

# La scoperta e l'interpretazione di Faraday

## 1.1 La ricerca di effetti di induzione.

## 1.2 La spiegazione in termini di linee di forza.

## 1.3 La simmetria intrinseca della legge di induzione.

### 1.1 La ricerca di effetti di induzione.

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 1.

"1. Il potere posseduto dall'elettricità di tensione di produrre uno stato elettrico di tipo opposto nelle sue vicinanze, ha ricevuto il nome generico di Induzione; tale termine, entrato nel linguaggio scientifico, può correttamente essere usato nello stesso senso generale anche per indicare il potere posseduto da una corrente elettrica di indurre un qualche particolare stato sulla materia situata nelle sue immediate vicinanze, che altrimenti resterebbe indifferente. E' in questo senso che io mi propongo di usare tale termine nel presente scritto. **{1/1}**

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 3.

" 10. Un unico filo di rame della lunghezza di duecentotré piedi fu arrotolato intorno a un grosso pezzo di legno; altri duecentotré piedi di filo dello stesso tipo furono avvolti a spirale tra le spire del primo, evitando ovunque con dello spago il contatto metallico. Una di queste spirali fu collegata a un galvanometro e l'altra a una batteria di un centinaio di elementi ... ben carica. Stabilito il contatto, apparve un improvviso leggero effetto nel galvanometro, e un simile leggero effetto apparve anche quando fu interrotto il contatto con la batteria. Ma mentre la corrente voltaica continuava a passare attraverso la prima spirale, non si poté percepire alcun effetto sul galvanometro del tipo induzione sull'altra spirale, sebbene l'attività della batteria fosse manifestamente elevata, ...

11. Nessun effetto si produsse ripetendo gli esperimenti con una batteria di centoventi coppie di lastre; ma si poté accertare che, come nel caso precedente, la leggera deflessione dell'ago nell'istante della connessione avveniva sempre in una direzione, e che l'egualmente identica deflessione prodotta dalla interruzione del contatto avveniva nell'altra direzione; ..."

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 5.

" 18. Negli esperimenti precedenti i fili erano collocati uno vicino all'altro, e si azionava il contatto tra il circuito inducente e la batteria nel momento in cui si voleva ottenere l'effetto di induzione; ma poiché si poteva supporre che una

qualche particolare azione potesse esercitarsi nei momenti dell'attivazione o dell'interruzione del contatto, l'induzione fu prodotta in un altro modo. Diversi piedi di fili di rame furono stesi a ampio zigzag fino a descrivere la lettera W, sulla superficie di una larga tavola; un secondo filo fu steso proprio nello stesso modo su un'altra tavola, in modo che, avvicinandolo al primo, i fili si toccherebbero in ogni punto, se non fosse che uno spesso foglio di carta è stato interposto. Uno di questi fili fu collegato con un galvanometro, e l'altro con una batteria voltaica. Il primo filo fu poi mosso verso il secondo e, avvicinandosi, l'ago [del galvanometro] fu deflesso. successivamente, ritirandolo, l'ago fu deflesso nella direzione opposta. Facendo dapprima avvicinare e poi allontanare i fili, simultaneamente con le vibrazioni dell'ago, queste ben presto diventarono molto ampie; ma quando i fili cessarono di muoversi l'uno verso l'altro o l'uno dall'altro, l'ago del galvanometro rapidamente tornò alla sua normale posizione.

19. Quando i fili si avvicinavano, la corrente indotta circolava in direzione *contraria* alla corrente inducente. Quando i fili si allontanavano, la corrente indotta circolava nella *stessa* direzione della corrente inducente. Quando i fili rimanevano stazionari, non vi era corrente indotta."

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 11.

" 39. Ma poiché si poteva supporre che in tutti i precedenti esperimenti di questa sezione le correnti transitorie indotte fossero eccitate da qualche particolare effetto che avesse luogo durante la formazione del magnete e non a causa del suo puro e semplice avvicinamento, fu eseguito il seguente esperimento. Tutti i capi della spirale cava [solenoidale] composta furono collegati insieme da un filo di rame, formando due terminali collegati al galvanometro. Fu estratto il cilindro di ferro dolce e sostituito con un magnete cilindrico, avente diametro tre quarti di pollice e lunghezza otto pollici. Una estremità di questo magnete fu introdotta lungo l'asse della spirale e, successivamente, essendo in quiete l'ago del galvanometro, tutto il magnete fu repentinamente infilato; immediatamente l'ago fu deflesso nella stessa direzione, come nella formazione del magnete dei due casi precedenti. Con il magnete all'interno, l'ago ritornò alla primitiva posizione e, successivamente, ritraendo il magnete, l'ago fu deflesso nella direzione opposta. Questi effetti non erano vistosi; ma introducendo e ritraendo il magnete, in modo che l'impulso ogni volta comunicato potesse aggiungersi a quello precedentemente comunicato all'ago, questo poteva oscillare su un arco di 180° o più.

40. In questo esperimento, il magnete non doveva attraversare interamente la spirale, poiché così si aveva un altro effetto. Quando il magnete è introdotto, l'ago del galvanometro è deflesso in una certa direzione; ma, se il magnete è dentro ed è spinto di più o ritirato, l'ago è deflesso in una direzione opposta alla precedente. Quando il magnete entra e attraversa con un movimento continuo, l'ago si muove in un senso, si pone in quiete per un istante e poi si muove nell'altro senso."

## 1.2 La spiegazione in termini di linee di forza.

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 32, nota a 114.

"Per curve magnetiche io intendo le linee di forza magnetiche, comunque modificate dalla giustapposizione dei poli, che sarebbero disegnate dalla limatura di ferro; o quelle alle quali sarebbe tangente un minuscolo ago magnetico."

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), III° vol., p. 328-332, series XXVIII, Oct. 1851.

"3071. Una linea di forza magnetica può essere definita come quella linea che è descritta da un piccolissimo ago magnetico, qualora sia mosso in entrambe le direzioni determinate dalla sua lunghezza, mantenendosi tangente alla linea del moto; oppure è quella linea lungo la quale, se un filo disposto trasversalmente è mosso in entrambe le direzioni, non vi è tendenza all'instaurarsi di una corrente nel filo, mentre lungo qualunque altra direzione si manifesta tale tendenza; oppure è la linea che coincide con la direzione dell'asse magnetico di un cristallo di bismuto, che sia trasportato in entrambe le direzioni lungo essa. La direzione di queste linee, intorno e tra magneti e correnti, è facilmente comprensibile e rappresentabile, in modo generale, con il normale uso di limatura di ferro.

[...]

3073. Un punto importante nella definizione di queste linee consiste nel fatto che esse rappresentano un ben determinato e invariabile ammontare di forza. Sebbene infatti le loro forme, così come sono date tra due centri o sorgenti di potere magnetico, possano variare ampiamente, come pure lo spazio in mezzo al quale esse sono tracciate, tuttavia la somma del potere contenuto in ogni sezione di una data porzione di linee è esattamente uguale alla somma di potere in qualunque altra sezione delle stesse linee, comunque differiscano in forma o comunque possano convergere o divergere nel secondo luogo. [...]

3074. Mi pare ora che queste linee possano essere utilizzate con grande vantaggio per rappresentare la natura, la condizione, la direzione e l'entità relativa delle forze magnetiche; e che in molti casi esse siano, almeno per il pensatore fisico, superiori rispetto al metodo che rappresenta le forze come concentrate in centri di azioni, come i poli di magneti o aghi; o rispetto qualche altro metodo, come, per esempio, quello che considera il magnetismo nord e sud come fluidi diffusi sulle estremità o tra le particelle di una sbarra. [...]

3075. [...] Come la forza magnetica si propaghi attraverso i corpi o attraverso lo spazio noi non sappiamo: - se sia semplicemente il risultato di una azione a distanza, come nel caso della gravità; o per mezzo di qualche intermediario, come nei casi di luce, calore, corrente elettrica e, (come io credo) azione elettrica statica. L'idea dei fluidi magnetici, come applicata da qualcuno, o l'idea di centri di azione magnetica, non includono l'idea dell'ultimo tipo di trasmissione, mentre la include l'idea delle linee di forza. Tuttavia, poiché un particolare modo di rappresentare le forze non include una tale modalità di trasmissione, non per questo essa è refutata; quel metodo che con essa si armonizza potrebbe essere il più prossimo alla natura. Mi pare che la conclusione generale dei filosofi sia che tali casi sono di gran lunga i più numerosi e, per quanto mi riguarda, considerando la relazione tra il vuoto e la forza magnetica e il carattere generale dei fenomeni magnetici esternamente al magnete, io sono più incline alla nozione che nella trasmissione delle forze vi sia una tale azione, esterna al magnete, piuttosto che una pura attrazione o repulsione a distanza. Tale azione può essere funzione dell'etere; poiché non è del tutto inverosimile che, se un etere vi sia, esso possa servire anche ad altro che semplicemente la trasmissione della radiazione (2591. 2787.). Forse, quando saremo più chiaramente edotti sull'argomento, vedremo la radice delle contraddizioni che si suppone esistano tra i risultati di Coulomb, Harris e altri filosofi, e troveremo che esse in realtà non sono contraddizioni, ma semplicemente

diversi gradi di comprensione dovuti alla parziale e imperfetta conoscenza dei fenomeni e delle loro cause. [...]

3082. [...] Sia che il filo si muova direttamente o obliquamente attraverso le linee di forza, in una direzione o nell'altra, esso raccoglie esattamente la quantità di forza corrispondente alle linee che ha attraversato."{1/3}

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), III° vol., p. 346, series XXVII, Oct. 1851.

"3114. E' pure evidente [...] che quando un filo è in moto tra linee uguali (o in un campo di identica forza magnetica), e con moto uniforme, allora la corrente elettrica prodotta è proporzionale al *tempo*, ed anche alla *velocità* del moto.

3115. Si mostra anche, in generale, che la quantità di elettricità coinvolta nella corrente corrisponde alla quantità di curve intersecate."

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 63.

"217. Un altro punto che mi sono sforzato di accertare è stato se fosse necessario o no che la parte mobile del filo dovesse transitare, tagliando le curve magnetiche, verso posizioni di maggiore o minore forza magnetica; oppure se, intersecando curve di uguale intensità magnetica, il solo moto fosse sufficiente per la produzione della corrente. Che la seconda possibilità sia vera è già stato provato in diversi esperimenti riguardanti l'induzione magneto-elettrica terrestre."{1/4}

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 64.

"220. [...] Un magnete cilindrico aveva un piccolo foro nel centro di ciascuna estremità, in modo da ricevere una goccia di mercurio, ed era lasciato galleggiare nello stesso metallo contenuto in uno stretto vaso. Un filo proveniente dal galvanometro era immerso nel mercurio del vaso e l'altro filo era immerso nella goccia contenuta nel foro posto all'estremità superiore dell'asse. Il magnete era poi fatto ruotare per mezzo di una corda arrotolata intorno ad esso, e l'ago del galvanometro indicava immediatamente una forte corrente di elettricità. Cambiando il verso di rotazione, cambiava il verso della corrente. La direzione della elettricità era la stessa come quando il cilindro di rame (219) o il filo di rame ruotava intorno al magnete in quiete nella stessa direzione che il magnete stesso aveva seguito. Si rendeva così evidente una singolare indipendenza del magnetismo dalla sbarra in cui esso risiede."{1/5}

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), I° vol., p. 68-69.

"Nei primi esperimenti (10. 13.) il filo inducente e quello sotto induzione erano sistemati ad una determinata distanza l'uno dall'altro, e poi una corrente elettrica era inviata attraverso il primo. In questi casi le stesse curve magnetiche devono essere considerate in movimento (se mi è permesso di usare questa espressione)

attraverso il filo sotto induzione, dal momento che esse iniziano a svilupparsi fino al momento la forza magnetica della corrente è al suo massimo; espandendosi come dal filo verso l'esterno e trovandosi conseguentemente nella stessa relazione rispetto al filo sotto induzione come se questo si muovesse nella direzione opposta attraverso di esse, oppure verso il filo percorso da corrente. Quindi la prima corrente indotta in questi casi era in direzione contraria rispetto alla corrente principale (17. 235.). Interrompendo il contatto della batteria, le curve magnetiche (che erano semplici espressioni per le fissate forze magnetiche) possono essere concepite come se si ritraessero e ritornassero verso la corrente elettrica che si esaurisce, cioè in moto nella direzione opposta attraverso il filo, producendo una corrente indotta opposta alla prima."{1/6}

### 1.3 La simmetria intrinseca della legge di induzione.

FARADAY M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), III° vol., p. 335-336, series XXVII, Oct. 1851.

"3087. [...] un pezzo di metallo o di materiale conduttore, in moto attraverso linee di forza magnetiche, è o tende ad essere attraversato da una corrente elettrica. Una più ristretta e precisa espressione per tutti i possibili effetti è la seguente. Se tracciamo o immaginiamo un circuito continuo di materiale conduttore, sotto forma di una massa solida o fluida di metallo o di materiale conduttore, o sotto forma di fili o sbarre di metallo, disposto in una materia non conduttrice o nello spazio; se, essendo in moto, esso attraversi le linee di forza magnetiche oppure, essendo in quiete, per la traslazione del magnete, sia attraversato da tali linee di forza; se, inoltre, a causa della diversità del moto angolare, o a causa del moto contrario delle differenti parti del circuito, o a causa della difformità del moto nella stessa direzione, una parte attraversa o più o meno linee dell'altra; allora si instaurerà una corrente intorno ad esso, dovuta alla relazione differenziale delle due o più parti intersecantisi durante l'intervallo di tempo del moto: la direzione di tale corrente sarà determinata (con linee aventi una data direzione di polarità) dalla direzione dell'intersezione combinata con la relativa quantità di intersezione nelle due o più parti agenti o intersecanti del circuito.

3088. Così, se la fig. 3 rappresenta un polo magnetico N e, sopra di esso un circuito

figura

metallico di forma qualunque, che sia dapprima nella posizione *c*; allora se quel circuito è mosso in una certa direzione verso la posizione 1; o in direzione contraria, verso la posizione 2; o, con doppio movimento, nella posizione 3; o, con una traslazione, nella posizione 4; oppure nella posizione 5; o in qualunque posizione tra la prima e le altre, o a queste simili; oppure, se restando nella posizione *c*, il polo si muova nella o verso la posizione *n*; allora una corrente elettrica si produrrà nel circuito, avendo in ogni caso la stessa direzione, come mostrato dalla figura. Moti opposti daranno correnti in direzione opposta."{1/7}

## Note al testo

{1/1} L'attività di Faraday fu caratterizzata da intensa attività sperimentale, importanti intuizioni teoriche, assenza di formalismo matematico. Le sue *Ricerche* sono esemplari per chiarezza, accuratezza, precisione. Esse iniziarono nel 1831 e si protrassero per un decennio; ripresero nel 1845 per concludersi nel 1855.

WHITTAKER E.T., *Theories of aether and electricity*, p. 189, Longmans Green and Co. (1910).

"La prima memoria che compare negli scritti di elettricità di Faraday fu inviata alla Royal Society il 24/11/1831. La sua indagine fu ispirata, come dice egli stesso, dalla speranza di scoprire analogie tra il comportamento dell'elettricità in movimento nelle correnti e il comportamento dell'elettricità in quiete nei conduttori. Era noto che l'elettricità statica possedesse un potere di 'induzione', cioè di produrre uno stato elettrico di tipo opposto sui corpi vicini; non era possibile che pure le correnti elettriche mostrassero una simile proprietà? L'idea iniziale fu quella che una corrente fluente in un circuito potesse indurre in qualunque altro circuito adiacente una corrente della stessa durata della corrente inducente. Faraday scoprì che ciò non avveniva; una corrente era veramente indotta, ma durava solo per un istante, essendo effettivamente percepita solo quando la corrente primaria era attivata o disattivata. Tale corrente dipendeva, come egli ben presto si convinse, non dalla semplice esistenza della corrente inducente, ma dalla sua variazione."

{1/2} Faraday scoprì che il fenomeno dell'induzione della corrente elettrica in un circuito poteva manifestarsi in modi diversi:

- \* a causa della variazione di corrente in un altro circuito (circuito primario).
- \* a causa del moto relativo tra circuito primario e secondario.
- \* a causa del moto relativo tra il circuito e un magnete.

NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, p. 42, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

"Questa scoperta avvenne in due fasi. Primariamente, egli osservò che l'attivazione e la disattivazione della corrente in un circuito induceva una corrente in un vicino circuito conduttore. Egli chiamò questo effetto induzione 'elettrovoltaica'. Secondariamente, dato un magnete permanente e un vicino circuito conduttore, il moto di uno dei due produceva una corrente, che si annullava qualora quello si arrestasse. Egli chiamò questo effetto induzione 'elettro-magnetica'. Faraday riconobbe che i due effetti erano la stessa cosa ..."

{1/3} L'importante congettura di Faraday fu che le azioni magnetiche potessero spiegarsi attraverso la presenza di linee di forza che attraversavano con continuità la materia, orientate proprio nella direzione della forza magnetica. Tale congettura, dapprima utilizzata come schema esplicativo per il fenomeno delle correnti indotte, fu estesa da Faraday anche all'elettrostatica. Nelle ricerche di Faraday, è stretta la relazione tra il modello delle "linee di forza" e il tentativo di interpretare il fenomeno dell'induzione di correnti: storicamente, fu proprio da questo tentativo che ebbe origine quel modello.

NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, p. 39, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

"Le 'linee di forza' furono introdotte nella descrizione delle azioni elettriche e magnetiche dopo la sua scoperta della induzione elettromagnetica - come secondo tentativo per spiegare il fenomeno - e solo molto più tardi fu suggerito che esse potessero permettere una descrizione unificata di tutte le forze."

Così le azioni elettriche e magnetiche venivano interpretate, nelle ricerche di Faraday, non come una azione a distanza tra elementi di carica o di corrente, ma come una azione che si trasmetteva attraverso le parti contigue del mezzo o dello spazio.

WHITTAKER E.T., *Theories of aether and electricity*, pp. 189-190, Longmans Green and Co. (1910).

"... [egli] ideò un nuovo modo di rappresentare lo stato di un campo magnetico. Da lungo tempo i filosofi erano abituati a rappresentare il potere magnetico disponendo limatura di ferro sopra un foglio di carta e osservando le curve da essa descritte quando un magnete venga posto al di sotto. Tali curve suggerirono a Faraday l'idea di *linee di forza magnetiche*, curve la cui direzione in ogni punto coincida con la direzione dell'intensità magnetica in quel punto; le curve secondo le quali si dispone la limatura di ferro sul foglio assomigliano a queste curve fintanto che si rimanga sul piano del foglio.

Faraday concepì tutto lo spazio riempito con queste linee di forza magnetica. Ogni linea di forza è una curva chiusa che, in qualche parte del suo percorso, transita attraverso il magnete cui appartiene. Data una qualunque piccola curva chiusa nello spazio, le linee di forza che la intersecano devono formare una superficie tubulare che si chiude su se stessa; tale superficie è detta *tubo di forza*. Da un tubo di forza possiamo ricevere informazioni non solo relativamente alla direzione dell'intensità magnetica, ma anche relativamente alla sua entità; il prodotto di tale entità con la sezione di un tubo è costante lungo l'intera lunghezza del tubo. Sulla base di questo risultato, Faraday concepì l'idea di dividere tutto lo spazio per mezzo di questi tubi, avendo ogni tubo lo stesso preciso valore di questo prodotto. Per semplicità, ciascuno di questi tubi può essere chiamato 'linea di forza unitaria'; la forza del campo è allora indicata dalla separazione o concentrazione delle linee di forza unitarie, in modo che il numero delle linee che intersecano una superficie unitaria perpendicolare alla loro direzione in un qualunque punto misura l'intensità del campo magnetico in quel punto."

Anche se Faraday non assunse mai una posizione dogmatica nei confronti del suo modello delle linee di forza e anche se egli tenne spesso a mantenere separate la speculazione teorica dalla stretta interpretazione dei suoi dati sperimentali<sup>1</sup>, la sua opinione si orientò sempre più verso l'attribuzione di una effettiva realtà fisica alle linee di forza. Questo orientamento appare esplicitamente in un articolo del 1852.

FARADAY M., Physical lines of magnetic forces, *Proc. of R. Ins.*, 852; trad. it. D'AGOSTINO S., *L'elettromagnetismo classico*, p. 57-58, Sansoni (1975).

"In una precedente occasione, le linee intorno ad una sbarra magnetica erano state definite come quelle che divengono visibili quando si cosparge limatura di ferro nelle vicinanze del magnete ed erano state considerate come una descrizione accurata della natura, della condizione, della direzione e intensità della forza in qualsiasi regione all'interno e all'esterno della sbarra.. Allora le linee erano state

---

<sup>1</sup>. cfr.: NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, p. 37, 58, 65-66, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

considerate astrattamente. Ora, però, senza discostarsi o modificare troppo questo giudizio, l'indagine si concentra sulla possibilità che queste linee esistano materialmente.”

Nella concezione di Faraday, un magnete genera intorno a sé una condizione, o una azione, che si propaga e caratterizza il mezzo circostante. Su quale fosse la sede di questa condizione perturbativa e secondo quale meccanismo agisse, Faraday non formulava ipotesi precise. Nel 1846, egli riteneva che l'esistenza delle linee di forza rendesse ridondante, l'etere, poiché la sede delle linee di forza doveva essere la materia.

FARADAY M.; "Thoughts on ray-vibration", *Phil. Mag.* 1846, vol. 28, pag. 315; Faraday M., *Experimental researches in electricity*, Bernard Quaritch (1839-1855), III° vol., p. 447. “Il punto che intendevo manifestare all'attenzione degli uditori era, se non fosse possibile che le vibrazioni, che in una certa teoria rendono conto della radiazione e dei fenomeni radianti, possano avvenire nelle linee di forza che collegano le particelle e, conseguentemente, le masse materiali; un concetto che, se lo si ammette, ci libererà dall'etere che, da un diverso punto di vista, si suppone sia il mezzo in cui quelle vibrazioni hanno luogo.”

Nel 1852, egli prendeva atto di quanto fosse ancora problematica la connessione tra linee di forza, etere e materia.

FARADAY M., Physical lines of magnetic forces, *Proc. of R. Ins.*, 852; trad. it. D'AGOSTINO S., *L'elettromagnetismo classico*, p. 64, Sansoni (1975).

“Ancora tuttavia non siamo in grado di spiegare che cosa sia questa condizione e da che cosa dipenda. Può dipendere dall'etere come avviene per un raggio luminoso, tanto più che si è già dimostrato che esiste una connessione tra luce e magnetismo. Può dipendere da uno stato di tensione o da uno stato di vibrazione o forse da altri stati analoghi per la corrente elettrica a cui le forze magnetiche sono intimamente legate. Se per ottenere questa condizione si richiede necessariamente materia, dipenderà da ciò che si intende per materia. Se con questo termine si vogliono indicare le sostanze ponderabili o gravi, allora la materia non è una condizione indispensabile alle linee fisiche di forza magnetica più di quanto non lo sia per un raggio luminoso o per il calore. Ma se nell'ipotesi dell'etere ammettiamo che esista una specie di materia, allora le linee di forza possono dipendere da qualche funzione di questa. Sperimentalmente il puro spazio è magnetico ma allora l'idea di spazio puro deve includere quella di etere; oppure, se in futuro dovesse sorgere qualsiasi altra concezione sullo stato o sulla condizione dello spazio, si deve ammettere, secondo quel punto di vista, che quello che stiamo ora trattando in relazione all'esperimento è chiamato puro spazio. D'altra parte credo che sia un fatto ormai scontato che la materia ponderabile non è indispensabile all'esistenza delle linee fisiche di forza magnetica.”<sup>2</sup>

**{1/4}** E' questo uno dei modi in cui viene formulata ancor oggi la legge dell'induzione elettromagnetica. Whittaker mette in luce la difficoltà, in quel periodo storico, di integrare questo risultato di Faraday con le teorie matematiche sull'elettricità e il magnetismo sviluppate, prevalentemente in Francia, nella prima metà del XIX° secolo.

---

<sup>2</sup>. M. Faraday; in: S. D'Agostino; pag. 64.

WHITTAKER E.T., *Theories of aether and electricity*, p. 192, Longmans Green and Co. (1910).

"In effetti, la forza elettromotrice è semplicemente proporzionale al numero di linee di forza unitarie intersecate dal filo in un secondo.

Questo è il principio fondamentale dell'induzione delle correnti. Va sicuramente riconosciuto a Faraday pieno onore per la sua scoperta; ma per una corretta comprensione della teoria elettrica in quel periodo, è necessario ricordare che molti anni passarono prima che tutti i concetti coinvolti nel principio di Faraday diventassero chiari e familiari ai suoi contemporanei; e che nel frattempo il problema di formulare le leggi delle correnti indotte fu affrontato con successo da altri punti di vista. Vi erano in verità molti ostacoli nella diretta appropriazione del lavoro di Faraday da parte dei fisici matematici della sua generazione; non essendo egli stesso un matematico, non poté indirizzarli usando il loro linguaggio; e il suo metodo preferito di rappresentazione per mezzo di linee di forza respingeva gli analisti che erano stati addestrati alla scuola di Laplace e Poisson. Inoltre, l'idea stessa della forza elettromotrice, applicata alle correnti pochi anni prima nella memoria di Ohm, era, come abbiamo visto, ancora avvolta nell'oscurità e nel fraintendimento."

{1/5} Dal punto di vista concettuale, riveste una certa importanza, per Faraday, la scoperta di una corrente elettrica che si instaura in un magnete in rotazione. Egli ritenne di poter interpretare questo fenomeno come l'indicazione di una relativa autonomia tra le linee di forza magnetiche e il magnete dal quale esse hanno origine: il magnete può 'tagliare' le proprie linee di forza. Nersessian si chiede se proprio questa scoperta possa avere indotto Faraday a pensare che le linee di forza avessero la loro sede nel mezzo o nello spazio.

NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, p. 45, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

"Egli non discusse le conseguenze della sua asserzione, ma io sospetto che questo fenomeno abbia giocato un ruolo significativo nel suo pensiero. Se il magnetismo non risiede nella sbarra, dove risiede? Molto probabilmente nello spazio che circonda la sbarra."

{1/6} L'immagine di queste linee di forza che si espandono e si contraggono alimenta l'ipotesi che queste entità abbiano per Faraday non solo una funzione rappresentativa ma una effettiva consistenza fisica. Nersessian ritiene che, nelle *Ricerche* di Faraday, sia la concezione 'fisica' sarebbe suscettibile di una ulteriore importante differenziazione.

NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, pp. 46-47, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

"Qui le linee sono viste 'muoversi', 'espandersi', 'contrarsi', cioè comportarsi come entità fisiche reali; però, nello stesso tempo, esse sono qualificate come 'semplici espressioni' per trattare le forze. Faraday, successivamente, chiamò le seconde linee di forza 'rappresentative' e le prime linee di forza 'fisiche'. Egli incrementò questa confusione nel suo lavoro successivo, parlando talvolta delle linee fisiche come di *percorsi* di trasmissione della forza e talvolta come di *trasmettitori* della forza (cioè come veicoli di trasmissione). Nel caso della induzione elettrostatica, egli utilizzò la concezione dei 'percorsi'; nel caso dell'induzione magnetica, egli utilizzò la concezione dei 'trasmettitori'. [...] nel primo caso, egli non si sentì mai in

grado di dimostrare l'esistenza delle linee di forza elettrostatiche indipendentemente dalle particelle del mezzo dielettrico, mentre si sentì in grado di sostenere con convinzione almeno l'esistenza indipendente delle linee di forza magnetiche."

Riportiamo uno schema sintetico, simile a quello con il quale l'autrice inquadra i diversi aspetti e le diverse interpretazioni delle linee di forza, rintracciabili nell'opera di Faraday:

3

{1/7} In questa interpretazione del fenomeno dell'induzione elettromagnetica, non vi è asimmetria tra le possibili differenti configurazioni cinematiche: (a) magnete in quiete e circuito in moto, (b) circuito in quiete e magnete in moto. Se il fenomeno dipende dal numero delle linee di campo intersecate dal circuito nell'unità di tempo, allora è indifferente che siano le linee di campo a "tagliare" il circuito oppure il circuito a "tagliare" le linee di campo.

---

<sup>3</sup>. cfr.: NERSESSIAN N.J., *Faraday to Einstein: Constructing Meaning in Scientific Theories*, p. 37, 58, 65-66, Martinus Nijhoff Publishers (1984).

## 2. L'interpretazione di Maxwell.

### 2.1 Il fenomeno e la sua intrinseca simmetria.

### 2.2 Le differenti cause della forza elettromotrice.

### 2.3 Invarianza delle equazioni di campo.

### 2.1 Il fenomeno e la sua intrinseca simmetria.

MAXWELL J.C., *Trattato di elettricità e magnetismo*, II° vol., Parte IV, capitolo III, pp. 258-259, U.T.E.T. (1973).

" 531. Tutti questi fenomeni si possono riassumere in una legge. Quando il numero delle linee di induzione magnetica che passa attraverso il circuito secondario in direzione positiva viene alterato, si ha una forza elettromotrice che agisce lungo il circuito, la cui misura è data dalla velocità con cui diminuisce l'induzione magnetica che attraversa il circuito.**{2/1}**

532. Ad esempio, si isolino dalla terra le rotaie di una ferrovia, ma siano connesse nel terminale da un galvanometro; il circuito sia completato dalle ruote e dall'assale di un vagone ferroviario ad una distanza  $x$  dal terminale. Trascurando l'altezza dell'assale sopra il livello delle rotaie, l'induzione attraverso il circuito secondario è dovuta alla componente verticale della forza magnetica terrestre, che nelle latitudini settentrionali è diretta verso il basso. Perciò, se  $b$  è lo scartamento della ferrovia, l'area orizzontale del circuito sarà  $bx$ , e l'integrale di superficie dell'induzione magnetica che la attraversa sarà  $Zbx$ , dove  $Z$  è la componente verticale della forza magnetica terrestre. Poiché  $Z$  è diretta verso il basso, la faccia inferiore del circuito si deve considerare positiva, e la direzione positiva del circuito stessa sarà: nord, est, sud, ovest, cioè in direzione dell'apparente corso diurno del sole.

Ora, si faccia muovere il vagone: allora  $x$  varierà, e ci sarà una forza elettromotrice nel circuito il cui valore è  $-Zb \, dx/dt$ .

Se  $x$  aumenta, cioè se il vagone si allontana dal terminale, questa forza elettromotrice avrà una direzione negativa cioè: nord, ovest, sud, est. Perciò la direzione di questa forza attraverso l'assale sarà da destra verso sinistra. Se  $x$  diminuisce, la direzione assoluta della forza sarebbe invertita, ma poiché la direzione del movimento del vagone è pure invertita, la forza elettromotrice sull'assale sarà ancora da destra verso sinistra, supponendo sempre che l'osservatore all'interno del vagone volga la faccia verso la direzione del moto. Nelle latitudini meridionali, dove l'estremità sud dell'ago si inclina, la forza elettromotrice su un corpo in movimento è da sinistra verso destra.

Abbiamo perciò la seguente regola per determinare la forza elettromotrice agente su un filo che si muove attraverso un campo di forza magnetica. Si immagini di porre la testa e i piedi nelle posizioni occupate dalle estremità di un ago di bussola che puntino rispettivamente verso nord e verso sud; si giri la faccia nella direzione in cui avanza il movimento; allora la forza elettromotrice dovuta al movimento avrà la direzione da sinistra a destra.

533. Poiché queste relazioni tra direzioni sono importanti, faremo un altro esempio. Si immagini di porre un anello metallico attorno all'equatore terrestre, e un filo di metallo lungo il meridiano di Greenwich dall'equatore al polo nord.

Si immagini di costruire un grande arco quadrantale di metallo, di cui una estremità venga imperniata nel polo nord, e l'altra si sposti lungo l'equatore, strisciando lungo l'anello terrestre nella direzione del percorso diurno del sole. Si avrà allora una forza elettromotrice lungo il quadrante mobile, che agisce dal polo verso l'equatore.

La forza elettromotrice sarà la stessa tanto se si suppone che la terra sia ferma e che il quadrante si muova da est a ovest, quanto se si suppone che il quadrante sia fermo e che la terra ruoti da ovest a est. [...]

MAXWELL J.C., *Trattato di elettricità e magnetismo*, Parte IV, capitolo III, pp. 269-270, U.T.E.T. (1973).

541. [...] La concezione di Faraday della continuità delle linee di forza esclude la possibilità che esse nascano all'improvviso in un punto in cui precedentemente non ne esisteva alcuna. Se, perciò, si fa variare il numero di linee che attraversa un circuito conduttore, ciò potrà avvenire solamente perché il circuito si muove attraverso le linee di forza, oppure perché le linee di forza si muovono attraversando il circuito. In entrambi i casi si genera nel circuito una corrente. {2/2} [...]

E' solamente da quando si sono rese più esatte sia le definizioni che le misurazioni della forza elettromotrice (.), che noi possiamo enunciare in modo completo la vera legge dell'induzione elettromagnetica nel modo seguente:

*La forza elettromotrice totale che agisce entro un circuito in ogni istante è misurata dalla velocità con cui diminuisce il numero delle linee di forza magnetica che lo attraversano.*

Quando si integra rispetto al tempo, questo enunciato diventa:

*La somma dell'integrale rispetto al tempo della forza elettromotrice totale che agisce entro un circuito, e del numero delle linee di forza magnetica che lo attraversano, è una quantità costante.*

Invece di parlare del numero delle linee di forza magnetiche, si può parlare dell'induzione magnetica attraverso il circuito, o dell'integrale di superficie dell'induzione magnetica esteso a qualunque superficie limitata dal circuito.

Ritorniamo ancora su questo metodo di Faraday. Nel frattempo enumereremo le teorie sull'induzione che si basano su altre considerazioni.

### *La legge di Lenz.*

542. Nel 1834 Lenz enunciò la seguente importante relazione esistente tra i fenomeni dell'azione meccanica delle correnti elettriche, definiti dalla formula di Ampère, e l'induzione delle correnti elettriche prodotta dal movimento relativo dei conduttori. [...]

La legge di Lenz è la seguente:

Se nel circuito primario A fluisce una corrente costante, e se, muovendo A oppure il circuito secondario B, si induce in B una corrente, la direzione di questa corrente indotta sarà tale che, per mezzo della sua azione elettromagnetica su A, essa tende ad opporsi al movimento relativo dei circuiti." {2/3}

## **2.2 Le differenti cause della forza elettromotrice.**

"MAXWELL J.C., *Trattato di elettricità e magnetismo*, Parte IV, capitolo VIII, pp. 347-351, U.T.E.T. (1973).

598. Abbiamo visto che  $E$ , forza elettromotrice dovuta all'induzione che agisce sul circuito secondario, è uguale a  $-\frac{dp}{dt}$ , dove

Per determinare il valore di  $E$ , si differenzi la quantità sotto il segno di integrale rispetto a  $t$ , ricordando che, se il circuito secondario si trova in movimento,  $x$ ,  $y$ , e  $z$  sono funzioni del tempo. [...]

Possiamo scrivere questa espressione nella forma seguente:

dove

Equaz. della intens. elettromotrice [B]

{2/4}

I termini in cui compare la quantità  $\Psi$  sono introdotti allo scopo di dare generalità alle espressioni per  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ . Essi scompaiono dall'integrale quando esso è esteso al circuito chiuso. La quantità  $\Psi$  è perciò indeterminata per quanto riguarda il problema di cui ci stiamo occupando, in cui si deve determinare la forza elettromotrice esistente lungo il circuito. Troveremo, però, che quando tutte le circostanze del problema sono note, si può assegnare a  $\Psi$  un valore definito, e che esso rappresenta, secondo una certa definizione, il *potenziale elettrico* nel punto  $(x, y, z)$ .

La quantità sotto il segno di integrale nell'equazione [5] rappresenta l'intensità elettromotrice che agisce sull'elemento  $ds$  del circuito. [...]

La intensità elettromotrice è già stata definita nel § 68. E' anche detta intensità elettrica risultante, e sarebbe la forza subita da una unità di elettricità positiva posta in quel punto. Abbiamo ora ottenuto il valore più generale di questa quantità, nel caso di un corpo che si muova in un campo magnetico dovuto ad un sistema elettrico variabile.

Se il corpo è un conduttore, la forza elettromotrice produrrà una corrente; se è un dielettrico, la forza elettromotrice produrrà solamente uno spostamento elettrico.

L'intensità elettromotrice, cioè la forza agente su una particella, deve essere attentamente distinta dalla forza elettromotrice lungo l'arco di una curva, in quanto quest'ultima quantità è l'integrale di linea della prima. [..].

599. L'intensità elettromotrice, le cui componenti sono definite dalle equazioni [B], dipende da tre circostanze. {2/5} La prima di queste è il movimento della particella attraverso il campo magnetico. La parte della forza che dipende da questo movimento è espressa dai primi due termini nel membro destro di ogni equazione. Essa dipende dalla velocità della particella in direzione trasversale rispetto alle linee di induzione magnetica. Se  $\mathbf{G}$  è un vettore che rappresenta la velocità, e  $\mathbf{B}$  un altro che rappresenta l'induzione magnetica, allora se  $\mathbf{E}_1$  è la parte dell'intensità elettromotrice che dipende dal movimento, si ha

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{V} \cdot \mathbf{GB}, \quad [7]$$

cioè, l'intensità elettromotrice è la parte vettoriale del prodotto dell'induzione magnetica moltiplicata per la velocità, vale a dire, la grandezza dell'intensità elettromotrice è rappresentata dall'area del parallelogramma, i cui lati rappresentano la velocità e l'induzione magnetica, e la sua direzione è normale a questo parallelogramma, condotta in modo che la velocità, l'induzione magnetica e l'intensità elettromotrice si trovino in ordine ciclico destro.

Il terzo termine di ognuna delle equazioni [B] dipende dalla variazione temporale del campo magnetico. Questa può essere dovuta o alla variazione temporale della corrente elettrica nel circuito primario, o al movimento del circuito primario. Sia  $\mathbf{E}_2$  la parte dell'intensità elettromotrice che dipende da questi termini. Le sue componenti sono

e queste sono le componenti del vettore  $-\mathbf{dA}/dt$  o Perciò

$$\mathbf{E}_2 =$$

L'ultimo termine di ciascuna equazione [B] è dovuto alla variazione della funzione  $\Psi$  in diverse parti del campo. Si potrà scrivere la terza parte dell'intensità elettromotrice, dovuta a questa causa come

L'intensità elettromotrice, come è definita dall'equazione [B], può quindi essere scritta anche nella forma dei quaternioni

"

### 2.3 Invarianza delle equazioni di campo.

MAXWELL J.C., *Trattato di elettricità e magnetismo*, Parte IV, capitolo VIII, pp. 351-353, U.T.E.T. (1973).

*"Modificazione delle equazioni dell'intensità elettromotrice quando gli assi a cui sono riferite si muovono nello spazio. {2/6}*

600. Siano  $x', y', z'$  le coordinate di un punto riferite a un sistema di assi retangolari che si muove nello spazio e siano  $x, y, z$  le coordinate dello stesso punto riferite a degli assi fissi.

Le componenti della velocità dell'origine del sistema in movimento siano  $u, v, w$ , e quelle della sua velocità angolare  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  riferite al sistema di assi fisso; si scelgano gli assi fissi in modo che coincidano nel dato istante con quelli mobili; allora le sole quantità che saranno diverse per i due sistemi di assi saranno quelle differenziate rispetto al tempo. Se  $\delta x/\delta t$  indica una velocità componente in un punto mobile in connessione rigida con gli assi mobili, e  $dx/dt$  e  $dx'/dt$  quelle di un punto mobile, che possiede la stessa posizione istantanea, riferite rispettivamente agli assi fissi e a quelli mobili, allora è:

con delle equazioni simili per le altre componenti.

Per la teoria del moto di un corpo di forma invariabile, si ha

Poiché  $F$  è una componente di una quantità munita di direzione parallela a  $x$ , se  $dF'/dt$  è il valore di  $dF/dt$  riferito agli assi mobili, si può dimostrare che è:

Sostituendo a  $dF/dy$  e  $dF/dz$  i loro valori dedotti dalle equazioni [A] dell'induzione magnetica, e ricordando che, per la [2],

troviamo

Se ora poniamo

L'equazione per  $P$ , componente dell'intensità elettromotrice parallela a  $x$ , è per la [B]

riferita agli assi fissi. Sostituendo i valori delle quantità riferiti agli assi mobili, abbiamo

per il valore di  $P$  riferito agli assi mobili.

601. Da ciò risulta che l'intensità elettromotrice è espressa da una formula dello stesso tipo, sia che i movimenti dei conduttori siano riferiti ad assi fissi, sia che lo siano ad assi mobili nello spazio, e la sola differenza tra le formule è che nel caso degli assi mobili il potenziale elettrico  $\Psi$  deve essere cambiato in  $\Psi + \Psi'$ . In tutti i casi in cui si produce corrente in un circuito conduttore, la forza elettromotrice è l'integrale di linea

preso lungo la curva. Il valore di  $\Psi$  scompare da questo integrale, cosicché l'introduzione di  $\Psi$  non ha alcuna influenza sul suo valore. {2/7} In tutti i fenomeni, perciò, relativi a circuiti chiusi e alle correnti che li percorrono, è indifferente che gli assi a cui si riferisce il sistema siano in quiete o in movimento."

Note al testo.

{2/1} Ci riferiamo all'opera più conosciuta di Maxwell, pubblicata nel 1873, *Treatise on electricity and magnetism*.<sup>4</sup> Nella Prefazione alla prima edizione, Maxwell sottolineava la differenza tra la propria impostazione teorica e quella dei fisici continentali. Dichiarava inoltre esplicitamente il proprio debito intellettuale nei confronti di Faraday, per quanto riguardava, in particolare l'adesione al modello di azione contigua attraverso un mezzo.

MAXWELL J.C., *Trattato di elettricità e magnetismo*, Prefazione alla prima edizione, p. 132, U.T.E.T. (1973).

“Per esempio Faraday aveva visto, con gli occhi della mente, linee di forza che attraversano tutto lo spazio, dove i matematici vedevano centri di forza che attraggono a distanza; Faraday vedeva un mezzo, dove quelli non vedevano altro che distanze; Faraday cercava la base dei fenomeni in vere e proprie azioni che si svolgono nel mezzo, mentre quelli si accontentavano di averla trovata in un potere di azione a distanza esercitata sui fluidi elettrici.

Quando ebbi tradotto quelle che consideravo le idee di Faraday in forma matematica, trovai che in generale i risultati dei due metodi coincidevano, così che con entrambi si potevano spiegare gli stessi fenomeni e dedurre le stesse leggi di azione; [...].

Trovai anche che molti dei più fecondi metodi di ricerca scoperti dai matematici potevano essere espressi in termini di idee derivate da Faraday, molto meglio che non nella loro forma originaria.”

E' opportuno sottolineare che l'azione contigua di Maxwell non è quella propagazione di campi nel vuoto alla quale noi oggi pensiamo.

BEVILACQUA F., "H.A. Lorentz, theoretical physics and the unification of electrodynamics: 1870-1895", *EPS-8, Trends in Physics, Proceedings - part III*, pag. 983.

“Da un punto di vista contemporaneo, la propagazione contigua dei campi elettromagnetici classici nello spazio vuoto è accettata “naturalmente” ed è detta “maxwelliana”. Ma Maxwell contrappose, alle teorie già esistenti e ben sistemate dell'azione a distanza, una teoria di azione contigua fondata sull'ipotesi di una materia eterea in quiete che occupava tutto lo spazio. L'azione contigua era intesa in un senso molto materiale, in analogia con la meccanica dei corpi deformabili.”

{2/2} Qui Maxwell ricalca l'interpretazione del fenomeno di induzione data da Faraday, in termini di linee di forza attraversate dal circuito. Come abbiamo già osservato, la spiegazione del fenomeno è perfettamente simmetrica. La simmetria è intrinseca: le correnti indotte sono prodotte dalla variazione temporale, qualunque sia essa la causa, del numero delle linee di campo che attraversano la superficie del circuito.

{2/3} La legge di Lenz costituisce un elemento importante nell'interpretazione del fenomeno dell'induzione elettromagnetica; essa traduce il fatto che la corrente indotta in un circuito tende a compensare la variazione del flusso magnetico attraverso il circuito stesso. Se il flusso magnetico attraverso il circuito aumenta, la corrente è indotta in un verso tale da

---

<sup>4</sup>. J.C. Maxwell; TRATTATO DI ELETTRICITA' E MAGNETISMO; U.T.E.T.; 1973; 2 Vol.

produrre, a sua volta, un flusso magnetico che ha direzione opposta a quella del flusso primario. In questo modo i due flussi si sottraggono e l'effetto complessivo è un minore aumento del flusso. Similmente, se il flusso magnetico attraverso il circuito diminuisce, la corrente è indotta in un verso tale da produrre, a sua volta, un flusso magnetico che ha direzione opposta a quella del flusso primario. Di nuovo, si ha un effetto di parziale compensazione: la corrente indotta tende a contrastare la diminuzione del flusso. Questo effetto di compensazione si manifesta anche nel fatto che, quando circuito primario e secondario si allontanano, la corrente indotta nel circuito secondario ha un verso tale che i due circuiti si attraggono; viceversa, quando i due circuiti si avvicinano, si produce repulsione.<sup>5</sup>

Inoltre, la legge di Lenz è suscettibile di una interessante interpretazione dal punto di vista dell'energia: se, in un circuito percorso da una corrente crescente nel tempo, la corrente indotta non avesse un effetto di compensazione ma avesse un effetto sommativo, potrebbe instaurarsi nel circuito stesso una corrente arbitrariamente alta, tale da violare ogni legge di conservazione.

{2/4} Descriviamo i simboli usati da Maxwell:  $x, y, z$ , sono le coordinate;  $t$  è il tempo;  $\mathbf{E}$  è l'intensità elettromotrice;  $\mathcal{E}$  è la "forza elettromotrice", integrale di linea del vettore  $\mathbf{E}$ ;  $a, b, c$ , sono le componenti del vettore  $\mathbf{B}$ , induzione magnetica;  $F, G, H$ , sono le componenti del vettore  $\mathbf{A}$ , "momento elettrocinetico", a noi noto come "potenziale vettore";  $\Psi$  è il potenziale elettrico. Maxwell usa l'espressione "intensità elettromotrice" per indicare ciò che noi usualmente chiamiamo "intensità di campo elettrico".

Nella precedente deduzione egli usa, in particolare, le relazioni

ricducibili alla relazione vettoriale  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$

Potremmo scrivere le tre equazioni scalari per l'intensità elettromotrice in una unica equazione vettoriale, nel modo seguente:

Il secondo termine può essere scritto in una forma più familiare applicando l'operatore 'rot':

Maxwell analizza successivamente i tre termini. Nei primi due termini si possono riconoscere le due differenti interpretazioni relative al fenomeno dell'induzione elettromagnetica: il moto delle cariche elettriche di un conduttore relativamente a un campo

---

<sup>5</sup>. cfr.: J.C. Maxwell; op. cit.; II° vol., pag. 257-258; cfr.: Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M., *La fisica di Feynman*, Inter European Editions (1975), vol II-1, p. 16-7.

magnetico, oppure il moto della sorgente del campo magnetico relativamente alle cariche del conduttore, rispettivamente.

{2/5} Nel momento in cui Maxwell indaga le cause dell'instaurarsi della f.e.m., si rompe la simmetria tra le due diverse configurazioni cinematiche relative al fenomeno dell'induzione elettromagnetica: circuito in moto in un campo magnetico stazionario, campo magnetico variabile nell'intorno di un circuito in quiete. Questi due casi corrispondono ai primi due termini dell'espressione per  $\mathbf{E}$ , così come dati nella {2/4}.

{2/6} Maxwell intendeva indagare se vi fosse una intrinseca dipendenza delle equazioni dal sistema di riferimento. Egli riesce a mostrare che non vi è tale dipendenza, e utilizza per questo le equazioni classiche (galileiane) di trasformazione tra due sistemi di riferimento. La sua dimostrazione, come egli stesso ammette più avanti nel testo, è limitata alle correnti chiuse. Questo tentativo di Maxwell è concettualmente molto importante, sia in se stesso che in relazione alle successive ricerche di Lorentz. Si trattava, in sostanza, di controllare se una traslazione uniforme influenzava o no le equazioni che descrivevano i fenomeni elettromagnetici. La questione è effettivamente collegata alle interpretazioni del fenomeno dell'induzione elettromagnetica; infatti, le due configurazioni cinematiche di cui abbiamo parlato sono ottenibili una dall'altra per mezzo di una traslazione uniforme. Il fenomeno è invariante per traslazione uniforme, cioè è simmetrico rispetto alle due configurazioni cinematiche. Se anche le equazioni fossero invarianti per traslazione uniforme, allora esse rispecchierebbero la simmetria del fenomeno. Resterebbe comunque da spiegare perché, nella ricerca "delle cause della forza elettromagnetica" - per usare le parole di Maxwell - le equazioni si "biforcano", cioè presentano termini matematicamente distinti.

{2/7} Il fatto che  $\Psi$  scompaia dall'integrale è dovuto all' annullarsi del 'lavoro' fatto da un campo elettrostatico lungo un percorso chiuso, altrimenti espresso dalla relazione vettoriale

### 3. Il contributo di Lorentz.

#### 3.1 Le equazioni per le cariche, le forze e i campi

#### 3.2 La "teoria degli elettroni".

#### 3.3 Il contributo alla simmetria.

#### 3.1 - Le equazioni per le cariche, le forze e i campi. {3/1}

LORENTZ H.A. (1892) [a], "La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants", *Arch. Néer*, 25, p. 432-434; rist. in LORENTZ H.A., *Collected Papers*, The Hague, Nijhoff (1935-1939), vol.2, p.164.

“Mi è parso utile sviluppare una teoria dei fenomeni elettromagnetici, basata sull'idea di una materia ponderabile perfettamente permeabile all'etere, che possa muoversi senza comunicare a quest'ultimo il minimo movimento. {3/2} Alcuni fenomeni ottici possono essere invocati a sostegno di questa ipotesi e, nonostante il dubbio sia ancora permesso, è sicuramente importante analizzare tutte le conseguenze di questo punto di vista. Sfortunatamente, fin dall'inizio, si presenta una difficoltà piuttosto seria. In effetti, come farsi una precisa idea di un corpo che, mentre viaggia attraverso l'etere e da questo è attraversato, è sede di corrente elettrica o di un fenomeno dielettrico? Per superare la difficoltà, per quel tanto che mi era possibile, io ho cercato di ricondurre tutti i fenomeni a uno solo, il più semplice di tutti, e che non è altro che il movimento di un corpo elettrizzato. Si vedrà che, pur senza approfondire la relazione tra la materia ponderabile e l'etere, si può definire un sistema di equazioni atte a descrivere ciò che avviene in un sistema di tali corpi. Queste equazioni sono suscettibili di svariate applicazioni, ... In queste applicazioni, sarà sufficiente ammettere che tutti i corpi ponderabili contengono una moltitudine di piccole particelle con cariche positive o negative, e che i fenomeni elettrici sono prodotti dallo spostamento di queste particelle. {3/3} Secondo questo modo di vedere, una carica elettrica è costituita da un eccesso di particelle, le cui cariche hanno un segno determinato, una corrente elettrica è una effettiva corrente di questi corpuscoli, e negli isolanti materiali vi sarà 'spostamento elettrico' per il quale le particelle elettriche contenute sono allontanate dalle loro posizioni di equilibrio. [...]

Sarebbe possibile, dopo aver stabilito le formule assai semplici che governano il movimento delle particelle cariche, fare astrazione dal ragionamento che vi ha condotto, e guardare queste formule come se esprimessero una legge fondamentale, confrontabile con quelle di *Weber* e di *Clausius*. Tuttavia queste equazioni conservano sempre l'impronta dei principi di Maxwell. *Weber* e *Clausius* consideravano le forze che si esercitano tra due atomi di elettricità, come determinate dalla posizione relativa, le velocità e le accelerazioni, che questi atomi presentano nel momento in cui si vuol considerare la loro azione. Al contrario, le formule alle quali perverremo esprimono, da una parte, quali cambiamenti di stato sono provocati nell'etere dalla presenza e dal moto dei corpuscoli elettrizzati, dall'altra, esse fanno conoscere la forza con la quale l'etere agisce su una qualunque di queste particelle. {3/4} Se questa forza dipende dal movimento delle altre particelle, è perchè questo movimento ha modificato lo stato dell'etere. Anche il valore della forza, a un certo momento, non è determinata dalle velocità e dalle accelerazioni che i piccoli corpi possiedono in quello stesso istante; essa deriva piuttosto da movimenti che già vi hanno avuto luogo. In termini generali,

si può dire che i fenomeni eccitati nell'etere, dal moto di una particella elettrizzata, si propagano con una velocità pari a quella della luce. Si ritorna dunque a una idea che *Gauss* aveva già espresso nel 1845, secondo la quale le azioni elettromagnetiche richiedevano un certo tempo per propagarsi dalla particella agente alla particella che ne subiva gli effetti.”

LORENTZ H.A. (1892) [a], "La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants", *Arch. Néer*, 25, p. 451-452.

“Le particelle cariche, il cui spostamento da luogo ai fenomeni elettrici, non possono ruotare attorno al loro centro e, per determinarne il movimento di traslazione, è sufficiente usare le equazioni [..], che possono essere presentate nella forma seguente **{3/5}**:

(I)

A queste formule occorre aggiungere le equazioni che determinano lo stato dell'etere e che sarà utile qui ricapitolare:

(II)

(III)

(IV)

(V) **{3/6}** "

LORENTZ H.A. (1892) [a], "La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants", *Arch. Néer*, 25, p. 474.

"In tutti i punti esterni a queste particelle, queste equazioni si riducono alla forma più semplice **{3/7}**:"

”

### 3.2 La "teoria degli elettroni".

LORENTZ H.A., *The Theory of electrons*, Dover, (1952), p. 2.

"1. [...] La prima di queste [assunzioni] è che in un campo elettrico c'è un certo stato di cose che da origine ad una forza agente su un corpo elettrizzato e che quindi può essere simbolicamente rappresentata dalla forza agente su tale corpo per unità di carica. Questa è ciò che noi chiamiamo la *forza elettrica*, simbolo di uno stato del mezzo sulla cui natura noi non oseremo fare altre asserzioni. La seconda assunzione riguarda il campo magnetico. Senza pensare a quelle rotazioni nascoste delle quali ho appena parlato, possiamo definirlo per mezzo della cosiddetta forza magnetica, cioè la forza agente su un polo di intensità unitaria."  
**{3/8}**

LORENTZ H.A., *The Theory of electrons*, Dover, (1952), p. 11-15.

"7. Dobbiamo ora familiarizzarci con le equazioni che stanno alla base della teoria matematica degli elettroni. Permettetemi di introdurle tramite qualche osservazione preliminare.

In primo luogo, attribuiremo a ciascun elettrone dimensioni finite, comunque piccole possano essere, e porremo attenzione non solo al campo esterno, ma anche allo spazio interno, nel quale vi sia posto per molti elementi di volume e lo stato di cose possa variare da punto a punto. In quanto a questo, supporremo che tale stato sia dello stesso tipo di quello esterno. In verità, dobbiamo porre tra le assunzioni fondamentali che l'etere pervada tutte queste particelle, oltre ad occupare lo spazio tra le molecole. Aggiungeremo l'ipotesi che, sebbene le particelle possano muoversi, *l'etere resti sempre in quiete*. Possiamo conciliarci con questa idea a prima vista stravagante pensando alle particelle di materia come a una qualche modificazione locale dello stato dell'etere. Naturalmente queste modificazioni possono propagarsi mentre l'elemento di volume del mezzo in cui esse esistono può restare in quiete.

Ora, se all'interno di un elettrone c'è etere, ci sarà pure un campo elettromagnetico, e tutto ciò che dobbiamo fare è stabilire un sistema di equazioni che sia applicabile sia alle parti di etere nelle quali vi è carica elettrica - cioè gli elettroni -, che alle parti nelle quali non vi è. In quanto alla distribuzione della carica, siamo liberi di fare qualunque assunzione ci piaccia. Ci sembra conveniente supporre che essa sia distribuita su un certo spazio, diciamo su tutto il volume occupato dall'elettrone; considereremo la densità di volume  $\rho$  come una funzione continua delle coordinate, così che la particella non abbia confini netti, ma sia circondata da uno strato sottile nel quale la densità decresca gradualmente dal valore interno al valore 0. Grazie a queste ipotesi sulla continuità di  $\rho$ , che estenderemo a tutte le altre grandezze che compaiono nelle equazioni, non dobbiamo preoccuparci di superfici di discontinuità e neppure gravare la teoria di equazioni ad esse collegate. Inoltre, se supponiamo che la differenza tra l'etere all'interno degli elettroni e l'etere privo di elettroni sia data, per quanto siamo a ciò interessati, solo dall'esistenza di una densità di volume all'interno, le equazioni per il campo esterno si otterranno da quelle per il campo interno ponendo semplicemente  $\rho=0$ ; in tal modo dobbiamo scrivere solo *un* sistema di equazioni differenziali.

Naturalmente, queste saranno ottenute, per mezzo di adeguate modifiche, evidenziando l'influenza della carica, dalle equazioni (2)-(5) che abbiamo stabilito per l'etere libero, cioè per l'etere privo di carica. E' possibile conseguire questo risultato con la più lieve modifica concepibile, e così stabilire il seguente sistema

[...]

**8.** Dobbiamo aggiungere un'altra equazione, della stessa importanza delle (17)-(20). [...]

Tuttavia, per spiegare i fenomeni elettromagnetici, siamo costretti ad andare un po' oltre. Non è sufficiente considerare  $\rho$  semplicemente come il simbolo di un certo stato dell'etere. Al contrario, dobbiamo riconoscere alle cariche un certo margine di sostanzialità, almeno fintanto che ammettiamo la possibilità di *forze* agenti su di esse, che causano o modificano il loro moto. La parola "forza" è qui considerata nel senso usuale della dinamica, e noi potremo facilmente abituarci all'idea di forze agenti sulle cariche se le concepiamo o unite a ciò che chiamiamo usualmente materia o come proprietà di questa materia. E' questa l'idea sottostante al nome "particella carica", che abbiamo usato e ancora occasionalmente useremo per indicare un elettrone. Vedremo in seguito che, in qualche caso almeno, l'adeguatezza di questo nome è un po' discutibile.

Comunque, noi dobbiamo senz'altro parlare di qualcosa come la forza agente su una carica, o su un elettrone, o sulla materia carica, qualunque sia il nome che si preferisce dare. Ora, in accordo con i principi generali della teoria di Maxwell, noi riterremo che tale forza sia causata dallo stato dell'etere e inoltre, poiché questo mezzo pervade gli elettroni, sia esercitata dall'etere su tutti i punti interni di queste particelle, ovunque vi sia carica. **{3/9}** Se dividiamo l'intero elettrone in elementi di volume, ci sarà una forza agente su ciascun elemento e determinata dallo stato dell'etere esistente al suo interno. Supporremo che tale forza sia proporzionale alla carica dell'elemento, così da essere interessati solo alla forza agente su una carica unitaria. Questa è ciò che possiamo correttamente chiamare *la forza elettrica*. La rappresenteremo con  $\mathbf{f}$ . La formula che la esprime, e che dobbiamo aggiungere alle (17)-(20), è la seguente:

(23)

Come le nostre precedenti equazioni, essa è ottenuta generalizzando i risultati degli esperimenti elettromagnetici. {ancora il 'baconismo' di Faraday e il richiamo a Maxwell} Il primo termine rappresenta la forza agente su un elettrone in un campo elettrostatico; veramente, in questo caso, la forza per unità di carica deve essere completamente determinata dallo spostamento dielettrico. D'altra parte, la componente della forza espressa dal secondo termine può essere derivata dalla legge secondo la quale un elemento di filo percorso da corrente subisce da parte del campo magnetico una forza perpendicolare a sé ed alle linee di forza, ....

Come semplice ed interessante applicazione di questo risultato, posso citare la spiegazione (che esso permette) della corrente indotta in un filo in moto attraverso le linee di forza magnetiche. I due tipi di elettroni, aventi la velocità  $\mathbf{v}$  del filo, in tal caso sono spinti in direzioni opposte dalle forze definite dalla nostra formula.

**9.** Dopo aver preso atto dell'esistenza, in un caso della forza  $\mathbf{d}$  e in un altro caso della forza  $\mathbf{f}$ , ora combiniamo le due nel modo mostrato dall'equazione

(23); andando oltre i risultati sperimentali, faremo l'assunzione che le due forze, in generale, esistano nello stesso istante."

### 3.3 Un contributo alla simmetria.

LORENTZ H.A., *The Theory of electrons*, Dover, (1952), p. 57.

"44. Passeremo ora a certe equazioni che ci torneranno utili quando parleremo dell'influenza della traslazione della Terra sui fenomeni ottici. Esse si riferiscono ai fenomeni elettromagnetici in un sistema di corpi dotati di una comune traslazione uniforme, la cui velocità denoteremo con  $\mathbf{w}$ , e sono derivate dalle nostre originali equazioni per mezzo di un cambio di variabili. E' piuttosto naturale riferire i fenomeni di un sistema in moto non ad un sistema di assi in quiete, ma ad un sistema solidale con quello, che ne condivide la traslazione; queste nuove coordinate saranno indicate con  $x', y', z'$ . Esse sono date da

Si riterrà pure utile porre la nostra attenzione sulla velocità  $u$  delle cariche rispetto agli assi in moto, così che, nelle nostre fondamentali equazioni, dobbiamo porre

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} + \mathbf{u} .$$

E' stato mostrato che, in quei casi in cui la velocità di traslazione  $\mathbf{w}$  è così piccola che il suo quadrato  $\mathbf{w}^2$ , o piuttosto la frazione  $\mathbf{w}^2/c^2$ , può essere trascurata, le equazioni differenziali riferite agli assi in moto mantengono quasi la stessa forma delle formule originali se, invece di  $t$ , introduciamo una nuova variabile indipendente  $t'$  e se, allo stesso tempo, lo spostamento elettrico e la forza magnetica sono sostituiti da certi altri vettori che chiameremo  $\mathbf{d}'$  e  $\mathbf{h}'$ . La variabile  $t'$  è definita dall'equazione

e i vettori  $\mathbf{d}'$  e  $\mathbf{h}'$  da

" {3/10}

## Note al testo

**{3/1}** Da un punto di vista generale, va attribuita a Lorentz una originale sintesi tra la teoria elettromagnetica di Maxwell e le teorie continentali.

“In effetti, l'innovazione di Lorentz implicava [...] una profonda modificazione di tutti i precedenti modelli concettuali dell'elettrodinamica e, nello stesso tempo, forniva una apprezzabile sintesi.”<sup>6</sup>

Nel capitolo introduttivo di questa memoria (1892), nel paragrafo “Ipotesi fondamentali”, Lorentz confrontava le diverse posizioni metodologiche all'interno dell'elettromagnetismo, dichiarando la propria adesione all'approccio di Maxwell. Proprio la teoria di Maxwell poteva rappresentare, secondo Lorentz, il punto di partenza per una spiegazione elettromagnetica dei fenomeni ottici connessi al moto dei mezzi trasparenti attraverso l'etere.

**{3/2}** Con il capitolo IV°, dal titolo “Teoria di un sistema di particelle cariche che attraversano l'etere senza trattenerlo”, inizia la parte più originale della memoria di Lorentz. Egli dichiarava esplicitamente l'obiettivo principale di tutta la trattazione: dare una giustificazione elettromagnetica alla teoria ottica di Fresnel, partendo dall'ipotesi di un etere in quiete, non influenzato dal moto della materia attraverso di esso. Per affrontare la complessità dei fenomeni elettromagnetici e ottici, all'interno di un corpo in movimento attraverso l'etere, erano necessarie ipotesi semplificatrici sulla natura della materia e dell'elettricità.

**{3/3}** A questo punto Lorentz spiegava la sua ipotesi sul rapporto tra elettricità e materia. La materia conteneva atomi di elettricità, la cui eccedenza aveva come effetto che i corpi fossero carichi, e il cui movimento attraverso la materia aveva come effetto la corrente elettrica.

**{3/4}** Lorentz precisava la sua adesione allo schema concettuale dell'azione contigua che, con Maxwell, prevedeva che l'azione elettromagnetica si propagasse attraverso l'etere, in un tempo finito. Tuttavia, in base alle considerazioni svolte in questa parte della memoria, Lorentz non potrebbe definirsi un “puro” maxwelliano. Si riconosce, nell'impresa di Lorentz, il contributo della scuola dell'azione a distanza ritardata, in particolare di Helmholtz.

“L'accettazione, da parte di Lorentz, di una propagazione in un etere vuoto implicava un passo indietro verso le teorie dell'azione ritardata a distanza, in uno spazio vuoto. [...]”

[Ma] Lorentz, nonostante altri elementi non-maxwelliani, come l'ipotesi di una unità di carica elettrica quale sorgente delle interazioni, sosteneva di essere maxwelliano. [...]”

Lorentz iniziò le sue ricerche dalla proposta di Helmholtz e comprese Maxwell attraverso la riformulazione di Helmholtz: le cariche producono, a distanza, onde di polarizzazione. Ma, fin dall'inizio, Lorentz, che dichiarava esplicitamente la

---

<sup>6</sup> F. BEVILACQUA, “H.A. Lorentz, theoretical physics and the unification of electrodynamics: 1870-1895”, EPS-8, Trends in Physics, Proceedings - part III.

pertinenza della connessione tra differenti modelli concettuali, mirava ad una sintesi tra elettricità corpuscolare e azione contigua. Di più, dal '70, egli iniziò a concepire la possibilità di una propagazione contigua in uno spazio vuoto, un concetto alquanto non meccanico, difficile a distinguersi dall'azione ritardata a distanza.”<sup>7</sup>

**{3/5}** Nell'ultimo paragrafo del capitolo IV°, “Ricapitolazione delle più importanti formule”, Lorentz elencava sinteticamente le equazioni per i campi nell'etere e per la forza agente sulle cariche elettriche. X, Y, Z, erano le componenti della forza elettromagnetica, oggi chiamata, nei manuali, “forza di Lorentz”. Conformemente al *Trattato* maxwelliano, f, g, h, indicavano le componenti dello ‘spostamento elettrico’ **D**;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , indicavano le componenti della ‘forza magnetica’ **H**.

Se x, y, z, indicavano le coordinate spaziali e t indicava il tempo,  $v_x, v_y, v_z$ , indicavano le componenti cartesiane della velocità di una particella carica, V indicava la velocità della luce nell'etere,  $\rho$  indicava la densità della carica elettrica, 'dt' era l'elemento infinitesimo di volume.

Lorentz riscrive le equazioni che compaiono nel *Trattato* di Maxwell, senza ridondanze e in modo più schematico. Egli presenta 5 gruppi di equazioni scalari che possono ricondursi a 5 equazioni vettoriali (vedi {3/6}). Le 5 equazioni non sono tutte dello stesso tipo. Le ultime 4 sono equazioni per i campi, elettrico e magnetico, nell'etere e nella materia, mentre la prima equazione si riferisce alla forza agente su una particella elettricamente carica. Se quest'ultima equazione afferisce al modello concettuale dell'azione a distanza tra particelle, le altre afferiscono al modello concettuale dell'azione contigua attraverso un mezzo. Questa compresenza di elementi così diversi dal punto di vista concettuale è in Lorentz estremamente esplicita. Non dobbiamo però dimenticare che pure in Maxwell, nonostante più volte egli avesse dichiarato la sua adesione al modello dell'azione contigua di Faraday, sono presenti anche contributi riconducibili al modello antagonista.

**{3/6}** Con il formalismo vettoriale, potremmo tradurre le precedenti equazioni, nell'ordine, come:

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{D} + \mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (\text{I})$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (\text{II})$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0 \quad (\text{III})$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi(\mathbf{J} + \dot{\mathbf{D}}) \quad (\text{IV})$$

$$4\pi c^2 \text{rot } \mathbf{D} = -\dot{\mathbf{H}} \quad (\text{V})$$

**{3/7}** Nel capitolo VI°, “Propagazione della luce in un dielettrico ponderabile che si trova in quiete”, Lorentz riscriveva le equazioni per il campo elettromagnetico, nell'etere esterno alla materia. In tal caso,  $\rho = 0$ .

---

<sup>7</sup> F. BEVILACQUA, op. cit.

**{3/8}** In questo trattato (1908), Lorentz conferma l'approccio all'elettromagnetismo espresso nella memoria del 1892. Da una parte vi sono i campi e dall'altra parte vi sono forze e particelle: vi è "un certo stato di cose", non meglio definito, che ci permette di collegare gli uni alle altre. Le due rappresentazioni restano diverse ma è possibile passare dall'una all'altra con una opportuna operazione. Questa operazione è in realtà una definizione; nel caso del campo elettrico, l'intensità del campo è la forza agente sull'unità di carica. Osserviamo che questa è la stessa definizione tuttora utilizzata nei manuali.

**{3/9}** E' dunque necessario, secondo Lorentz, introdurre nella teoria il concetto di forza agente su una particella carica; notiamo che, in questo brano, le uniche parole o espressioni evidenziate con virgolette o corsivo sono: 'forza', 'forza elettrica', 'particella carica'. Richiamandosi ancora a Maxwell, egli ritiene la propria teoria elettromagnetica fondata sulla concezione maxwelliana di azioni che si propagano attraverso l'etere. La coerenza del suo approccio consisterebbe nel fatto che il concetto di forza è riconducibile al concetto di etere: chiamiamo "forza" l'azione dell'etere sui corpi elettrizzati.

**{3/10}** Il contenuto di questo brano sembra divergere dal tema dell'induzione elettromagnetica; ma in realtà esso riguarda l'asimmetria teorica con cui si interpretano le due opposte configurazioni cinematiche: circuito in moto e magnete in quiete, oppure circuito in quiete e magnete in moto. Già nella sezione "Situazione problematica" abbiamo mostrato come i due casi vengano schematicamente interpretati in termini di "forza magnetica" o "forza elettrica" rispettivamente. Abbiamo visto che anche Maxwell aveva proceduto in modo simile quando elencava "le differenti cause della forza elettromotrice" (cfr. 2.2). Al risultato appena esposto da Lorentz pervengono anche alcuni manuali (vedi sezione "Manuali"), semplicemente imponendo l'invarianza "galileiana" all'equazione integro-differenziale che traduce matematicamente la legge di induzione<sup>8</sup>. Questo risultato era già stato raggiunto da Lorentz in un saggio del 1895<sup>9</sup>: una "forza puramente elettrica" o una "forza puramente magnetica", imponendo l'invarianza delle equazioni di campo per traslazione uniforme, si trasformano matematicamente nella combinazione di una forza elettrica con una forza magnetica. Questo risultato teorico depotenzia di fatto l'asimmetria sopra citata perché con esso viene a mancare la netta distinzione tra forza "elettrica" e forza "magnetica".

Nella parte del saggio dedicata all'ottica dei corpi in movimento, Lorentz riprendeva in considerazione, come nella prima memoria del 1892, l'equazione del tipo

dove

---

<sup>8</sup> cfr.: JACKSON D.J., *Classical Electrodynamics*, John Wiley and Sons, Inc., (1962), pp. 210-213.

<sup>9</sup> LORENTZ H.A. (1895), *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Brill; rist. in *Collected Papers*, 5, p. 1; parz. trad. ingl. in *Principle of relativity*, Dover (1952), p. 3; parz. trad. ingl. in SCHAFFNER K.F., *Nineteenth-century aether theories*, Pergamon Press (1972), p. 247.

corrispondente ad una equazione d'onda non omogenea, trasformata dal sistema di riferimento  $S$  al sistema di riferimento  $S_r$ . Affinché tale equazione potesse ricondursi ad un'equazione d'onda, propagantesi con velocità 'c', indipendentemente dal moto della sorgente, Lorentz utilizzò le stesse equazioni del 1892, che operavano una trasformazione spazio-temporale tra il riferimento  $S_r$  e un nuovo riferimento  $R'$ . Al primo ordine di approssimazione in  $v/c$ , le equazioni di trasformazione erano date da

$$(T_2)$$

Con tali trasformazioni, trascurando i termini di ordine superiore al primo, Lorentz otteneva l'equazione d'onda

La nuova variabile,  $t'$  o  $t_L$ , era chiamata "tempo locale", poiché dipendeva dalla posizione  $x$ ; nello schema di Lorentz essa non possedeva la stessa realtà di  $t$ , il "tempo universale", il vero, reale, tempo fisico<sup>10</sup>.

Le stesse equazioni di trasformazione per lo spazio e per il tempo, applicate alle equazioni di Maxwell-Lorentz per l'etere libero, ne assicuravano la loro invarianza, cioè la loro validità nel riferimento  $R'$ , così come nel riferimento  $S$ . Così, nel riferimento  $S_r$  modificato, cioè in  $R'$ , si aveva

purché

L'enunciazione di questa invarianza era chiamata da Lorentz "teorema degli stati corrispondenti".

"... Lorentz introdusse  $\mathbf{E}_r$  [ $\mathbf{E}'$ ] e  $\mathbf{B}_r$  [ $\mathbf{B}'$ ] semplicemente come 'nuovi' vettori, senza ulteriori spiegazioni; così, all'ordine  $v/c$ , usando  $t_L$  invece di  $t_r$ , le leggi dell'ottica erano le stesse in  $S_r$  e in  $S$ . Lorentz si riferiva a questo risultato come al '*teorema*

---

<sup>10</sup> Cfr.: A.I. MILLER, op. cit., p. 34.

<sup>11</sup> Cfr. Ibidem, p. 35.

*degli stati corrispondenti*: se lo stato di un sistema, caratterizzato da E e B, come funzioni di (x; y; z; t), esiste in S, allora esisterà in S<sub>r</sub> uno stato corrispondente, caratterizzato da E<sub>r</sub> e B<sub>r</sub>, come funzioni di (x<sub>r</sub>; y<sub>r</sub>; z<sub>r</sub>; t<sub>L</sub>).<sup>12</sup>

Il “teorema degli stati corrispondenti” permetteva a Lorentz di derivare: la legge dell'aberrazione stellare, la legge dell'effetto Doppler e la legge di Fresnel sul coefficiente di trascinamento<sup>13</sup>. Si trattava, lo ripetiamo, di risultati validi solo al primo ordine in v/c.

---

<sup>12</sup> Ibidem, pp. 35-36.

<sup>13</sup> Cfr.: Ibidem, pp. 36-39.

## 4. L'interpretazione di Einstein.

### 4.1 Le asimmetrie nell'interpretazione della teoria di Maxwell.

### 4.2 La preliminare analisi cinematica.

### 4.3 L'invarianza delle equazioni elettromagnetiche e le trasformazioni per i campi.

A. EINSTEIN ; "Zur Elektrodynamik bewegter Körper" ("L'elettrodinamica dei corpi in movimento") ; *Ann. Phys.* , XVII , 891 , (1905).

### 4.1 Le asimmetrie nell'interpretazione della teoria di Maxwell.

"E' noto che l'elettrodinamica di Maxwell - così come è oggi comunemente intesa - qualora applicata ai corpi in movimento, conduce ad asimmetrie che non sembrano conformi ai fenomeni. {4/1} Si consideri, ad esempio, l'azione elettrodinamica che si esercita reciprocamente tra un magnete e un conduttore. Il fenomeno osservabile dipende, in questo caso, solo dal moto relativo di magnete e conduttore, mentre la concezione usuale contempla due casi nettamente distinti, a seconda di quale dei due corpi sia in movimento. Infatti, se si muove il magnete e rimane stazionario il conduttore, si produce, nell'intorno del magnete, un campo elettrico con una ben determinata energia, il quale genera una corrente nei luoghi ove si trovano parti del conduttore. Se, viceversa, il magnete resta stazionario e si muove il conduttore, non nasce, nell'intorno del magnete, alcun campo elettrico. Tuttavia si osserva, nel conduttore, una forza elettromotrice, alla quale non corrisponde, di per sè, un'energia, ma che - supponendo che il moto relativo sia lo stesso nei due casi - genera correnti elettriche con la stessa intensità e con lo stesso percorso di quelle prodotte dalle forze elettriche nel caso precedente. {4/2}

Esempi di questo tipo, insieme ai tentativi falliti di individuare un qualche movimento della terra relativamente al "mezzo luminifero", portano alla congettura che al concetto di quiete assoluta non corrisponda una proprietà dei fenomeni, né in meccanica, né in elettrodinamica. Piuttosto, come è già stato mostrato per quantità del primo ordine, per ogni sistema di riferimento in cui siano valide le leggi della meccanica, sono valide pure le leggi dell'elettrodinamica e dell'ottica.

Eleveremo questa congettura (alla quale d'ora in poi ci riferiremo come al "Principio di Relatività") allo status di postulato, e inoltre introdurremo un altro postulato, che è solo apparentemente inconciliabile con il precedente: la luce si propaga sempre nello spazio vuoto con una velocità definita  $c$  , indipendentemente dallo stato di moto del corpo che la emette. Questi due postulati sono sufficienti per formulare una teoria semplice e consistente sull'elettrodinamica dei corpi in moto, fondata sulla teoria di Maxwell per i corpi in quiete. L'introduzione di un "etere luminifero" si dimostrerà superflua poiché il punto di vista che qui svilupperemo non si servirà di uno "spazio in quiete assoluta", né assocerà un vettore velocità ad un punto dello spazio vuoto nel quale avvengano processi elettromagnetici.

La teoria che deve essere svolta è basata - come tutta l'elettrodinamica - sulla cinematica del corpo rigido, poiché le asserzioni di qualunque teoria di questo tipo riguardano le relazioni tra corpi rigidi (sistemi di coordinate), orologi e processi

elettromagnetici. L'insufficiente considerazione di questa circostanza è la radice delle difficoltà nelle quali si dibatte oggi l'elettrodinamica dei corpi in moto."

## 4.2 La preliminare analisi cinematica.

### I. PARTE CINEMATICA

#### 2. Sulla relatività di lunghezze e tempi.

Le seguenti considerazioni sono basate sul principio di relatività e sul principio di costanza della velocità della luce. Così definiamo questi due principi:

1. Le leggi secondo le quali variano gli stati di un sistema fisico sono indipendenti dal fatto che queste variazioni di stato vengano riferite all'uno o all'altro di due sistemi di coordinate, in moto traslatorio uniforme l'uno rispetto l'altro.

2. Qualunque raggio di luce si muove nel sistema di coordinate stazionario con la definita velocità  $c$ , indipendentemente dal fatto che il raggio sia emesso da un corpo in quiete o in moto. Di conseguenza,

$$\text{velocità} = \frac{\text{percorso della luce}}{\text{intervallo di tempo}}$$

dove l'intervallo di tempo deve essere inteso nel senso della definizione del paragrafo 1.

Consideriamo un regolo rigido in quiete la cui misura sia  $l$  quando sia misurato da un regolo campione pure in quiete. Immaginiamo ora che l'asse del regolo giaccia lungo l'asse  $x$  del sistema di coordinate stazionario e che ad esso sia impartito un movimento traslatorio uniforme, parallelamente all'asse  $x$ , con velocità  $v$ , nel verso delle  $x$  crescenti. Ora ci chiediamo quale sia la lunghezza del regolo *in moto*, e immaginiamo che sia determinata per mezzo delle due seguenti operazioni:

(a) L'osservatore si muove insieme al regolo campione dato e il regolo da misurare, e misura la lunghezza del regolo sovrapponendo direttamente il regolo campione, proprio come se il regolo da misurare, osservatore e regolo campione fossero in quiete.

(b) Per mezzo di orologi in quiete, dislocati nel sistema stazionario e sincronizzati secondo quanto detto nel paragrafo 1, l'osservatore stabilisce in quali punti del sistema stesso sono situate le due estremità del regolo da misurare, ad un definito tempo  $t$ . La distanza tra questi due punti, misurata con il regolo campione già utilizzato, che in questo caso è in quiete, è pure una lunghezza che può essere definita "la lunghezza del regolo".

Conformemente al principio di relatività, la lunghezza ottenuta con l'operazione (a) - la chiameremo "la lunghezza del regolo nel sistema in moto" - deve essere uguale alla lunghezza  $l$  del regolo in quiete.

La lunghezza ottenuta con l'operazione (b) sarà chiamata "la lunghezza del regolo (in moto) nel sistema stazionario" e sarà determinata sulla base dei nostri due principi. Noi troveremo che essa è diversa da  $l$

La cinematica usuale ipotizza tacitamente che le lunghezze ottenute con queste due operazioni siano esattamente uguali o, in altre parole, che un corpo rigido in moto, all'istante  $t$ , possa essere perfettamente rappresentato, dal punto di vista geometrico, dallo stesso corpo *in quiete* in una data posizione.

Immaginiamo inoltre che alle due estremità  $A$  e  $B$  del regolo siano posti degli orologi sincronizzati con gli orologi del sistema stazionario - cioè che le loro indicazioni corrispondano, in ogni istante, con il "tempo del sistema stazionario" nei luoghi in cui essi si trovano. Di conseguenza, questi orologi sono "sincronizzati nel sistema stazionario".

Immaginiamo inoltre che insieme a ciascun orologio si trovi un osservatore in moto, e che questi osservatori applichino ad entrambi gli orologi il criterio stabilito nel paragrafo 1 per la sincronizzazione dei due orologi. Un raggio di luce parta da  $A$  al tempo <sup>14</sup>  $t_A$ , sia riflesso in  $B$  al tempo  $t_B$ , e raggiunga di nuovo  $A$  al tempo  $t'_A$ . Tenendo in considerazione il principio della costanza della velocità della luce, troviamo che

dove  $r_{AB}$  indica la lunghezza del regolo in moto - misurata nel sistema stazionario. Osservatori in moto insieme al regolo troverebbero così che i due orologi non sono sincronizzati, mentre osservatori nel sistema stazionario dichiarerebbero che gli orologi sono sincronizzati.

Così noi vediamo che non possiamo attribuire un significato *assoluto* al concetto di simultaneità, ma che due eventi che, analizzati in un sistema di coordinate sono simultanei, non possono essere considerati simultanei qualora analizzati in un sistema in moto rispetto quello.

### *3. Teoria delle trasformazioni delle coordinate e del tempo da un sistema stazionario ad un altro sistema in moto traslatorio uniforme rispetto al primo.*

Consideriamo, nello spazio "stazionario", due sistemi di coordinate, cioè due sistemi ciascuno dei quali costituito di tre linee materiali rigide, mutuamente perpendicolari, uscenti da un punto. Gli assi  $X$  dei due sistemi coincidano e siano paralleli, rispettivamente, i loro assi  $Y$  e  $Z$ . Ciascun sistema sia attrezzato con un regolo campione rigido e un certo numero di orologi e siano completamente identici i due regoli campione e tutti gli orologi dei due sistemi.

Sia ora impressa all'origine di uno dei due sistemi ( $k$ ) una velocità (costante)  $v$ , nella direzione delle  $x$  crescenti dell'altro sistema stazionario ( $K$ ) e questa velocità sia pure comunicata agli assi coordinati, al relativo regolo campione e agli orologi. Ad ogni istante  $t$  del sistema stazionario  $K$  corrisponderà una ben precisa posizione degli assi del sistema in moto, e per ragioni di simmetria siamo autorizzati ad assumere che il moto di  $k$  possa essere tale che gli assi del sistema in moto sono al tempo  $t$  (questo " $t$ " indica sempre il tempo del sistema stazionario) paralleli agli assi del sistema stazionario.

---

<sup>14</sup>. Qui "tempo" indica "tempo del sistema stazionario" così come "posizione delle lancette dell'orologio in moto collocato nel punto in questione".

Immaginiamo ora che lo spazio venga misurato dal sistema stazionario  $K$  per mezzo del regolo campione in quiete, e pure dal sistema in moto  $k$  per mezzo del regolo campione in moto con esso; così determiniamo le coordinate  $x, y, z$ , e  $\xi, \eta, \zeta$ , rispettivamente. Inoltre, il tempo  $t$  del sistema stazionario sia determinato, per tutti i punti di esso in cui vi siano orologi, per mezzo di segnali di luce, nel modo indicato nel paragrafo 1. In modo simile, il tempo  $\tau$  del sistema in moto sia determinato, per tutti i punti di esso in cui vi siano orologi in quiete rispetto a quel sistema, applicando il metodo, dato nel paragrafo 1, consistente nello scambiare segnali di luce tra i punti in cui sono situati i suddetti orologi.

Ad ogni insieme di valori  $x, y, z, t$ , che definiscono in modo completo luogo e tempo di un evento, nel sistema stazionario, corrisponde un insieme di valori  $\xi, \eta, \zeta, \tau$ , che definiscono quell'evento rispetto al sistema  $k$ . Il nostro compito consiste ora nel trovare il sistema di equazioni che colleghino queste grandezze.

[...] ... le equazioni di trasformazione trovate diventano

dove

."

### 4.3 L'invarianza delle equazioni elettromagnetiche e le trasformazioni per i campi.

#### "II. PARTE ELETTRODINAMICA

*6. Trasformazioni delle equazioni di Maxwell-Hertz per lo spazio vuoto. Sulla natura delle forze elettromotrici che intervengono in un campo magnetico in moto.*

Siano valide le equazioni di Maxwell-Hertz per lo spazio vuoto, così che si abbia

dove  $(X, Y, Z)$  indica il vettore forza elettrica e  $(L, M, N)$  il vettore forza magnetica.**{4/3}**

Se applichiamo a queste equazioni le trasformazioni svolte nel paragrafo 3, riferendo i fenomeni elettromagnetici al sistema di coordinate colà introdotto, in moto con velocità  $v$ , otteniamo le equazioni

dove

."

Il principio di relatività richiede ora che, se le equazioni di Maxwell-Hertz per lo spazio vuoto valgono nel sistema  $K$ , sono pure valide nel sistema  $k$ . In altre parole, i vettori forza elettrica e forza magnetica,  $(X', Y', Z')$  e  $(L', M', N')$  del sistema in moto  $k$ , definiti per mezzo delle loro azioni ponderomotrici sulla materia elettrica e magnetica rispettivamente, soddisfano le seguenti equazioni:

Evidentemente, i due sistemi di equazioni trovati per il sistema  $k$  devono esprimere esattamente la stessa cosa, poiché entrambi i sistemi di equazioni sono equivalenti alle equazioni di Maxwell-Hertz per il sistema  $K$ . Poiché inoltre le equazioni dei due sistemi concordano, eccetto che per i simboli dei vettori, segue che devono concordare le funzioni che compaiono in posizioni corrispondenti nei due sistemi, [...] così che le nostre equazioni assumono la forma

Per quanto riguarda l'interpretazione di queste equazioni, facciamo la seguente osservazione: una carica elettrica puntiforme abbia intensità "uno" quando misurata nel sistema stazionario K, cioè eserciti la forza di una dine su una carica identica posta alla distanza di un centimetro, quando si trovi in quiete nel sistema stazionario. Per il principio di relatività, questa carica elettrica ha ancora intensità "uno" quando misurata dal sistema in moto. Se questa quantità di elettricità è in quiete nel sistema stazionario, allora, per definizione, il vettore  $(X, Y, Z)$  è uguale alla forza esercitata su di essa. Se la quantità di elettricità è in quiete rispetto al sistema in moto (almeno nell'istante considerato), allora la forza agente su di essa, misurata dal sistema in moto, è uguale al vettore  $(X', Y', Z')$ . Di conseguenza, le prime tre equazioni precedenti possono essere espresse verbalmente nei seguenti due modi:

1. Se una carica elettrica puntiforme è in moto in un campo elettromagnetico, su di essa agisce, oltre alla forza elettrica, una "forza elettromotrice" che, trascurando termini in  $v/c$  di grado pari o superiore al secondo, è uguale al prodotto vettoriale tra la velocità della carica e la forza magnetica, diviso per la velocità della luce. (Vecchio modo di esprimersi)

2. Se una carica elettrica puntiforme è in moto in un campo elettromagnetico, la forza agente su di essa è uguale alla forza elettrica presente nel punto in cui si trova la carica unitaria, calcolata trasformando il campo in un sistema in quiete rispetto alla carica elettrica unitaria. (Nuovo modo di esprimersi). **{4/5}**

Tutto ciò vale analogamente per le "forze magnetomotrici". Vediamo che nella teoria qui sviluppata la forza elettromotrice gioca solamente il ruolo di un concetto ausiliario, che deve la sua introduzione al fatto che forze elettriche e magnetiche non esistono indipendentemente dallo stato di moto del sistema di coordinate.

Per di più, è chiaro che le asimmetrie citate nell'introduzione, a proposito delle correnti che si originano dal moto relativo tra un magnete e un conduttore, ora scompaiono. Nello stesso modo, questioni relative alla "sede" delle forze elettromotrici elettrodinamiche (macchine unipolari) diventano prive di significato."

Note al testo.

## **{4/1} INDUZIONE ELETTROMAGNETICA E SIMMETRIA.**

### **{4/1.A} Elettromagnetismo e teoria della relatività.**

In questo articolo, Einstein partiva dall'analisi delle asimmetrie presenti nell'interpretazione corrente dei fenomeni elettrodinamici, per enunciare una teoria fondata su due principi: il principio di relatività e l'invarianza della velocità della luce. A partire da questi, egli formulava una nuova cinematica, culminante in una legge di trasformazione spazio-temporale tra differenti sistemi di riferimento inerziali, nella quale lo spazio e il tempo erano connessi in modo simmetrico. Sulla relazione tra elettromagnetismo e teoria della relatività, Einstein scrisse nella "Autobiografia":

"La teoria della relatività particolare deve la sua origine alle equazioni di Maxwell del campo elettromagnetico. Queste ultime, a loro volta, si possono formalmente capire solo per mezzo della teoria della relatività particolare." <sup>15</sup>

Inoltre, da una lettera di Einstein a Shankland (1952), riportata in: HOLTON G., "Einstein, Michelson e l'esperimento cruciale", in: *L'immaginazione scientifica - I temi del pensiero scientifico*, p. 205, Einaudi, (1983).

"Ciò che mi condusse direttamente alla teoria speciale della relatività fu la convinzione che la forza elettromotrice indotta in un corpo in moto in un campo magnetico non era nient'altro che un campo elettrico."

### **{4/1.B} Un principio regolativo forte.**

Einstein faceva una osservazione squisitamente metodologica, di principio: vi era una asimmetria nell'interpretazione allora corrente dell'induzione elettromagnetica. Notiamo qui un principio regolativo forte che guida la ricerca di Einstein: la simmetria nelle leggi fisiche. Secondo Einstein, la stessa simmetria manifestata dal fenomeno doveva essere prevista da una coerente teoria elettromagnetica: il fenomeno dell'induzione elettromagnetica dipendeva solo dal moto relativo tra magnete e circuito, e per esso doveva esistere un'unica interpretazione. Tale interpretazione, come apparirà nel corso della memoria, contemplava una simmetria tra campo elettrico e campo magnetico.

### **{4/1.C} L'insoddisfazione di Einstein.**

Quanto fosse intellettualmente insopportabile, per Einstein, quella asimmetria, e come il suo superamento portasse ad una visione unitaria del campo elettromagnetico, è rivelato da un saggio di Einstein del 1919, allora non pubblicato, citato da Holton e da Miller<sup>16</sup>: "Idee fondamentali e metodi della teoria della relatività, presentate nel loro sviluppo." Citiamo da/

---

<sup>15</sup> .EINSTEIN A., *Autobiografia scientifica*, p. 38, Boringhieri, (1981)

<sup>16</sup> . EINSTEIN A ; cit. in MILLER A. ; *Albert Einstein's Special Theory of Relativity* ; Addison-Wesley Pub. C., Inc. ; 1981 ; pag. 144-145.

HOLTON G., "Einstein, Michelson e l'esperimento cruciale", in: *L'immaginazione scientifica - I temi del pensiero scientifico*, p. 277-278, Einaudi, (1983).

"Secondo Faraday, durante il moto relativo di un magnete rispetto a un circuito conduttore, una corrente elettrica viene indotta in quest'ultimo. E' affatto la stessa cosa se viene mosso il magnete o il conduttore; conta solo il moto relativo, in accordo alla teoria di Maxwell-Lorentz. Tuttavia, l'interpretazione teorica del fenomeno in questi due casi è del tutto differente ...

Il pensiero che si trattasse di due casi fundamentalmente differenti era per me insopportabile. La differenza tra questi due casi non poteva essere una differenza reale ma piuttosto, ne ero convinto, solo una differenza nella scelta del punto di riferimento. Giudicato dal magnete, non c'era certamente alcun campo elettrico, [mentre] giudicato dal circuito conduttore ce n'era certamente uno. L'esistenza di un campo elettrico era perciò relativa, dipendendo dallo stato di moto del sistema di coordinate in uso, e una specie di realtà oggettiva poteva essere riconosciuta solo al *campo elettrico e magnetico insieme*, del tutto indipendentemente dallo stato di moto relativo dell'osservatore e del sistema di coordinate. Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica mi costrinse a postulare il principio di relatività (speciale)."

#### **{4/1.D} Il commento di Holton.**

Riportiamo il commento di Holton alla prima frase dell'introduzione della memoria di Einstein:

HOLTON G., "Einstein, Michelson e l'esperimento cruciale", in: *L'immaginazione scientifica - I temi del pensiero scientifico*, p. 209, Einaudi, (1983).

"Questa insoddisfazione è di tipo estetico, e, per inciso, non era stata rilevata da altri fisici come un difetto tanto grave da dover richiedere una correzione. In ogni caso, facciamo notare che Einstein non inizia indicando un qualche conflitto tra teoria e fatti noti. [...]

L'esempio scelto da Einstein è, all'apparenza, piuttosto banale e nient'affatto originale, risalendo all'opera di Faraday. Ma naturalmente è proprio questo il segno della sua originalità. Preparando la via alla riformulazione delle più fondamentali nozioni di spazio e di tempo, Einstein non deve fare affidamento su effetti sofisticati o su problemi sperimentali nuovi o anche antichi. Egli si rifà a osservazioni da tempo note e accettate tanto da essere ben comprese da tutti."

#### **{4/2} LA RICOSTRUZIONE DI MILLER E ZAHAR.**

MILLER A. ; *Albert Einstein's Special Theory of Relativity* ; Addison-Wesley Pub. C., Inc. ; 1981 ; pag. 146-149.

##### **{4/2.A} Miller: un esperimento mentale.**

Per descrivere dettagliatamente il fenomeno dell'induzione elettromagnetica nelle due diverse configurazioni cinematiche e l'interpretazione corrente ai tempi di Einstein, ci riferiamo alla ricostruzione di Miller.

"Consideriamo il seguente esperimento mentale [*Gedanken*] che Einstein poteva avere in mente. Un circuito conduttore è collocato tra i poli di un magnete conduttore permanente. Il magnete inizia a muoversi con una velocità uniforme  $\mathbf{v}$  relativamente al circuito conduttore; nei termini della teoria elettromagnetica di Lorentz, il circuito conduttore è in quiete nell'etere.

(fig. 3.1)

#### **{4/2.B} Le due configurazioni cinematiche**

"Un osservatore  $S_1$ , in quiete relativamente al circuito, osserva che durante il moto del magnete, una carica positiva  $q$  del filo si muove verso l'alto.  $S_1$  interpreta il moto di  $q$  come dovuto all'esistenza di un campo elettrico nel luogo occupato dal circuito, generato dal magnete in moto.

Gli attuali libri di testo di fisica introducono la legge di Faraday citando il secondo caso citato successivamente da Einstein - cioè il circuito conduttore in moto rispetto al magnete in quiete. Sebbene l'idea che un campo elettrico risultante da un magnete in moto fosse la causa della corrente indotta in un circuito in quiete possa sembrare a prima vista singolare a un fisico moderno, al tempo di Einstein, un ben noto testo trattava l'esempio del magnete e del conduttore in moto relativo proprio come fece Einstein [Föppl (1894)]."

#### **{4/2.C} La I° configurazione**

" .. possiamo assumere che Einstein, seguendo l'esempio di Föppl, calcolasse il campo elettrico  $\mathbf{E}_1$  che 'si origina nell'intorno del magnete' nel modo seguente: la forma differenziale della legge di Faraday è

dove tutte le derivate sono calcolate nel sistema di riferimento di quiete del conduttore. Esprimendo il campo magnetico in termini del suo potenziale vettore  $\mathbf{A}$  (cioè  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ), l'equazione (3.1) può essere riscritta come

dove il potenziale  $\Psi$  è stato aggiunto per generalità."

#### **{4/2.D} La derivata "convettiva"**

"Un osservatore in moto con il magnete non misura alcun cambiamento nel proprio campo magnetico, e così la variazione temporale del potenziale vettore  $\mathbf{A}$  nel sistema di riferimento di quiete del magnete si annulla, cioè  $d\mathbf{A}/dt = \mathbf{0}$ . La grandezza  $d\mathbf{A}/dt$  può essere collegata alla variazione del vettore di campo  $\mathbf{A}$  misurata da  $S_1$  in quiete nell'etere, per mezzo della derivata convettiva [equaz. 1.10]." (\*)

(\*) Per la descrizione della derivata convettiva citiamo dallo stesso Miller, pag. 13.

Sia  $S$  un sistema di riferimento in quiete rispetto l'etere ed  $R$  un sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme rispetto  $S$ .

"Con la derivata  $d/dt$  Hertz intendeva la variazione rispetto al tempo di un vettore di campo considerato rispetto  $R$ ; questa derivata rispetto al tempo poteva essere collegata alla variazione della grandezza vettoriale calcolata in  $S$ , per mezzo della ben nota relazione stabilita da von Helmholtz (1874):

dove  $\mathbf{U}$  è un qualunque vettore di campo e la parte destra era calcolata in  $S$ .  
L'equazione (1.10) è un altro modo di scrivere la derivata convettiva  
"

#### {4/2.E} Il campo elettrico nell'intorno del magnete

"Poiché la radiazione elettromagnetica è assente,  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  e l'equazione (1.10) diventa

La costanza di  $\mathbf{A}$  nel sistema di riferimento di quiete del magnete porta a

Allora, dalle equazioni (3.4) e (3.2), il campo elettrico nello spazio occupato dal conduttore in quiete vale

"

#### {4/2.F} Dal campo elettrico alla forza elettromotrice

"In accordo con la teoria di Lorentz (*Versuch*), la forza elettromotrice (FEM)  $\varepsilon_1$  misurata da  $S_1$  è:

dove la forza sulla carica  $q$ , dovuta al campo elettrico  $\mathbf{E}_1$  è  $\mathbf{F}_1 = q \mathbf{E}_1$ . Allora, dall'equazione (3.5) abbiamo

poiché il contributo portato dal termine  $[(\mathbf{A} \cdot \mathbf{v}/c) - \Psi]$  si annulla per un circuito chiuso."

#### **{4/2.G} La corrente indotta**

"Così, come Einstein scrisse nel testo sulla relatività, 'si origina nell'intorno del magnete [in moto] un campo elettrico  $[\mathbf{B} \times \mathbf{v}/c]$  con una certa definita energia.' La direzione del campo  $\mathbf{B} \times \mathbf{v}/c$  è lungo l'asse  $y$  positivo in fig. 3.1. Il risultato è coerente con la direzione del moto della carica positiva  $q$ . dall'equazione (3.7), la FEM è

e dalla legge di Ohm l'intensità della corrente indotta è

dove  $R$  è la resistenza del circuito conduttore e la direzione del flusso delle cariche positive è oraria."

#### **{4/2.H} La seconda configurazione**

"Einstein poi passava al caso opposto.:

'Ma se il magnete è stazionario e il conduttore è in moto, non si origina alcun campo elettrico nell'intorno del magnete. '

Poniamo ora che il circuito conduttore si muova con velocità rettilinea uniforme  $\mathbf{u} = -\mathbf{v}$  (nella direzione dell'asse  $x$  positivo) rispetto al campo magnetico uniforme  $\mathbf{B}$ ; ancora una volta, nei termini della teoria di Lorentz, si ritiene che il magnete sia in quiete nell'etere."

(fig. 3.2 Miller)

### {4/2.I} La forza di Lorentz

"Un osservatore  $S_2$ , in quiete relativamente al magnete, osserva che una carica elettrica positiva  $q$  del filo chiuso inizia a muoversi verso l'alto quando si muove il circuito.  $S_2$  interpreta questo effetto come risultato della forza  $\mathbf{F}_2$  esercitata dal campo magnetico  $\mathbf{B}$  sulla particella in moto (fig. 3.2), cioè

Questa forza è una parte della forza di Lorentz. In tal modo, in accordo con  $S_2$ , 'non sorge alcun campo elettrico nell'intorno del magnete'; piuttosto, il moto di  $q$  nella direzione  $y$  è dovuto alla forza  $\mathbf{F}_2$ . Dall'equazione (3.10) possiamo vedere che il moto della carica  $q$  è orario, proprio come nel primo caso ( il magnete in moto e il circuito in quiete assoluta). Questo flusso di cariche nel filo chiuso implica l'esistenza di una forza elettromotrice."

### {4/2.L} Forza elettromotrice senza campo elettrico

"Einstein continuava:

'Nel conduttore, comunque, troviamo una forza elettromotrice, alla quale non corrisponde, in se stessa, alcuna energia, ma che dà origine - assumendo l'uguaglianza del moto relativo nei due casi discussi - a correnti elettriche con lo stesso percorso e la stessa intensità di quelle prodotte dalle forze elettriche nel caso precedente.'

Sfortunatamente, abbiamo qui una collisione di termini. Nel 1905, la forza elettromotrice era definita come la 'forza impressa', che provocava l'instaurarsi di correnti in un conduttore quando questo si muoveva attraverso un campo magnetico [Föppl (1894)]; l'espressione matematica per questa quantità vettoriale era  $\mathbf{u}/c \times \mathbf{B}$ . Non c'è quindi 'nessuna corrispondente energia' alla forza elettromotrice di Einstein poiché questa quantità non poteva, in accordo alla 'elettrodinamica di Maxwell ... così come essa è usualmente intesa', essere interpretata come un campo elettrico.

Dall'equazione (3.10), la forza elettromotrice (usando la terminologia moderna) è

"

### {4/2.M} Due campi differenti per i due osservatori

"Gli studiosi di elettrodinamica si riferivano alle equazioni (3.11) e (3.7) come alla legge di Faraday; questo risultato si presta all'interpretazione che la FEM abbia luogo perché il circuito taglia le linee di forza del magnete. Infine,

che è identica al risultato dell'equazione (3.8), poiché  $u = v$ .

Poiché  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ , segue che la corrente  $i_2 (= e_2/R)$  è identica a  $i_1$ . In questo modo, 'assumendo che sia uguale il moto relativo nei due casi discussi, [si instaurano] correnti elettriche con lo stesso percorso e la stessa intensità di quelle prodotte dalle forze elettriche nel caso precedente'. Nel secondo caso, comunque, non vi è campo elettrico<sup>17</sup>; piuttosto, è presente solo la forza elettromotrice 'alla quale, in se stesa, non corrisponde alcuna energia'.

Riepilogando,  $S_1$  interpreta il moto delle cariche nel filo chiuso come dovuto a un campo elettrico prodotto dal magnete in moto. Seguendo  $S_2$ , la forza elettromotrice si instaura a causa della forza esercitata sulle cariche del filo in moto: non vi è campo elettrico nel sistema di riferimento  $S_2$ . Tuttavia, poiché solo il moto relativo tra  $S_1$  e  $S_2$  sembra determinare l'entità e il percorso della corrente osservata, è singolare che vi sia una tale marcata distinzione tra come  $S_1$  e  $S_2$  spiegano perché la carica  $q$  si muove. Così, come Einstein fece notare, in questi casi c'è una asimmetria che 'non sembra essere inerente ai fenomeni'."

#### **{4/2.N} Zahar: le due configurazioni cinematiche interpretate con la forza di Lorentz.**

ZAHAR E., PAG. 91, *Einstein's revolution - A study in heuristic*, Open Court, 1989, pag. 91-92.

Relativamente alla parte introduttiva della memoria di Einstein, proponiamo ora la ricostruzione di Zahar; tale ricostruzione è più schematica e sintetica di quella di Miller.

"Se muoviamo un magnete rispetto all'etere, mentre un conduttore resta in quiete, allora, a causa della variazione del campo magnetico, si origina un campo elettrico in ogni punto dello spazio. Sia P un punto del conduttore nel quale sia collocato un elettrone. Secondo la formula di Lorentz:

l'elettrone subirà una forza che genera conseguentemente una forza nel conduttore.

Teniamo ora il magnete in quiete e muoviamo il conduttore con velocità  $v$  relativamente al mezzo. Non si crea alcun campo elettrico perché  $\mathbf{H}$  è statico, cioè indipendente dal tempo. Allora la situazione è molto diversa dal caso precedente;

---

<sup>17</sup>. Era proprio questo che intendeva Maxwell ?

così ci aspettiamo che la corrente non nasca proprio oppure, ad ogni modo, che sia diversa da quella del primo caso. Comunque, secondo

una corrente si origina e, se il moto relativo tra conduttore e magnete è lo stesso del caso precedente, anche la corrente risulta la stessa."

#### **{4/2.O} La differenza "ontologica" tra i campi**

"Allora, nell'elettromagnetismo classico, c'è una fondamentale differenza *ontologica* tra la situazione in cui un magnete si muove nell'etere (presenza sia di un campo magnetico che di un campo elettrico) e quella in cui lo stesso magnete è stazionario (presenza di solo un campo magnetico). Comunque, quando *appliciamo* le equazioni di Maxwell in modo da calcolare la corrente che si origina dal moto di un conduttore nel campo magnetico, il risultato dipende solo dal moto relativo tra il magnete e il conduttore. Quindi, a livello 'osservativo', vi è simmetria tra le seguenti due situazioni: (a) magnete in moto verso il conduttore, e (b) conduttore in moto verso il magnete. Ciò è in conflitto con l'asimmetria che si ha ad un livello più alto. La relatività speciale rimuove questa asimmetria; valgono equazioni che hanno esattamente la stessa forma, sia scegliendo il magnete che scegliendo il conduttore come nostro sistema di riferimento. Non vi sono due campi separati, elettrico e magnetico, ma un singolo tensore antisimmetrico che si trasforma globalmente."

#### **{4/2.P} L'asimmetria è nella teoria di Maxwell?**

Miller attribuisce a Einstein il pensiero che la simmetria nel fenomeno dell'induzione elettromagnetica si fosse manifestata nella sua piena evidenza con Lorentz e con la sua concezione corpuscolare dell'elettricità. Citiamo da Miller, pag. 145.

"Chiaramente, ciò che Einstein intendeva nel 1905 con 'l'elettrodinamica di Maxwell' era la versione di Lorentz di quella, oppure ciò a cui, nel 1907, si sarebbe riferito, seguendo la terminologia di Abraham (1903), come 'la teoria di Maxwell-Lorentz'. Secondo Einstein, l'asimmetria nella legge di induzione di Faraday si rese manifesta con la chiara definizione della natura dell'elettricità nella teoria di Lorentz."

Non è facile esprimersi in proposito. Infatti, pure Maxwell parla di una particella carica in un campo magnetico [vedi 2.2], anche se dichiara esplicitamente che il moto della particella in un campo magnetico produce una "intensità elettromotrice" cioè, secondo la sua terminologia, un campo elettrico.

#### **{4/2.Q} Considerazioni finali**

Quale è allora la radice dell'asimmetria? Non c'è sicuramente asimmetria se si usa solo la legge della variazione del flusso del vettore  $\mathbf{B}$ . L'asimmetria nasce quando introduciamo la forza, cioè quando la spiegazione del fenomeno nelle due configurazioni cinematiche viene affidata a due entità concettualmente diverse:

- a) campo elettrico prodotto da un campo magnetico variabile nel tempo,
- b) forza magnetica agente su una carica elettrica in moto.

In un certo senso, si potrebbe dire che l'asimmetria nasce dalla doppia rappresentazione del fenomeno in termini di:

- a) campi variabili in un mezzo,
- b) forze e particelle.

Zahar evidenzia la asimmetria utilizzando solo la forza di Lorentz, nella quale compaiono insieme cariche, campi e forze, cioè elementi appartenenti a differenti modelli concettuali.

Resta la domanda: "l'asimmetria è intrinseca alla teoria di Maxwell, o si sovrappone alla teoria di Maxwell, in virtù di successive interpretazioni?"

Quale delle due cose intendeva Einstein scrivendo: "l'elettrodinamica di Maxwell - nel modo in cui essa è comunemente intesa - ... "?

### **{4/3} La notazione per le equazioni di campo**

Le tre equazioni scalari che compaiono nella colonna di sinistra possono essere scritte in forma vettoriale come

quelle della colonna di destra possono essere scritte sinteticamente come

Mancano qui le altre due equazioni per i campi, cioè

### **{4/4} Un campo unitario**

Così come lo spazio e il tempo, il campo elettrico e il campo magnetico, considerati individualmente, dipendono dalla scelta del sistema di riferimento; ma, nella teoria di Einstein, non esiste intrinsecamente un campo elettrico "puro" o un campo magnetico "puro". Ciò che un osservatore descrive come un semplice campo elettrico o un semplice campo magnetico, un altro osservatore descrive come la combinazione di un campo elettrico e di un campo magnetico.

#### **{4/5} Riduzione dell'elettrodinamica a elettrostatica**

Tutti i problemi elettrodinamici possono essere trattati come problemi elettrostatici, ponendosi nel sistema di riferimento di quiete di una particella. Questa posizione era già stata assunta da Lorentz, in particolare nella memoria del 1904: "Electromagnetic phenomena ..."

Einstein comunque si distanzia da Lorentz su due punti importanti. Mentre Lorentz cercava equazioni di trasformazioni cinematiche per assicurare l'invarianza delle equazioni del campo elettromagnetico rispetto differenti osservatori inerziali, Einstein cercava una nuova definizione per lo spazio e il tempo e per le loro trasformazioni, ipotizzando che tutte le leggi fisiche - quindi anche le equazioni elettromagnetiche - fossero invarianti rispetto tali trasformazioni. Inoltre, mentre Lorentz utilizzava un sistema di riferimento distinguibile da tutti gli altri, il sistema di riferimento in quiete rispetto l'etere, Einstein non riconosceva quel privilegio.

## SCRAPS

Whittaker, p. 213.

"Dopo aver lavorato strenuamente per i dieci anni che seguirono la scoperta delle correnti indotte, Faraday scoprì nel 1841 che la sua salute ne aveva risentito; così si riposò per quattro anni. Un secondo periodo di brillanti scoperte iniziò nel 1845."

Whittaker, p. 221.

"La serie delle 'Ricerche Sperimentali sull'Elettricità' terminò nel 1855."

Maxwell

**2/3}** Otteniamo

$$E = - \int \left( \frac{dF}{dt} \frac{dx}{ds} + \frac{dG}{dt} \frac{dy}{ds} + \frac{dH}{dt} \frac{dz}{ds} \right) ds$$

$$- \int \left( \frac{dF}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{dG}{dx} \frac{dy}{ds} + \frac{dH}{dx} \frac{dz}{ds} \right) \frac{dx}{dt} ds$$

$$- \int \left( \frac{dF}{dy} \frac{dx}{ds} + \frac{dG}{dy} \frac{dy}{ds} + \frac{dH}{dy} \frac{dz}{ds} \right) \frac{dy}{dt} ds$$

$$- \int \left( \frac{dF}{dz} \frac{dx}{ds} + \frac{dG}{dz} \frac{dy}{ds} + \frac{dH}{dz} \frac{dz}{ds} \right) \frac{dz}{dt} ds$$

$$- \int \left( F \frac{d^2x}{ds^2} + G \frac{d^2y}{ds^2} + H \frac{d^2z}{ds^2} \right) ds \quad [2]$$

Ora si consideri la seconda riga dell'integrale, e si sostituiscano, traendoli dalle equazioni [A] **{2/3}**, ..., i valori di dG/dx e dH/dx. Questa riga allora diventa

$$- \int \left( c \frac{dy}{ds} - b \frac{dz}{ds} + \frac{dF}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{dF}{dy} \frac{dy}{ds} + \frac{dF}{dz} \frac{dz}{ds} \right) \frac{dx}{dt} ds,$$

che possiamo anche scrivere

$$- \int \left( c \frac{dy}{ds} - b \frac{dz}{ds} + \frac{dF}{dx} \right) \frac{dx}{dt} ds.$$

Trattando la terza e la quarta riga allo stesso modo, e raccogliendo i termini in  $dx/ds$ ,  $dy/ds$ , e  $dz/ds$ , ricordando che è

$$\int \left( \frac{dF}{ds} + F \frac{d^2x}{ds^2} \right) ds = F \frac{dx}{ds}, \quad [4]$$

e perciò che l'integrale, preso lungo alla curva chiusa, si annulla, avremo:

$$E = \int \left( c \frac{dy}{dt} - b \frac{dz}{dt} - \frac{dF}{dt} \frac{dx}{ds} \right) ds$$

$$+ \int \left( a \frac{dz}{dt} - c \frac{dx}{dt} - \frac{dG}{dt} \frac{dy}{ds} \right) ds$$

$$+ \int \left( b \frac{dx}{dt} - a \frac{dy}{dt} - \frac{dH}{dt} \frac{dz}{ds} \right) ds. \quad [4]$$