiene in sé una infinitesima come caso particolare. Infatti, secondo la teoria infinitesimale, le forze che agiscono sulle parti di un corpo dipendono solo dal suo stato, invece, secondo l'altra teoria, anche da tutti i corpiche riempiono l'intero universo; questa circostanza costituisce anche il motivo per il quale, nella nostra precedente descrizione e formulazione, ci siamo attenuti maggiormente all'idea generale dell'azione a distanza. Se dunque la teoria infinitesimale viene confermata, allora contemporaneamente viene dimostrata una nuova legge generale della natura, precisamente la legge che tutte le variazioni che avvengono in e su un elemento materiale sono completamente determinate dai processi istantanei all'interno e sul confine dell'elemento. Si capisce che questa affermazione penetra profondamente nell'essenza e nel modo di agire di tutte le forze della natura.

Perciò ora anche il concetto di energia ottiene un significato molto più semplice, collegandosi ancora più strettamente il comportamento dell'energia a quello della materia. La quantità di materia nel mondo non può essere aumentata nè diminuita ma, cosa più significativa, neanche la materia può sparire da un luogo per riapparire

contemporaneamente in un altro a distanza finita, piuttosto essa può cambiare posto continuamente nel tempo. La quantità di materia che si trova in uno spazio chiuso può cambiare solo mediante l'entrata o l'uscita di materia attraverso la superficie limite dello spazio, e l'entità della variazione è misurata proprio dal quantum⁽ⁿ¹¹⁾ che passa attraverso la superficie.

Con l'energia le cose stanno diversamente finchè viene mantenuta la teoria dell'azione a distanza. Invero la somma delle energie resta invariata in natura, però l'energia può passare improvvisamente da un corpo ad un altro a distanza finita, un pianeta può trasferire direttamente la sua forza viva ad un altro, un magnete con l'energia del suo moto produce istantaneamente calore in un circuito di corrente indotta etc.. Secondo la teoria infinitesimale, invece, l'energia, come la materia, può solo cambiare posto continuamente nel tempo. L'energia che si trova in uno spazio chiuso può essere aumentata o diminuita solo attraverso quegli effetti esterni che sono procurati da processi fisici che avvengono alle superfici limite dello spazio, quindi si può parlare anche qui di un passaggio di energia attraverso questa superficie. Allora l'energia di un sistema materiale può essere sempre decomposta in elementi, ciascuno dei quali spetta ad un unico elemento materiale determinato e trova in esso la sua localizzazione (mentre p.es. l'energia potenziale di due corpi agenti l'uno sull'altro a distanza appare sempre e solo come un tutto indivisibile). Perciò se diversi sistemi materiali sono raggruppati in uno solo, allora l'energia del sistema complessivo è uguale alla somma delle energie dei singoli sistemi, affermazione che è peculiare della teoria infinitesimale. (Cfr. pag. 123)

In questa grandiosa semplificazione della concezione della natura, offerta dalla teoria infinitesimale, si raccomanda sempre più pressantemente alla ricerca fisica di verificare in modo approfondito la legittimità di questa teoria, scoprendo fin nei dettagli le sue conseguenze, perchè solo così si raggiunge il mezzo per confermarla o per confutarla. Ed invero è chiaramente della massima importanza anzitutto separare completamente l'essenza di questa teoria da tutte le ipotesi sulle quali il concettosi sostiene e che però non hanno nulla a che fare con la teoria in sè e per sè. Le difficoltà che possono in tal caso sorgere nella nostra immaginazione non vengono affatto considerate; p.es. il fatto che l'etere non si comporti come uno dei corpi solidi, fluidi o gassosi conosciuti, è una circostanza che non procura la minima difficoltà alla teoria infinitesimale. Potremo col tempo abituarci al modo specifico di agire dell'etere così come alle proprietà che qualsiasi altro corpo mostra e che presto verranno incluse nella serie dei fenomeni a noi familiari per molteplice esperienza.

Tuttavia non si può negare il fatto che, attraverso l'assunzione di una sostanza^(v313) particolare così essenzialmente diversa da tutte quelle conosciute, non si favorisce quella descrizione della natura, la più semplice possibile, alla quale aspiriamo; non dimeno proprio la semplificazione garantita in tutto il regno della natura dall'applicazione unitaria della teoria infinitesimale deve essere valutata infinitamente superiore allo svantaggio che deriva dall'introduzione di una nuova sostanza, la quale d'altronde è indispensabile nella teoria della luce, e già ivi assume una posizione del tutto eccezionale nella serie dei corpi solidi per il suo alto grado di elasticità e la sua minima densità. In ogni caso la decisione definitiva su questo problema deve essere classificata come una delle conquiste più preziose che si prospettano nella ricerca scientifica per i prossimi tempi.

Infine vorrei qui far presente ancora una notevole analogia. Si credeva una volta che tutti gli eventi in natura, sia immateriali che fisici, trovassero fondamento ed adeguata spiegazione non solo nel concorso contemporaneo di circostanze bensì che in generale sia il passato che il futuro (teleologia), contribuendo direttamente,

intervenissero nel corso delle cose, e così influissero sulla legge di causalità. La moderna scienza della natura - e su questo si basa proprio il considerevole vantaggio che essa ha rispetto agli antichi - ha distrutto questa credenza, e suppone che in definitiva lo stato attuale, ossia ciò che avviene proprio istantaneamente in tutto il mondo, formi la causa completamente determinante di ciò che avverrà il momento successivo, che dunque nell'ininterrotta catena di variazioni ogni termine sia condizionato autonomamente e in tutta la sua estensione da ciò che direttamente lo precede. In altre parole: riguardo agli effetti temporali la teoria infinitesimale ha raggiunto riconoscimento radicale. Dovrebbe essere riservato ai prossimi decenni realizzare la stessa cosa per gli effetti spaziali, mostrando che non esiste un influsso diretto a distanza spaziale nè a distanza temporale, bensì che tutti gli effetti spaziali, come quelli temporali, appaiono in definitiva composti da quegli effetti che si diffondono da elemento a elemento. Allora ogni fenomeno trova la sua completa spiegazione nelle condizioni immediatamente adiacenti nello spazio e nel tempo e tutti i processi finiti si compongono di effetti infinitesimi. Questo secondo passo mi sembra di poterlo allineare con piena parità di diritti al primo, al quale dobbiamo in misura così spiccata i risultati dell'odierna scienza della natura, e siamo autorizzati ad aspettarci che anch'esso si dimostrerà di importanza altrettanto vasta anche per il successivo sviluppo della scienza.

INDICE

CAP. 1. Evoluzione storica.....	1- 93
CAP. 2. Formulazione e dimostrazione del principio.....	94-145
CAP. 3. Diversi tipi di energia.....	146-250
1. Energia meccanica.....	149-191
2. Energia termica e chimica.....	192-204
3. Energia elettrica e magnetica.....	204-250

Note presenti nella I edizione

PREFAZIONE

- 1) A parte una nuova annotazione aggiunta alla fine del terzo capitolo.

CAP. I

- 2) Contrariamente al suo significato letterale, l'espressione Perpetuum mobile viene usata abitualmente non nel senso del moto continuo ma di continua prestazione di lavoro.
- 3) Cfr. E. Mach: Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt, Lipsia 1883, p. 24. E. Dühring: Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik, Berlin 1873, p.61.
- 4) S. Stevinus: Hypomnemata mathematica, trad. dal francese da Girard. Leida 1634, p.448.
- 5) Joh. Bernoulli: Opera, 1742, T.III.
- 6) C. Huygens: Horologium oscillatorium, Parigi, 1673.
- 7) G.W. Leibniz: Acta Erud. Lipsia 1695.
- 8) Coriolis: Calcul de l'effet de machines, Parigi 1829.
- 9) M. Zwerger: Die lebendige Kraft und ihr Maass. Ein Beitrag zur Geschichte der Physik. Monaco 1885.
- 10) I. Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica. Opera, ed. S. Horsley. Vol. II Londra 1779, p.28 s.
- 11) I. Newton: Opera, ed. S. Horsley. Vol IV Londra 1782, p. 258.
- 12) Joh. Bernoulli: Opera, 1742, T. III, p. 239.
- 13) Joh. Bernoulli: Opera, Losanna e Ginevra 1742, T. III, p.243.
- 14) Poncelet: Cours de mécanique appliquée aux machines. Metz 1826.
- 15) Dan. Bernoulli: Hydrodynamica, 1738. Confronta inoltre: Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général. Histoire de l'Académie de Berlin, 1748, p. 356.

- 16) Il sig. Hagenbach in una conferenza sui contributi di Joh. e Dan. Bernoulli al principio di conservazione dell'energia (Verh. d. naturf. Ges. zu Basel, Th. VII, 1884, p.24 e p. 28) mette ripetutamente in evidenza che già Joh. Bernoulli aveva dato il nome di “energia” al concetto di lavoro. Io invece non sono riuscito a trovare conferma di questa osservazione, nonostante uno scrupoloso esame di tutti gli scritti di Bernoulli (Opera, 1742); l'unica volta in cui mi ibattei nella parola energie (T. III, p. 45), essa viene usata in tutt'altro senso.^(a2)
- 17) Th. Young: A course of lectures on natural philosophy. Londra 1807. Vol. I. Lect. VIII, p. 75. Oncollision.
- 18) Hist. de l'Acad. Roy. des Sciences. 1775. p.61 e 65. H. v. Helmholtz: Vorträge und Reden. Braunschweig 1884. I. p. 64.
- 19) S. Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu, et sur les machines propres à développer cette puissance. Parigi 1824. Ristampa: Ann. de l'école norm. (2) I. p. 393, 1872.
- 20) Clapeyron: Mémoire sur la puissance motrice du feu. Journ. de l'école polytechnique, T. XIV, p. 170, 1834. Pogg. Ann. 59, p. 446 e 566, 1843.
- 21) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I. Lipsia 1882, p.33
- 22) H. Carnot: Lettre, Compt. Rend. 87, p. 967, 1878.
- 23) W. Thomson: On an absolute thermometric scale founded on Carnot's theory of the motive power of heat, and calculated from Regnault's observations. Phil. Mag. (3) 33, p.313, 1848.
- 24) Clapeyron: Mémoire sur la puissance motrice du feu. Journ. de l'école polytechnique. T. XIV, p. 170, 1834. Pogg. Ann. 59, p. 446 e 566, 1843.
- 25) W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. Transact. of the Roy Soc. of Edinburgh. vol. XVI, p. 541, 1849.
- 26) Rumford: An inquiry concerning the source of the heat which is excited by friction. Trans. of the Roy. Soc. Londra 1798, 25 gen.
- 27) H. Davy: An essay on heat, light and the combinations of light, in Beddoe's Contributions to physical and medical knowledge, Bristol 1799. Works vol. II, Londra 1836, p. 11.
- 28) Séguin aîné: Etude sur l'influence des chemins de fer. Parigi 1839, p. 378. Cfr. Compt. Rend. XXV, p. 420, 1847.
- 29) Roget: Treatise on galvanism, 1829, p.113 (Library of useful knowledge.)
- 30) M. Faraday: Exp. Researches. Phil. Trans. Londra parte I, p.93, 1840. Pogg. Ann. 53, p.548, 1841.

- 31) H. Hess: Thermochemische Untersuchungen. Pogg. Ann. 50, p. 392,1840.
- 32) K. Fr. Mohr: Über die Natur der Wärme. Zeitschr. f. Physik v. Baumgartner, V, p. 419, 1837. Ann. d. Pharmacie 24, p. 141,1837.
- 33) J. R. Mayer: Die Mechanik der Wärme, Stoccarda 1867, 2a edizione ampliata, Stoccarda 1874.
- 34) J. R. Mayer: Lieb. Ann. 42, p. 233, 1842. Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. Phil. Mag. (3) 24, p. 371,1844.
- 35) Mayer: Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhang mit dem Stoffwechsel, 1845 (Mechanik d. Wärme, Stoccarda 1874).
- 36) Mayer: Beiträge zur Dynamik des Himmels, 1848. (Mech. d. W., Stoccarda 1874).
- 37) Mayer: Bemerkungen über das mechanische Äquivalent der Wärme, Heilbronn 1850. (Mech. d. W. 1867, p.237.)
- 38) J. Tyndall: On force. Proc. of Roy. Inst. 6 giugno 1862. Phil. Mag. (4) 24, p. 57,1862.
- 39) H. v. Helmholtz: Robert Mayer's Priorität. Vorträge und Reden, I, Braunsch. 1884, p.60.
R. Clausius: Über das Bekanntwerden der Schriften Robert Mayer's. Wied. Ann. 8, Appendice, 1879.
- 40) J. P. Joule: on the heat evolved during the electrolysis of water. Mem. of the liter. and phil. soc. of Manchester. (2) vol. VII, 1846, p. 87 e 96.
- 41) J. P. Joule: On the heat evolved by metallic conductors of electricity and in the cells of a battery during electrolysis. Phil. Mag. (3) 19, p. 260,1841. J. P. Joule: On the electric origin of the heat of combustion. Phil. Mag. (3) 20, p. 98,1842
- 42) E. Becquerel: Des lois du dégagement de la chaleur pendant le passage des courants électriques à travers les corps solides et liquides. Compt. Rend. t. 16, p.724, 1843.
- 43) Op. cit. p. 96 e 104.
- 44) Joule: On the calorific effects of magneto - electricity and on the mechanical value of heat. Phil. Mag. (3) 23, p. 263, 347, 435, 1843.
- 45) A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. naturv. og math. afh. (5) II, 1843, p. 121,167. On the history of the principle of the conservation of energy, Phil. Mag. (4) 27, p.56, 1864.
- 46) C. Holtzmann: Über die Wärme und Elasticität der Gase u. Dämpfe. Mannheim

1845. Estratto in Pogg. Ann. Suppl. II, p. 183,1848.
- 47) C. Holtzmann: Über die bewegende Kraft der Wärme. Pogg. Ann. 82, p. 445,1851.
- R. Clausius: Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn C. Holtzmann. Pogg. Ann. 83, p. 118, 1851.
- 48) Joule: On the changes of temperature produced by the rarefaction and condensation of air. Phil. mag. (3) 26, p. 369, 1845.
- 49) Joule: On the existence of an equivalent relation between heat and the ordinary forms of mechanical power. Phil. Mag. (3) 27, p. 205, 1845.
- 50) Scoresby and Joule: Experiments and observations on the mechanical powers of electro - magnetism, steam and horses. Phil. Mag. (3) 28, p. 448,1846.
- 51) Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31,1846.
- F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducierter elektrischer Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1847. G. Reimer 1848.
- 52) J. Liebig: Über die tierische Wärme. Lieb. Ann. 53, p. 63, 1845.
- 54) H. Helmholtz: Fortschr. d. Phys. anno 1845, p.346, Berlino 1847. Wiss. Abh. I. p. 8.
- 55) Zurger: Die lebendige Kraft und ihr Maass. Ein Beitrag zur Geschichte der Physik. Monaco 1885.
- 56) H. Helmholtz: Über die Erhaltung der Kraft. Berlino, Reimer 1847. Wiss. Abh. I p. 12.
- 57) R. Clausius: Über einige Stellen in der Schrift von Helmholtz über die Erhaltung der Kraft. Pogg. Ann. 89, p. 568, 1853.
- 58) H. Helmholtz: Erwiderung auf die Bemerkungen von Hrn. Clausius. Pogg. Ann. 91, p. 241, 1854. Wiss. Abh. I p. 76.
- 59) H. Helmholtz: Über die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducierten elektrischen Ströme. Pogg. Ann. 83, p.505, 1851. Wiss. Abh. I p. 429.
- 60) R. Clausius: Über eininge Stellen d. Schrift v. Helmh. ub. d. Erh. d. Kr. Secondo appunto, Pogg. Ann. 91, p.601, 1854.
- 61) Joule: on the mechanical equivalent of heat as determined by the heat evolved by the friction of fluids. Phil. Mag. (3) 31, p. 173, 1847. Pogg. Ann. 73, p. 479,

1848.

- 62) Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion émise par M. Joule, sur l'identité du mouvement et du calorique. Compt. Rendus 25, p. 420, 1847.
- 63) W. Grove: Résumé de quelques leçons sur les rapports des divers agents ou forces physiques. L'Institut Nr. 750-753, 1848.
- 64) W. Grove: The correlation of physical forces. 3a Ed. 1855.
- 65) W. Grove: Die Verwandtschaft der Naturkräfte, trad. ted. di E. v. Russdorf, Berlino 1863, id. di Schaper, Braunschweig 1871.
- 66) E. Mach: Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Praga 1872. Calve.
- 67) R. Mayer: Sur la transformation de la force vive en chaleur et réciproquement. Compt. Rend. 27, p. 385, 1848 etc.
- 68) Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion émise par M. Joule, sur l'identité du mouvement et du calorique. Compt. Rend. 25, p. 420, 1847.
- 69) A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. naturv. of math. afh. (5) II, 1843 p.121, 167. On the history of the principle of the conservation of energy, Phyl. Mag. (4) 27, p. 56, 1864.
- 70) W. Thomson: Report of the 18. Meeting of the British Association for the adv. of sc. Notices and abstr. of communic. p. 9, 1848. On the theory of electromagnetic induction.
- 71) W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. Transact. of the Roy. Soc. of Edinburgh, Vol. XVI p. 541, 1849
- 72) J. Thomson: Theoretical considerations on the effect of pressure in lowering the freezing-point of water. Trans. Roy. Soc. Edinburg XVI, p. 575, 1849.
- 73) W. Thomson: The effect of pressure in lowering the freezing-point of water experimentally demonstrated. Phil. Mag. (3) 37, p. 123, 1850. Pogg. Ann. 81, p. 163, 1850.
- 74) J. P. Joule: On the mechanical equivalent of heat. Phil. Trans. Londra 1850, p.61.
- 75) Clausius: Über die Veränderungen, welche in den bisher gebräuchlichen Formeln für das Gleichgewicht und die Bewegung elastischer fester Körper durch neuere Beobachtungen notwendig geworden sind. Pogg. Ann. 76, p. 46, 1849.
- 76) Clausius: Über die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen. Pogg. Ann. 79, p. 368, 500, 1850. Cfr. anche: R. Clausius, Abhandl. Üb. d. mechanische Wärmetheorie. I. Ed. Braunsch. 1864, II ed. inv.

Braunschw. 1876.

- 77) R. Clausius: Abh. üb. d. mech. W. I ed. I. p. 281, 1864, II ed. I. p.33, 1876.
- 78) W. J. M. Rankine: Über die mechanische Theorie der Wärme, Pogg. Ann. 81, p. 172, 1850. (Lettera.) Phil. Mag. (4) 2, p.61, 1851. On the centrifugal theory of elasticity, as applied to gases and vapours. Phil. Mag. (4) 2, p. 509,1851.
- 79) Buys-Ballot: Schets eener physiologie van het onbe-werktuigde ryk der natuur. Utrecht 1849.
- 80) L. Wilhelmy: Versuch einer mathematisch - physikalischen Wärmetheorie. Heidelberg 1851.
- 81) M. Rankine: On the mechanical action of heat. Trans. Roy. Soc. Edinburgh. (letto 4 febbraio 1850) vol. XX p. 147, 191, 195, 205, 425, 441, 565, 1853.
- 82) W. Thomson: On the mechanical theory of electrolysis. Phil. Mag. (4) 2, p. 429, 1851.
- 83) W. Thomson: Applications of the principle of mechanical effect to the measurement of electro - motive forces and of galvanic resistances in absolute units. Phil. Mag. (4) 2, p. 551, 1851.
- 84) W. Weber: Electrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Abh. d. Leipz. Akad. I. p. 197. Pogg. Ann. 82, p. 337,1851.
- 85) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. Londra 1834 Apr. §919.
- 86) J. P. Joule: Some remarks on heat and the constitution of elastic fluids. Mem. of the Phil. Soc. of Manchester (letto 3 ott. 1848) (2) vol. IX p. 107, 1851, Phil. Mag. (4) 14, p. 211,1857.
- 87) Daniel Bernoulli's Ansicht Über die Constitution der Gase. Pogg. Ann. 107, p. 490,1859.
- 88) Herapath: On the dynamical theory of airs. Athen. 1, p. 622, 1860.
- 89) J. J. Waterston: On a general theory of gases. Rep. of the 21. Meeting of the Brit. Ass. 1851, Notices and abstracts p. 6.
- 90) W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Phil. Mag. (4), 4, p. 8,105,168, 424,1852.
- 91) W. Thomson: On the quantities of mechanical energy contained in a fluid mass, in different states, as to temperature and density. Phil. Trans. Edinburgh (letto 3 dic. 1851) vol. XX p. 475,1853. Phil. Mag. (4) 3, p. 529,1852; piu dettagliatamente Phil. Mag. (4) 9, p. 523, 1855.

- 92) W. Thomson: On the mechanical action of radiant heat or light; on the power of animated creatures over matter on the sources available to man for the production of mechanical effect. *Phil. Mag.* (4) 4, p. 256, 1852.
- 93) J. J. Waterston: On the dynamical sequences in kosmos. Athen. 1853, p.1099.
- 94) J. Power: Theory of the reciprocal action between the solar rays and the different media by which they are reflected, refracted or absorbed. *Phil. Mag.* (4) 6, p. 218, 1853.
- 95) W. Thomson: On a mechanical theory of thermoelectric currents. *Phil. Mag.* (4) 3, p. 529, 1852). *Proc. of Edinb. Soc.* III, p. 91,1852.
- 96) Cumming: *Phil. Trans.* Cambridge 1823, p. 61.
- 97) W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Thermoelectric currents. *Phil. Mag.* (4) 11, p. 214, 281, 379, 433,1856. *Inoltre* 8, p. 62, 1854.
- W. Thomson: On the electrodynamic properties of metals. *Phil. Trans.* Londra 1856, p. 649.
- 98) W. Thomson: On transient electric currents. *Phil. Mag.* (4) 5, p. 393,1853.
- 99) M. Faraday: *Exp. Res.* *Phil. Trans.* Londra 1835, p. 50, §1096.
- 100) M. Rankine: Mechanical theory of heat. Specific heat of air. *Phil. Mag.* (4) 5, p. 437,1853. M. Rankine: On the application of the law of the conservation of energy to the determination of the magnetic meridian on board ship. *Phil. Mag.* (4) 6, p. 140, 1853.
- 101) M. Rankine: On the general law of the transformation of energy. *Phil. Mag.* (4) 5, p.106, 1853.
- 102) *Fortschr. d. Phys.* anno 1853, Berlino 1856, p. 407.
- 103) Cfr. anche Rankine: *Outlines of the science of energetics.* *Edinb. Journ.* (2) II, p. 120, 1855.
- 104) J.P. Joule: On the heat disengaged in chemical combinations. *Phil. Mag.* (4) 3, p. 481,1852.
- 105) W. Hopkins: Dynamical theory of heat. *Rep. of Brit. Ass.* 23. Meeting Hull. 1853, p. XLV.
- 106) R. Clausius: Über das mechanische Äquivalent einer elektrischen Entladung und die dabei stattfindende Erwärmung des Leitungsdrahtes. *Pogg. Ann.* 86, p. 337, 1852.
- 107) R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter getane Arbeit und erzeugte Wärme. *Pogg. Ann.* 87, p. 415, 1852.

- 108) R. Clausius: Über die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die thermoelektrischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 90, p. 513, 1853.
- 109) Hermite: Théorie et description d'une machine à courants électriques. Compt. rend. 39, p. 1200, 1854.
- 110) V. Regnault: Recherches sur les chaleurs spécifiques des fluides élastiques. Compt. Rend. 36, p. 676, 1853.
- 111) H. Helmholtz: Über die Wechselwirkung der Naturkräfte. Königsb. 1854, Vortr. und Reden I p. 25.
- 112) W. Thomson: Memoire sur l'énergie mécanique du système solaire. Compt. Rend. 39, p. 682, 1854.
- 113) W. Thomson: Note sur la densité possible du milieu lumineux et sur la puissance mécanique d'un mille cube de lumière solaire. Compt. Rend. 39, p. 529, 1854.
- 114) L. Soret: Sur l'équivalence du travail mécanique et de la chaleur. Arch. d. scienc. phys. et nat. 26, p. 33, 1854.
- 115) G. A. Hirn: Recherches expérimentales sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur. 1855. Fortschr. d. Phys. anno 1855. (Relazione di Clausius)
- G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur présentées à la société de physique de Berlin. Colmar 1858.
- 116) Fortschr. d. Phys. anno 1855, p. XXIII.
- 117) G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur présentées à la société de physique de Berlin. Colmar 1858.
- 118) G. A. Hirn: Equivalent mécanique de la chaleur. Cosmos XVI, p. 313, 1860.
- 119) G. A. Hirn: Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur. Paris et Colmar 1862.
- 120) P. A. Favre: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur. Compt. Rend. 46, p. 337, 1858.
- 121) G. Kirchhoff: Über einen Satz der mechanischen Wärmetheorie und einige Anwendungen desselben. Pogg. Ann. 103, p. 177, (203), 1858.
- 122) C. Person: Recherches sur la chaleur latente de dissolution. Ann. d. chim. et d. phys. (3) 33, p. 448, 1851.
- 123) W. Thomson: on the thermal effect of drawing out a film of liquid. Proc. Roy. Soc. Londra IX, 255, 1858.

- 124) A. Krönig: Grundzüge einer Theorie der Gase. Berlino 1856. Pogg. Ann. 99, p.315, 1856.
- 125) R. Clausius: Über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Pogg. Ann. 100, p. 353,1857.
- 126) W. Thomson: On the mechanical values of distributions of electricity, magnetism and galvanism. Phil. Mag. (4) 7, p. 192, 1854.
- 127) J. H. Koosen: Über die Gesetze der Entwicklung von Wärme und mechanische Kraft durch den Schliessungsdraht der galvanischen Kette. Pogg. Ann. 91, p. 427, 1854.
- 128) J. P. le Roux: Memoire sur les machines magnétoelectriques. Ann. d. Chim. (3) 50, p. 463, 1857.
- 129) P. A. Favre: Recherches sur les courants hydroelectriques. Compt. Rend. 45, p. 56, 1857.
- 130) G. v. Quintus Icilius: Über den numerischen Wert der Konstanten in der Formel für die elektro-dynamische Erwärmung in metalldrähten. Pogg. Ann. 101, p. 69, 1857.
- 131) E. Lenz: Über die Gesetze der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom. Pogg. Ann. 61, p. 18, 1844.
- 132) C. Holtzmann: Die mechanische Arbeit, welche zur Erhaltung eines elektrischen Stromes erforderlich ist. Pogg. Ann. 91, p. 260,1854.
- 133) J. Bosscha: Über das mechanische Äquivalent der Wärme, berechnet aus galvanischen Messungen. Pogg. Ann. 108, p. 162,1859.
- 134) Op. cit. p. 168.
- 135) J. Bosscha: Het behoud van arbeidsvermogen in den galvanischen stroom. Leida 1858, completato da E. Jochmann: Fortschr. d. Phys. anno 1858, p. 351.
- 136) R. Clausius: Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 101, p. 338,1857.
- 137) R. Clausius: op. cit. p. 340.
- 138) Op. cit. p. 357.
- 139) J. Bosscha: Über die mechanische theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 101, p.517, 1857.
- 140) Marié - Davy et Troost: Mém. sur l'emploi de la pile comme moyen de mesure des quantites de chaleur développées dans l'acte des combinaisons chimiques. Ann. d. Chim. (3) 53, p.423, 1858. Inoltre Compt. Rend. 46, p. 936,1858.

- 141) J. Bosscha: Über die mechanische Theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 103, p. 487, 1858, inoltre 105, p. 396, 1858.
- 142) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. Londra 1834 Apr. §919.
- 143) J. Bosscha: Über das Gesetz der galvanischen Wärmeentwicklung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 108, p.312, 1859.
- 144) M. Faraday: on the conservation of force. Phil. Mag. (4), 13, p. 225, 1857; 17, p. 166, 1859 etc. Cfr. M. Rankine: on the phrase "potential energy" and on the definitions of physical quantities. Phil. mag. (4) 33, p. 88, 1867.
- 145) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 66,1882.
- 146) Matteucci: Bibl. univ. Genève Suppl. Nr. 16, 1847, p. 375.
- 147) L. Soret: Recherches sur la corrélation de l'électricité dynamique et des autres forces physiques. Arch. d. sc. phys. 36, p. 38. 1857.

CAP. II

- 148) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie. Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X Nr. 1, p.1, 1871. Cfr. anche IX, p. 573,1864.
- 149) R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter getane Arbeit und erzeugte Wärme. Pogg. Ann. 87, p. 415,1852.
- 150) R. Clausius: Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 101, p.338, 1857, p. 340.
- 151) E. Mach: Die Geschichte und die Würzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Praga, 1872, Calve. Del resto non posso dichiararmi d'accordo con tutte le opinioni qui esposte.

CAP. III Sezione 1

- 152) W. Thomson und P.G. Tait: Handbuch der theoretischen Physik. Trad. ted. di H. Helmholtz e G. Wertheim. Braunschweig 1871, I. § 207.
- 153) G. Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Lipsia 1877, p. 5, 23.
- 154) E. Mach: Zur Geschichte des Arbeitsbegriffes. Wien. Ber. (2) 68, p. 479, 1873.
- 155) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X, p.1, 1871. Cfr. anche Pogg. Ann. Jubelband, p. 212,1874.
- 156) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, rielaborato da v.

Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

157) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

158) H. v. Helmholtz, Wiss. Abh. I, p. 70.

159) G. Kirchhoff: Mechanik, 1877, p. 107.

160) G. Kirchhoff: Mechanik, 1877, p. 370.

Sezione 2

161) G. Sacchetti: Considerazioni intorno all'origine della teoria meccanica del calore. Memor. dell'Acc. di Bologna VII (2), p. 149, 1869.

162) H. A. Rowland: On the mechanical equivalent of heat with subsidiary researches on the variation of the mercurial from the air thermometer and on variation of the specific heat of water. Proc. Amer. Acad. (2), VII, p. 75, 1880.

163) Cfr. J. Cl. Maxwell: Theory of heat. Trad. ted. di F. Neesen, Braunsch. 1878, p. 318.

Sezione 3

164) H. v. Helmholtz: Über die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisierter Körper wirkenden Kräfte. Wied. Ann. 13, p. 385, 1881. Wiss. Abh. I, p. 798.

165) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 910. (G qui viene definito col segno opposto.)

166) Su questo punto cfr. J. Cl. Maxwell: A treatise on electricity and magnetism. Oxford 1873 I. §249.

R. Clausius: Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1878, p. 172 e segg.

167) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84, 1884.

168) H. v. Helmholtz: Bericht betr. Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von H. A. Rowland. Pogg. Ann. 158, p. 487, 1876. Wiss. Abh. I, p. 791.

169) Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31, 1846.

F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie

inducierter elektrischer Ströme Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1847. G. Reimer 1848.

- 170) H. R. Hertz: Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung. Wied. Ann. 10, p. 414, 1880, Wied. Ann. 14, p. 581, 1881.
- 171) Cfr. R. Colley: Nachweis der Existenz der Maxwell'schen elektrom. Kraft Y_{me} Wied. Ann. 17, p. 55, 1882.
- 172) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 692.
- 173) Cfr. a questo proposito E. Riecke: Zur theorie der unipolaren Induction und der Plücker'schen Versuche. Gött. Nachr. 1876, p. 332. (Wied. Ann. I, p. 110, 1877.) Wied. Ann. 11, p. 413, 1880. Inoltre F. Kock: Untersuchungen über magnetelektrische Rotationserscheinungen. Wied. Ann. 19, p. 143, 1883.
- 174) H. Grossmann: Neue Theorie der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 64, p. 1, 1845.
- 175) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84, 1884.
- 176) C. F. Gauss: Brief an W. Weber. Werke V, p. 627. Cfr. R. Clausius: Über die von Gauss angeregte neue Auffassung der elektrodynamischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 135, p. 606, 1868.
- 177) B. Riemann: Ein Beitrag zur Elektrodynamik. Pogg. Ann. 131, p. 237, 1867.
- 178) C. Neumann: Die Principien der Elektrodynamik. Gött. Nachr. 1868, p. 223. Inoltre: Math. Ann. I, p. 317, 1868. VIII, p. 555, 1875.
- 179) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

Note presenti nella II edizione del 1908

Nella II edizione del 1908 sono presenti pressoché tutte le note della I edizione escluse le note: (1), (55), (161), (162) e (165). Vengono inoltre aggiunte le seguenti note:

Prefazione

- a1) Nota (1908) La necessità di una scrupolosa separazione dei due principi della teoria del calore l'uno dall'altro si manifesta oggi più di un tempo perchè ad esempio anche ora succede che due processi di così diversa natura, come il passaggio di calore da una temperatura più alta ad una più bassa e l'abbassarsi di un fluido pesante da un livello più alto ad uno più basso, vengono confusi, in quanto si crede di poter ricondurre entrambi ad un unico principio, il secondo principio dell'energetica. In realtà soltanto il secondo dei due processi citati può essere dedotto dal principio dell'energia (pag. 189) mentre il primo finora non può essere chiarito che attraverso considerazioni probabilistiche (Cfr. pag. 64). cap. I.
- a2) (pag. 11 del testo originale) aggiunta alla nota 7). A questa osservazione il sig. Hagenbach - Bischoff ha ribattuto (Ver. d. naturforschenden Ges. zu Basel, (e il VIII, pag. 833), che nel III volume della Nouvelle mecanique di Varignon, pubblicata nell'anno 1725, si trova a pag. 174 l'accenno ad una lettera (che ora non esiste più) di Johann Bernoulli all'autore, in cui la parola "energia" viene definita nel senso di un lavoro.
- a3) (pag. 57 del testo originale). Secondo le ricerche di L. Boltzmann, i cui risultati in seguito sono stati confermati in diversi campi, il secondo principio della teoria del calore è per sua natura un principio probabilistico.
- a4) (pag. 97 del testo originale). Nel frattempo Moissen ha dimostrato l'estrazione del diamante dal carbonio. Come misura dell'energia certamente questo metodo non è utilizzabile e per questo l'esempio riportato sopra può essere ancora utilizzato.
- a5) (pag. 99). Questo principio contiene contemporaneamente una sicura indicazione per la verifica sperimentale della validità del principio dell'energia in natura, applicabile a tutti i casi in cui un sistema può essere prodotto in più di un modo partendo da un altro stato fissato. Infatti, si porti il sistema in due modi diversi da uno stato determinato ad uno stato nullo arbitrariamente fissato, ed ora attraverso misurazioni appropriate si esamini se il valore lavoro di tutti gli effetti esterni nei due casi è lo stesso o no. Secondo l'uno o l'altro caso, il principio è valido oppure non valido. Da ciò deriva che il principio dell'energia non è nè una tautologia nè una definizione camuffata, nè un postulato e nemmeno un giudizio a priori, bensì un principio sperimentale.
- a6) (pag. 111). Frattanto, come noto, si è stabilito che la prima delle due forme è quella primaria e proprio attraverso l'esame di processi dinamici, cioè le onde di Herz.
- a7) (pag. 129). Questo nel frattempo è avvenuto e proprio concordemente con la teoria di Maxwell (Lebeden, Ann. der Physik 6, 1901). Perciò oggi il principio di sovrapposizione applicato alla distinzione tra energia termica e meccanica può

essere considerato valido solo approssimativamente. Confronta anche le affermazioni che seguono nel testo a M. Planck: Zur Dynamik bewegter Systeme, Sitz. Ber. d. K. preuss. Akad. d. Wiss. giugno 1907).

a8) (pag. 130). Un altro principio simile sarebbe il principio di relatività espresso nella sua completa gener

Introduzione alla Seconda Edizione
(Berlino giugno 1908)

Nei vent'anni che sono trascorsi dalla comparsa della prima edizione di questo libro, è avvenuta in fisica, negli ambiti più diversi, una serie di cambiamenti che si evolvono in modo del tutto singolare in questa rapida successione ed in quest'ordine d'importanza: iniziati con le grandi scoperte di Hertz, che si datano nell'anno 1888, fino all'apertura del campo ancora quasi imprevedibile della radioattività.

Ma ogni nuova scoperta ed ogni nuovo sviluppo concettuale ha sempre condotto nuovamente a mantenere e confermare il principio di conservazione dell'energia nella sua posizione centrale. Dubbi e riflessioni isolati contro l'universalità del principio dell'energia, che qui e là vennero suscitati p.es. a proposito della costante produzione di calore delle sostanze radioattive, si sono potuti facilmente dimostrare come equivoci e, per quanto ne so, non è mai stato fatto seriamente il tentativo di costruire una teoria fisica che non sia fondata sul principio di conservazione dell'energia.

Grazie a questa importante circostanza mi venne data la possibilità di limitare le correzioni da apportare nella nuova edizione ad alcune variazioni ed aggiunte di poco conto.

Inizialmente mi sono posto anche il problema di una radicale rielaborazione e rifacimento di tutto il materiale e l'ho meticolosamente soppesato, specialmente in considerazione del fatto che proprio le singole applicazioni del principio di conservazione dell'energia, come anche il generale modo di pensare energetico, ha compiuto notevoli progressi in tutti i campi della fisica negli ultimi vent'anni e proprio in particolare nell'elettrodinamica, meno in termodinamica, dove un risultato positivo è scaturito molto maggiormente dal secondo principio, che era stato escluso di proposito dalla trattazione.

(n1)

(n2)

(a1)

(n3)

(1) A parte una nuova annotazione aggiunta alla fine del terzo capitolo.

(v1)

(v2)

(v3)

(v3)

(v4)

(2) Contrariamente al suo significato letterale, l'espressione Perpetuum mobile viene usata abitualmente non nel senso del moto continuo ma di continua prestazione di lavoro.

(v5)

(v6)

-
- (3) Cfr. E. Mach: Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt, Lipsia 1883, p. 24. E. Dühring: Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik, Berlin 1873, p.61.
- (4) S. Stevinus: Hypomnemata mathematica, trad. dal francese da Girard. Leida 1634, p.448.
(v7)
(v8)
- (5) Joh. Bernoulli: Opera, 1742, T.III.
- (6) C. Huygens: Horologium oscillatorium, Parigi, 1673.

(v8)
(n4)
- (7) G.W. Leibniz: Acta Erud. Lipsia 1695.
- (8) Coriolis: Calcul de l'effet de machines, Parigi 1829.
- (9) M. Zwerger: Die lebendige Kraft und ihr Maass. Ein Beitrag zur Geschichte der Physik. Monaco 1885.
(v9)
(v10)
(v11)
(v12)
- (10) I. Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica. Opera, ed. S. Horsley. Vol. II Londra 1779, p.28 s.
- (11) I. Newton: Opera, ed. S. Horsley. Vol IV Londra 1782, p. 258.
- (12) Joh. Bernoulli: Opera, 1742, T. III, p. 239.
(v13)
- (13) Joh. Bernoulli: Opera, Losanna e Ginevra 1742, T. III, p.243.
- (14) Poncelet: Cours de mécanique appliquée aux machines. Metz 1826.
- (15) Dan. Bernoulli: Hydrodynamica, 1738. Confronta inoltre: Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général. Histoire de l'Académie de Berlin, 1748, p. 356
- (16) Il sig. Hagenbach in una conferenza sui contributi di Joh. e Dan. Bernoulli al principio di conservazione dell'energia (Verh. d. naturf. Ges. zu Basel, Th. VII, 1884, p.24 e p. 28) mette ripetutamente in evidenza che già Joh. Bernoulli aveva dato il nome di "energia" al concetto di lavoro. Io invece non sono riuscito a trovare conferma di questa osservazione, nonostante uno scrupoloso esame di tutti gli scritti di Bernoulli (Opera, 1742); l'unica volta in cui mi ibattei nella parola energie (T. III, p. 45), essa viene usata in tutt'altro senso.^(a2)
(a2)
- (17) Th. Young: A course of lectures on natural philosophy. Londra 1807. Vol. I. Lect. VIII, p. 75. Oncollision.
(v14)
(v15)
(v16)
- (18) Hist. de l'Acad. Roy. des Sciences. 1775. p.61 e 65. H. v. Helmholtz: Vorträge und Reden. Braunschweig 1884. I. p. 64.
- (19) S. Carnot: Réflexions sur la puissance motrice du feu, et sur les machines propres à développer cette puissance. Parigi 1824. Ristampa: Ann. de l'école norm. (2) I. p. 393, 1872.
- (20) Clapeyron: Mémoire sur la puissance motrice du feu. Journ. de l'école polytechnique, T. XIV, p. 170, 1834. Pogg. Ann. 59, p. 446 e 566, 1843.
(v17)
(v18)
- (21) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I. Lipsia 1882, p.33
- (22) H. Carnot: Lettre, Compt. Rend. 87, p. 967, 1878.
(v19)

(23) W. Thomson: On an absolute thermometric scale founded on Carnot's theory of the motive power of heat, and calculated from Regnault's observations. *Phil. Mag.* (3) 33, p.313, 1848.

(24) Clapeyron: Mémoire sur la puissance motrice du feu. *Journ. de l'école polytechnique*. T. XIV, p. 170, 1834. *Pogg. Ann.* 59, p. 446 e 566, 1843.

(25) W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. *Transact. of the Roy Soc. of Edinburgh*. vol. XVI, p. 541, 1849.

(v20)

(v21)

(26) Rumford: An inquiry concerning the source of the heat which is excited by friction. *Trans. of the Roy. Soc. Londra* 1798, 25 gen.

(27) H. Davy: An essay on heat, light and the combinations of light, in *Beddoe's Contributions to physical and medical knowledge*, Bristol 1799. *Works* vol. II, Londra 1836, p. 11.

(v22)

(28) Séguin ainé: Etude sur l'influence des chemins de fer. Parigi 1839, p. 378. Cfr. *Compt. Rend.* XXV, p. 420, 1847.

(29) Roget: *Treatise on galvanism*, 1829, p.113 (Library of useful knowledge.)

(30) M. Faraday: *Exp. Researches*. *Phil. Trans. Londra* parte I, p.93, 1840. *Pogg. Ann.* 53, p.548, 1841.

(v23)

(31) H. Hess: *Thermochemische Untersuchungen*. *Pogg. Ann.* 50, p. 392,1840.

(32) K. Fr. Mohr: Über die Natur der Wärme. *Zeitschr. f. Physik v. Baumgartner*, V, p. 419, 1837. *Ann. d. Pharmacie* 24, p. 141,1837.

(33) J. R. Mayer: *Die Mechanik der Wärme*, Stoccarda 1867, 2a edizione ampliata, Stoccarda 1874.

(34) J. R. Mayer: *Lieb. Ann.* 42, p. 233, 1842. *Bemerkungen über die Krafte der unbelebten Natur*. *Phil. Mag.* (3) 24, p. 371,1844.

(v24)

(v25)

(35) Mayer: *Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhang mit dem Stoffwechsel*, 1845 (*Mechanik d. Wärme*, Stoccarda 1874).

(v26)

(36) Mayer: *Beiträge zur Dynamik des Himmels*, 1848. (*Mech. d. W.*, Stoccarda 1874).

(v27)

(37) Mayer: *Bemerkungen über das mechanische Äquivalent der Wärme*, Heilbronn 1850. (*Mech. d. W.* 1867, p.237.)

(v28)

(n5)

(v29)

(v30)

(v31)

(v32)

(v33)

(v34)

(38) J. Tyndall: *On force*. *Proc. of Roy. Inst.* 6 giugno 1862. *Phil. Mag.* (4) 24, p. 57,1862.

(39) H. v. Helmholtz: *Robert Mayer's Prioritat*. *Vortrage und Reden*, I, Braunsch. 1884, p.60.

-
- R. Clausius: Über das Bekanntwerden der Schriften Robert Mayer's. Wied. Ann. 8, Appendice, 1879.
- ⁽⁴⁰⁾ J. P. Joule: on the heat evolved during the electrolysis of water. Mem. of the liter. and phil. soc. of Manchester. (2) vol. VII, 1846, p. 87 e 96.
- ⁽⁴¹⁾ J. P. Joule: On the heat evolved by metallic conductors of electricity and in the cells of a battery during electrolysis. Phil. Mag. (3) 19, p. 260,1841. J. P. Joule: On the electric origin of the heat of combustion. Phil. Mag. (3) 20, p. 98,1842
(v35)
- ⁽⁴²⁾ E. Becquerel: Des lois du dégagement de la chaleur pendant le passage des courants électriques à travers les corps solides et liquides. Compt. Rend. t. 16, p.724, 1843.
- ⁽⁴³⁾ Op. cit. p. 96 e 104.
- ⁽⁴⁴⁾ Joule: On the calorific effects of magneto - electricity and on the mechanical value of heat. Phil. Mag. (3) 23, p. 263, 347, 435, 1843.
(n6)
(v36)
(v37)
(v38)
- ⁽⁴⁵⁾ A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. noturv. og math. afh. (5) II, 1843, p. 121,167. On the history of the principle of the conservation of energy, Phil. Mag. (4) 27, p.56, 1864.
- ⁽⁴⁶⁾ C. Holtzmann: Über die Wärme und Elasticität der Gase u. Dämpfe. Mannheim 1845. Estratto in Pogg. Ann. Suppl. II, p. 183,1848.
- ⁽⁴⁷⁾ C. Holtzmann: Über die bewegende Kraft der Wärme. Pogg. Ann. 82, p. 445,1851.
R. Clausius: Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn C. Holtzmann. Pogg. Ann. 83, p. 118, 1851.
- ⁽⁴⁸⁾ Joule: On the changes of temperature produced by the rarefaction and condensation of air. Phil. mag. (3) 26, p. 369, 1845.
(v39)
(n7)
- ⁽⁴⁹⁾ Joule: On the existence of an equivalent relation between heat and the ordinary forms of mechanical power. Phil. Mag. (3) 27, p. 205, 1845.
- ⁽⁵⁰⁾ Scoresby and Joule: Experiments and observations on the mechanical powers of electro - magnetism, steam and horses. Phil. Mag. (3) 28, p. 448,1846.
- ⁽⁵¹⁾ Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31,1846. F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducierter elektrischer Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1847. G. Reimer 1848.
- ⁽⁵²⁾ J. Liebig: Über die tierische Wärme. Lieb. Ann. 53, p. 63, 1845.
- ⁽⁵³⁾ H. Helmholtz: Fortschr. d. Phys. anno 1845, p.346, Berlino 1847. Wiss. Abh. I. p. 8.
(v40)
(v41)
(v24)
- ⁽⁵⁴⁾ H. Helmholtz: Über die Erhaltung der Kraft. Berlino, Reimer 1847. Wiss. Abh. I p. 12.

(v43)
(v44)
(v45)
(v45)
(v46)
(v47)
(n6)
(v48)
(v49)
- ⁽⁵⁵⁾ R. Clausius: Über einige Stellen in der Schrift von Helmholtz über die Erhaltung der Kraft. Pogg. Ann. 89, p. 568, 1853.
(v50)

⁽⁵⁶⁾ H. Helmholtz: Erwiderung auf die Bemerkungen von Hrn. Clausius. Pogg. Ann. 91, p. 241, 1854. Wiss. Abh. I p. 7

(v52)

(v52)

⁽⁵⁷⁾ H. Helmholtz: Über die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducierten elektrischen Strome. Pogg. Ann. 83, p.505, 1851. Wiss. Abh. I p. 429.

(v53)

⁽⁵⁸⁾ R. Clausius: Über einige Stellen d. Schrift v. Helmh. ub. d. Erh. d. Kr. Secondo appunto, Pogg. Ann. 91, p.601, 1854.

⁽⁵⁹⁾ Joule: on the mechanical equivalent of heat as determined by the heat evolved by the friction of fluids. Phil. Mag. (3) 31, p. 173, 1847. Pogg. Ann. 73, p. 479, 1848.

⁽⁶⁰⁾ Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion émise par M. Joule, sur l'identité du mouvement et du calorique. Compt. Rendus 25, p. 420,1847.

⁽⁶¹⁾ W. Grove: Résumé de quelques leçons sur les rapports des divers agents ou forces physiques. L'Institut Nr. 750-753, 1848.

⁽⁶²⁾ W. Grove: The correlation of physical forces. 3a Ed. 1855.

⁽⁶³⁾ W. Grove: Die Verwandtschaft der Naturkräfte, trad. ted. di E. v. Russdorf, Berlino 1863, id. di Schaper, Braunschweig 1871.

⁽⁶⁴⁾ E. Mach: Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Praga 1872. Calve.

⁽⁶⁵⁾ R. Mayer: Sur la transformation de la force vive en chaleur et reciproquement. Compt. Rend. 27, p. 385, 1848 etc.

⁽⁶⁶⁾ Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion emise par M. Joule, sur l'identié du mouvement et du calorique. Compt. Rend. 25, p. 420,1847.

⁽⁶⁷⁾ A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. naturv. of math. afh. (5) II, 1843 p.121, 167. On the history of the principle of the conservation of energy, Phyl. Mag. (4) 27, p. 56, 1864.

⁽⁶⁸⁾ W. Thomson: Report of the 18. Meeting of the British Association for the adv. of sc. Notices and abstr. of communic. p. 9, 1848. On the theory of electromagnetic induction.

(v54)

(v55)

⁽⁶⁹⁾ W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. Transact. of the Roy. Soc. of Edinburgh, Vol. XVI p . 541, 1849

⁽⁷⁰⁾ J. Thomson: Theoretical considerations on the effect of pressure in lowering the freezing-point of water. Trans. Roy. Soc. Edinburg XVI, p. 575,1849.

⁽⁷¹⁾ W. Thomson: The effect of pressure in lowering the freezing-point or water experimentally demonstrated. Phil. Mag. (3) 37, p. 123, 1850. Pogg. Ann. 81, p. 163, 1850.

(v58)

⁽⁷²⁾ J. P. Joule: On the mechanical equivalent of heat. Phil. Trans. Londra 1850, p.61.

(v57)

⁽⁷³⁾ Clausius: Über die Veränderungen, welche in den bisher gebräuchlichen Formeln für das Gleichgewicht und die Bewegung elastischer fester Körper durch neuere Beobachtungen notwendig geworden sind. Pogg. Ann. 76, p. 46,1849.

⁽⁷⁴⁾ Clausius: Über die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst

ableiten lassen. Pogg. Ann. 79, p. 368, 500, 1850. Cfr. anche: R. Clausius, Abhandl. Üb. d. mechanische Wärmetheorie. I. Ed. Braunsch. 1864, II ed. inv. Braunsch. 1876.

(v58)

(v59)

(v60)

(n9)

⁽⁷⁵⁾ R. Clausius: Abh. üb. d. mech. W. I ed. I. p. 281, 1864, II ed. I. p.33, 1876.

(v61)

(a3)

⁽⁷⁶⁾ W. J. M. Rankine: Über die mechanische Theorie der Wärme, Pogg. Ann. 81, p. 172, 1850. (Lettera.) Phil. Mag. (4) 2, p.61, 1851. On the centrifugal theory of elasticity, as applied to gases and vapours. Phil. Mag. (4) 2, p. 509,1851.

⁽⁷⁷⁾ Buys-Ballot: Schets eener physiologie van het onbe-werktuigde ryk der natuur. Utrecht 1849.

⁽⁷⁸⁾ L. Wilhelmy: Versuch einer mathematisch - physikalischen Wärmetheorie. Heidelberg 1851.

⁽⁷⁹⁾ M. Rankine: On the mechanical action of heat. Trans. Roy. Soc. Edinburgh. (letto 4 febbraio 1850) vol. XX p. 147, 191, 195, 205, 425, 441, 565, 1853.

⁽⁸⁰⁾ W. Thomson: On the mechanical theory of electrolysis. Phil. Mag. (4) 2, p. 429, 1851.

⁽⁸¹⁾ W. Thomson: Applications of the principle of mechanical effect to the measurement of electro - motive forces and of galvanic resistances in absolute units. Phil. Mag. (4) 2, p. 551, 1851.

⁽⁸²⁾ W. Weber: Electrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Abh. d. Leipz. Akad. I. p. 197. Pogg. Ann. 82, p. 337,1851.

⁽⁸³⁾ M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. Londra 1834 Apr. §919.

⁽⁸⁴⁾

⁽⁸⁵⁾ Daniel Bernoulli's Ansicht Über die Constitution der Gase. Pogg. Ann. 107, p. 490,1859.

⁽⁸⁶⁾ Herapath: On the dynamical theory of airs. Athen. 1, p. 622, 1860.

⁽⁸⁷⁾ J. J. Waterston: On a general theory of gases. Rep. of the 21. Meeting of the Brit. Ass. 1851, Notices and abstracts p. 6.

⁽⁸⁸⁾ W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Phil. Mag. (4), 4, p. 8,105,168, 424,1852.

⁽ⁿ¹⁰⁾

⁽⁸⁹⁾ W. Thomson: On the quantities of mechanical energy contained in a fluid mass, in different states, as to temperature and density. Phil. Trans. Edinburgh (letto 3 dic. 1851) vol. XX p. 475,1853. Phil. Mag. (4) 3, p. 529,1852; piu dettagliatamente Phil. Mag. (4) 9, p. 523, 1855.

⁽⁹⁰⁾ W. Thomson: On the mechanical action of radiant heat or light; on the power of animated creatures over matter on the sources available to man for the production of mechanical effect. Phil. Mag. (4) 4, p. 256, 1852.

⁽⁹¹⁾ J. J. Waterston: On the dynamical sequences in kosmos. Athen. 1853, p.1099.

⁽⁹²⁾ J. Power: Theory of the reciprocal action between the solar rays and the different media by which they are reflected, refracted or absorbed. Phil. Mag. (4) 6, p. 218, 1853.

⁽⁹³⁾ W. Thomson: On a mechanical theory of thermoelectric currents. Phil. Mag. (4) 3, p. 529, 1852). Proc. of Edinb. Soc. III, p. 91,1852.

⁽⁹⁴⁾ Cumming: Phil. Trans. Cambridge 1823, p. 61.

⁽⁹⁵⁾ W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Thermoelectric currents. Phil. Mag. (4) 11, p. 214, 281, 379, 433,1856. Inoltre 8, p. 62, 1854. W. Thomson: On the electrodynamic properties of metals. Phil. Trans. Londra 1856, p. 649.

⁽⁹⁶⁾ W. Thomson: On transient electric currents. Phil. Mag. (4) 5, p. 393,1853.

^(v63)

^(v64)

^(v65)

^(v65)

⁽⁹⁷⁾ W. Thomson: On transient electric currents. Phil. Mag. (4) 5, p. 393,1853.

⁽⁹⁸⁾ M. Rankine: Mechanical theory of heat. Specific heat of air. Phil. Mag. (4) 5, p. 437,1853. M. Rankine: On the application of the law of the conservation of energy to the determination of the magnetic meridian on board ship. Phil. Mag. (4) 6, p. 140, 1853.

-
- ⁽⁹⁹⁾ M. Rankine: On the general law of the transformation of energy. Phil. Mag. (4) 5, p.106, 1853.
- ⁽¹⁰⁰⁾ Fortschr. d. Phys. anno 1853, Berlino 1856, p. 407.
- ⁽¹⁰¹⁾ Cfr. anche Rankine: Outlines of the science of energetics. Edinb. Journ. (2) II, p. 120, 1855.
- ⁽¹⁰²⁾ J.P. Joule: On the heat disengaged in chemical combinations. Phil. Mag. (4) 3, p. 481,1852.
- ⁽¹⁰³⁾ W. Hopkins: Dynamical theory of heat. Rep. of Brit. Ass. 23. Meeting Hull. 1853, p. XLV.
- ⁽¹⁰⁴⁾ R. Clausius: Über das mechanische Aequivalent einer elektrischen Entladung und die dabei stattfindende Erwärmung des Leitungsdrahtes. Pogg. Ann. 86, p. 337, 1852.
- ⁽¹⁰⁵⁾ R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter getane Arbeit und erzeugte Wärme. Pogg. Ann. 87, p. 415, 1852.
- ⁽¹⁰⁶⁾ R. Clausius: Über die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die thermoelektrischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 90, p. 513,1853.
- ⁽¹⁰⁷⁾ Hermite: Théorie et description d'une machine à courants électriques. Compt. rend. 39, p. 1200, 1854.
(v66)
- ⁽¹⁰⁸⁾ V. Regnault: Recherches sur les chaleurs spécifiques des fluides elastiques. Compt. Rend. 36, p. 676, 1853.
- ⁽¹⁰⁹⁾ H. Helmholtz: Über die Wechselwirkung der Naturkräfte. Königsb. 1854, Vortr. und Reden I p. 25.
- ⁽¹¹⁰⁾ W. Thomson: Memoire sur l'énergie mécanique du systeme solaire. Compt. Rend. 39, p. 682, 1854.
- ⁽¹¹¹⁾ W. Thomson: Note sur la densité possible du milieu lumineux et sur la puissance mécanique d'un mille cube de lumiere solaire. Compt. Rend. 39, p. 529, 1854.
- ⁽¹¹²⁾ L. Soret: Sur l'équivalence du travail mécanique et de la chaleur. Arch. d. scienc. phys. et nat. 26, p. 33, 1854.
- ⁽¹¹³⁾ G. A. Hirn: Recherches expérimentales sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur. 1855. Fortschr. d. Phys. anno 1855. (Relazione di Clausius)
G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mecanique de la chaleur présentées à la societé de physique de Berlin. Colmar 1858.
- ⁽¹¹⁴⁾ Fortschr. d. Phys. anno 1855, p. XXIII
- ⁽¹¹⁵⁾ G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mecanique de la chaleur presentees à la société de physique de Berlin. Colmar 1858.
- ⁽¹¹⁶⁾ G. A. Hirn: Equivalent mécanique de la chaleur. Cosmos XVI, p. 313,1860.
- ⁽¹¹⁷⁾ G. A. Hirn: Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur. Paris et Colmar 1862.
- ⁽¹¹⁸⁾ P. A. Favre: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur. Compt. Rend. 46, p. 337, 1858.
(v67)
- ⁽¹¹⁹⁾ G. Kirchhoff: Über einen Satg der mechanischen Wärmetheorie und einige Anwendungen desselben. Pogg. Ann. 103, p.177, (203),1858.

-
- (120) C. Person: Recherches sur la chaleur latente de dissolution. Ann. d. chim. et d. phys. (3) 33, p. 448, 1851.
- (121) W. Thomson: on the thermal effect of drawing out a film of liquid. Proc. Roy. Soc. Londra IX, 255, 1858.
- (122) A. Krönig: Grundzüge einer Theorie der Gase. Berlino 1856. Pogg. Ann. 99, p.315, 1856.
- (v68)
- (123) R. Clausius: Über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Pogg. Ann. 100, p. 353,1857.
- (v69)
- (124) W. Thomson: On the mechanical values of distributions of electricity, magnetism and galvanism. Phil. Mag. (4) 7, p. 192, 1854.
- (v70)
- (125) J. H. Koosen: Über die Gesetze der Entwicklung von Wärme und mechanische Kraft durch den Schliessungsdraht der galvanischen Kette. Pogg. Ann. 91, p. 427, 1854.
- (126) J. P. le Roux: Memoire sur les machines magnétoelectriques. Ann. d. Chim. (3) 50, p. 463, 1857.
- (127) P. A. Favre: Recherches sur les courants hydroelectriques. Compt. Rend. 45, p. 56, 1857.
- (v71)
- (128) G. v. Quintus Icilius: Über den numerischen Wert der Konstanten in der Formel für die elektrodynamische Erwärmung in metalldrähten. Pogg. Ann. 101, p. 69, 1857.
- (129) E. Lenz: Über die Gesetze der Wärmeentnickelung durch den galvanischen Strom. Pogg. Ann. 61, p. 18, 1844.
- (v72)
- (130) C. Holtzmann: Die mechanische Arbeit, welche zur Erhaltung eines elektrischen Stromes erforderlich ist. Pogg. Ann. 91, p. 260,1854.
- (131) E. Lenz: Über die Gesetze der Wärmeentnickelung durch den galvanischen Strom. Pogg. Ann. 61, p. 18, 1844.
- (132) J. Bosscha: Über das mechanische Äquivalent der Wärme, berechnet aus galvanischen Messungen. Pogg. Ann. 108, p. 162,1859.
- (133) Op. cit. p. 168.
- (134) J. Bosscha: Het behoud van arbeidsvermogen in den galvanischen stroom. Leida 1858, completato da E. Jochmann: Fortschr. d. Phys. anno 1858, p. 351.
- (v73)
- (135) R. Clausius: Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 101, p. 338,1857.
- (136) R. Clausius: op. cit. p. 340.
- (137) Op. cit. p. 357.
- (138) J. Bosscha: Über die mechanische theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 101, p.517, 1857.
- (139) Marié - Davy et Troost: Mém. sur l'emploi de la pile comme moyen de mesure des quantites de chaleur développées dans l'acte des combinaisons chimiques. Ann. d. Chim. (3) 53, p.423, 1858. Inoltre Compt. Rend. 46, p. 936,1858.
- (140) J. Bosscha: Über die mechanische Theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 103, p. 487, 1858, inoltre 105, p. 396, 1858.
- (141) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. Londra 1834 Apr. §919.
- (v74)
- (v75)
- (142) J. Bosscha: Über das Gesetz der galvanischen Wärmeentwicklung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 108, p.312, 1859.

⁽¹⁴³⁾ M. Faraday: on the conservation of force. Phil. Mag. (4), 13, p. 225, 1857; 17, p. 166, 1859 etc. Cfr. M. Rankine: on the phrase “potential energy” and on the definitions of physical quantities. Phil. mag. (4) 33, p. 88, 1867.

(v76)

⁽¹⁴⁴⁾ H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 66, 1882.

⁽¹⁴⁵⁾ Matteucci: Bibl. univ. Genève Suppl. Nr. 16, 1847, p. 375.

⁽¹⁴⁶⁾ L. Soret: Recherches sur la corrélation de l'électricité dynamique et des autres forces physiques.

Arch. d. sc. phys. 36, p. 38. 1857.

(v77)

(v78)

(v79)

(v80)

(v81)

(v82)

(v83)

(v84)

(v85)

(v86)

(v87)

(v88)

(v89)

(v90)

(v91)

(v92)

(a4)

(v93)

(v94)

(v95)

(n11)

(v96)

(v98)

(v99)

(a5)

(v100)

(v101)

(v102)

(v103)

(v104)

(v105)

(v106)

(v107)

(n11)

(v108)

(v109)

(v110)

(v111)

(v112)

(v113)

⁽¹⁴⁷⁾ W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie. Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X Nr. 1, p.1, 1871. Cfr. anche IX, p. 573, 1864.

(v114)

(a6)

(v115)

(v116)

(v117)

(v118)

(v119)

(n12)

(v120)

(v121)

(v122)

(v123)

(v124)

(v125)

(v126)

(v127)

(148) R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter getane Arbeit und erzeugte Wärme. Pogg. Ann. 87, p. 415, 1852.

(149) R. Clausius: Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 101, p.338, 1857, p. 340.

(v128)

(v129)

(v130)

(v131)

(v132)

(v133)

(134)

(v135)

(v136)

(v137)

(v138)

(a7)

(v139)

(a8)

(v140)

(v141)

(v142)

(n13)

(v143)

(v144)

(n14)

(n15)

(v145)

(v146)

(150) E. Mach: Die Geschichte und die Würzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Praga, 1872, Calve. Del resto non posso dichiararmi d'accordo con tutte le opinioni qui esposte.

(n16)

(a9)

(v148)

(n17)

(v149)

(v150)

(a10)

(v151)

(n18)

(v152)

(a11)

(v153)

(v154)

⁽¹⁵¹⁾ W. Thomson und P.G. Tait: Handbuch der theoretischen Physik. Trad. ted. di H. Helmholtz e G. Wertheim. Braunschweig 1871, I. § 207.

⁽¹⁵²⁾ G. Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Lipsia 1877, p. 5, 23.

⁽¹⁵³⁾ E. Mach: Zur Geschichte des Arbeitsbegriffes. Wien. Ber. (2) 68, p. 479, 1873.

(n19)

(v155)

(v156)

(v157)

(v158)

(v159)

(v160)

(v161)

(v162)

(v163)

(v164)

(v165)

(v166)

(v167)

(v168)

(v169)

(v170)

(v171)

(v172)

(v173)

(v174)

(v175)

⁽¹⁵⁴⁾ W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. säch.s Ges. d. Wiss. X, p.1, 1871.

Cfr. anche Pogg. Ann. Jubelband, p. 212,1874.

⁽¹⁵⁵⁾ B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, rielaborato da v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

⁽¹⁵⁶⁾ R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875.

Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

(v176)

(v176)

(a12)

(v177)

⁽¹⁵⁷⁾ H. v. Helmholtz, Wiss. Abh. I, p. 70.

(v178)

(v179)

(n20)

⁽¹⁵⁸⁾ H. v. Helmholtz, Wiss. Abh. I, p. 70.

(v180)

(n21)

(v181)

(v182)

(v183)

(v184)

(v184)

(v185)

(v184)

(v186)

(v184)

(v184)

(v187)

(v188)

(v189)

(n22)

(v190)

(v191)

(v192)

(v193)

(v194)

(v195)

(v196)

(v196)

(159) G. Kirchhoff: *Mechanik*, 1877, p. 107.

(v197)

(v198)

(v199)

(v200)

(v201)

(v202)

(v203)

(v204)

(v205)

(v206)

(v207)

(160) G. Kirchhoff: *Mechanik*, 1877, p. 370.

(v208)

(161) G. Sacchetti: *Considerazioni intorno all'origine della teoria meccanica del calore*. Memor. dell'Acc. di Bologna VII (2), p. 149, 1869.

(162) H. A. Rowland: *On the mechanical equivalent of heat with subsidiary researches on the variation of the mercurial from the air thermometer and on variation of the specific heat of water*. Proc. Amer. Acad. (2), VII, p. 75, 1880.

(v210)

(v211)

(a14)

(v212)

(v215)

(v213)

(v214)

(v217)

(v218)

(163) Cfr. J. Cl. Maxwell: *Theory of heat*. Trad. ted. di F. Neesen, Braunsch. 1878, p. 318.

(v219)

(v220)

(v221)

(v222)

(v223)

(v224)

(v225)

(v226)

(v227)

(v228)

(v229)

(v230)

(v231)

(v232)

(v233)

(v234)

(v235)

(v236)

(n23)

(v237)

(164) H. v. Helmholtz: Über die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisierter Körper wirkenden Kräfte. Wied. Ann. 13, p. 385, 1881. Wiss. Abh. I, p. 798.

(v238)

(v239)

(v240)

(v241)

(v242)

(165) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p.910. (G qui viene definito col segno opposto.)

(v243)

(v246)

(166) Su questo punto cfr. J. Cl. Maxwell: A treatise on electricity and magnetism. Oxford 1873 I.

§249.R. Clausius: Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1878, p. 172 e segg.

(v247)

(v248)

(v249)

(v250)

(v251)

(v252)

(v253)

(v254)

(v255)

(v256)

(v257)

(v258)

(v259)

(v260)

(v261)

(v262)

(v263)

(v264)

(v265)

(v266)

(v267)

(v268)

(v269)

(v270)

(v271)

(v271)

(v272)

(v273)

(v274)

(n24)

(v275)

(v276)

(v277)

(v278)

(v279)

(v 280)

(v281)

(v282)

(v283)

(v284)

(v284)

(v285)

(167) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84, 1884.

(168) H. v. Helmholtz: Bericht betr. Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von H. A. Rowland. Pogg. Ann. 158, p. 487, 1876. Wiss. Abh. I, p. 791.

(v286)

(288)

(v289)

(v290)

(169) Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31, 1846. F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducierter elektrischer Ströme. Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlino 1847. G. Reimer 1848.

(v291)

(v292)

(v293)

(v294)

(v295)

(v296)

(v297)

(170) H. R. Hertz: Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung. Wied. Ann. 10, p. 414, 1880, Wied. Ann. 14, p. 581, 1881.

(171) Cfr. R. Colley: Nachweis der Existenz der Maxwell'schen elektrom. Kraft Y_{me} Wied. Ann. 17, p. 55, 1882.

(v298)

(v299)

(v300)

(v301)

(v302)

(v303)

(v304)

(v305)

(v306)

(172) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 692.

(v307)

(v307)

(v308)

(v309)

(v310)

(v311)

(v3121)

(173) Cfr. a questo proposito E. Riecke: Zur theorie der unipolaren Induction und der Plücker'schen Versuche. Gött. Nachr. 1876, p. 332. (Wied. Ann. I, p. 110, 1877.) Wied. Ann. 11, p. 413, 1880. Inoltre F. Kock: Untersuchungen über magnetoelektrische Rotationserscheinungen. Wied. Ann. 19, p. 143, 1883.

(174) H. Grossmann: Neue Theorie der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 64, p. 1, 1845.

(175) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84, 1884.

(176) C. F. Gauss: Brief an W. Weber. Werke V, p. 627. Cfr. R. Clausius: Über die von Gauss angeregte neue Auffassung der elektrodynamischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 135, p. 606, 1868.

(177) B. Riemann: Ein Beitrag zur Elektrodynamik. Pogg. Ann. 131, p. 237, 1867.

(178) C. Neumann: Die Principien der Elektrodynamik. Gött. Nachr. 1868, p. 223. Inoltre: Math. Ann. I, p. 317, 1868. VIII, p. 555, 1875.

⁽¹⁷⁹⁾ R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

(n11)

(v313)

(a2)