

## LA CONSERVAZIONE LOCALE DELL'ENERGIA SECONDO MAXWELL E POYNTING (1873-1885)<sup>1</sup>

di F. Bevilacqua  
Dipartimento di Fisica "A. Volta"  
via Bassi, 6, Pavia

Gli storici della teoria elettromagnetica classica devono ancora risolvere un problema importante: perché nei primi anni '90 del secolo scorso la propagazione contigua di Maxwell fu preferita all'azione ritardata a distanza? (1). Le due ipotesi infatti erano formalmente equivalenti (2) e gli esperimenti di Hertz non erano affatto "cruciali" (3).

A mio modo di vedere il principio di conservazione dell'energia, nelle sue differenti versioni, giocò un ruolo decisivo nella soluzione del dibattito sul tipo di interazione della teoria elettromagnetica classica (4). Nonostante l'estesa letteratura secondaria su Maxwell (5) poco spazio è dedicato a questo aspetto del suo lavoro.

In questo articolo viene dato un contributo all'analisi dell'interpretazione di Maxwell (1873) e di Poynting (1884-5) della conservazione dell'energia.

### A) Maxwell 1873

Nonostante l'originalità e la rilevanza delle pubblicazioni di Maxwell sull'elettromagnetismo degli anni Cinquanta e Sessanta, il Treatise del 1873 è il lavoro di Maxwell più importante per un'analisi del dibattito sulla teoria elettromagnetica classica in connessione col principio di conservazione dell'energia. Nei primi anni Sessanta, infatti, la riconosciuta equivalenza formale tra le principali teorie elettrodinamiche ed elettromagnetiche, la maggior parte delle quali richiedeva un ritardo temporale ed un dielettrico, rivela il grande bisogno di un criterio di scelta diverso da quello sperimentale: l'attenzione si volse a principi generali regolativi, con valore euristico e giustificativo(6). In Maxwell il principio di conservazione dell'energia e quello della minima azione esercitano un ruolo importante nella esposizione della teoria elettromagnetica pubblicata nel 1873 nel famoso Treatise. Ciò non implica affatto che questo libro rappresenti un'esposizione completa e coerente, né che esso fosse immediatamente accettato dai fisici dell'epoca. Solo negli anni Novanta ci fu un generale slittamento da un modello di azione a distanza verso un modello maxwelliano di azione contigua, ma ciò non costituì un'accettazione della teoria di Maxwell nel suo complesso (7). Pertanto un'analisi storica dell'evoluzione della teoria elettromagnetica classica deve affrontare il problema del perché il Trattato di Maxwell sia generalmente considerato così importante. La mia posizione è che esso fu importante per il suo valore euristico e che questo valore euristico era strettamente legato ad una nuova interpretazione del concetto di energia. Pertanto l'analisi seguente del Trattato sarà riferita quasi per intero al ruolo del principio di conservazione dell'energia nel lavoro di Maxwell.

Uno degli aspetti principali del Trattato che occorre sottolineare è la strategia esplicita adottata da Maxwell: partire dai risultati della teoria dell'azione a distanza e trasformarli in termini della teoria di Faraday dell'azione contigua (8). Fondamentale

---

<sup>1</sup>Conferenza tenuta alla Domus Galileana, Pisa, nell'aprile del 1988

per questa trasformazione è la reinterpretazione del concetto di di energia. Come vedremo, Maxwell mira ad un principio di conservazione dell'energia espresso attraverso un'equazione di continuità ma si arresta ad un'energia che pur presentando la nuova caratteristica di essere localizzata, è espressa ancora nella forma meccanica di energia cinetica e potenziale.

Proprio nel fatto che il progetto di Maxwell non sia stato completato risiede la radice del potere euristico del Trattato: altri scienziati, nel tentativo di completare questo programma di ricerca, ebbero modo di conseguire risultati significativi:

*"Ma l'importanza scientifica del principio di conservazione dell'energia non dipende semplicemente dalla sua accuratezza come affermazione di fatto, neppure dalle rilevanti conclusioni che da esso si possono trarre, bensì dalla fecondità dei metodi fondati su questo principio." (9)*

Corroborazioni di questa mia linea interpretativa si trovano immediatamente nella prefazione al Trattato. Qui Maxwell afferma che, una volta che le idee di Faraday siano state trasferite in linguaggio matematico, esse avrebbero offerto risultati coincidenti con quelli della scuola dell'azione a distanza. Afferma inoltre che alcuni metodi sviluppati dai matematici tedeschi trovavano una migliore espressione in termini delle idee di Faraday (10).

Le varie fasi di questo slittamento concettuale sono chiaramente messe in rilievo nel "Plan of this Treatise" (11). La teoria dell'azione elettrica viene dapprima spiegata "senza tener conto di alcun fenomeno che possa aver luogo nei mezzi che vi prendono parte"(12), cioè in base alla teoria dell'azione a distanza. Successivamente vengono analizzati alcuni teoremi della Teoria Matematica del Potenziale (Green, Gauss e Thomson), i quali mostrano l'equivalenza tra la forma integrale e quella differenziale delle equazioni del potenziale. Secondo Maxwell la forma integrale è tipica della teoria dell'azione a distanza, mentre quella differenziale esprime meglio la teoria dell'azione contigua. L'equivalenza formale tra le due concezioni apre la strada "a preparare la nostra mente a passare dalla teoria dell'azione diretta a distanza a quella dell'azione fra parti contigue di un mezzo"(13).

Il concetto di energia e la sua relazione con la teoria matematica del potenziale sono fondamentali per questa strategia. Infatti il riferimento al concetto di energia di Thomson è immediatamente esplicito:

*"Nel teorema di Thomson l'energia totale del sistema è espressa nella forma dell'integrale di una certa quantità esteso a tutto lo spazio compreso fra i corpi elettrizzati, ed anche nella forma di un integrale esteso solamente alle superfici elettrizzate. L'uguaglianza di queste due espressioni può quindi essere interpretata fisicamente. Noi possiamo immaginare la relazione fisica fra i corpi elettrizzati, o come risultato dello stato del mezzo interposto, oppure come risultato di un'azione diretta fra i corpi elettrizzati a distanza." (14)*

e:

*"Se calcoliamo con questa ipotesi l'energia totale che risiede nel mezzo, la troveremo uguale all'energia dovuta all'elettrizzazione dei conduttori nell'ipotesi di un'azione diretta a distanza. Quindi le due ipotesi sono matematicamente equivalenti." (15)*

Per mostrare in che modo Maxwell sviluppa il metodo esposto nel "Plan of this Treatise" analizzerò in un certo dettaglio il quarto capitolo della prima parte del Trattato. Questa analisi mira a esplicitare: (i) la necessità di considerare la teoria nella sua interezza: la sua parte 'matematica' non può essere separata dal 'modello fisico', né il 'modello fisico' può essere separato dall'uso specifico di principi regolativi di conservazione, né l'uso specifico del principio di conservazione può essere separato dalla parte 'matematica'; (ii) che la possibilità del confronto fra le teorie (o meglio, fra le due scuole) fatto da Maxwell dipende dall'intersezione di alcuni aspetti di queste ultime: non solo a livello sperimentale, ma anche a livello matematico e regolativo.

Maxwell nel quarto capitolo osserva che c'è una differenza tra la scuola dell'azione a distanza e quella della propagazione contigua relativamente al modo di trattare il potenziale elettrico. La prima impostazione è chiamata il metodo diretto:

*"il potenziale è calcolato dalla distribuzione di elettricità mediante un procedimento d'integrazione"*:

$$V = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{e}{r} dx' dy' dz'$$

e si trova che esso soddisfa a certe equazioni alle derivate parziali (il simbolo non è quello odierno)

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} + 4\pi\rho = 0$$

*"Nel metodo inverso si suppongono date le equazioni alle derivate parziali e noi dobbiamo trovare il potenziale e la distribuzione dell'elettricità"*.

Il problema quindi è il seguente: si deve mostrare che il risultato dell'integrazione, il risultato che soddisfa le equazioni differenziali, è l'unica soluzione dell'equazione che soddisfi a certe condizioni (16).

La dimostrazione fa riferimento ai teoremi di Green e di Thomson e concerne l'integrale di volume che è considerato l'espressione dell'energia del campo elettrico.

$$w = \frac{1}{8\pi} \iiint \left[ \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 + \left( \frac{d\psi}{dy} \right)^2 + \left( \frac{d\psi}{dz} \right)^2 \right] dx dy dz$$

dove  $\psi$  è il potenziale.

Dal teorema di Thomson segue che può esserci solo una distribuzione laplaciana (ossia solenoidale e irrotazionale) dello spostamento elettrico consistente con le cariche superficiali date. Tuttavia devono essere rilevate due caratteristiche di questa dimostrazione:

- 1) i risultati conseguono dalla condizione fisica che il sistema in equilibrio abbia la minima energia potenziale;
- 2) c'è una trasposizione dell'espressione dell'energia in termini relativi all'azione contigua.

Riguardo alla (1): la richiesta di Maxwell di un'unica soluzione dell'equazione di Laplace è soddisfatta dall'impostazione di Thomson riguardo al ben noto "problema di Dirichlet".

Questa impostazione risale al 1847 e nel 1870 venne ampiamente criticata da Weierstrass ed altri. Maxwell nel 1873 non fa riferimento a condizioni matematiche per l'esistenza e l'unicità del valore minimo dell'integrale di Thomson, ma semplicemente identifica questo con l'energia potenziale del sistema e afferma che in condizioni di equilibrio il suo valore è minimo. Il teorema di Thomson quindi mette in relazione questo valore minimo dell'integrale con l'esistenza ed unicità della distribuzione laplaciana dello spostamento elettrico e del potenziale elettrico.

Riguardo alla (2): una volta stabilita l'equivalenza tra i metodi diretto ed indiretto, definiti sopra, Maxwell trasforma le espressioni dell'energia elettrostatica, interpretata come energia potenziale, in termini che si riferiscono ad un concetto fisico di propagazione contigua e di energia localizzata non più sulle superfici cariche ma nel mezzo interposto tra queste superfici. Il valore così trovato per l'energia elettrostatica è fondamentale nel suo Trattato, infatti esso è il valore dell'energia potenziale che verrà usato nel secondo volume nella formulazione dell'elettromagnetismo attraverso la dinamica lagrangiana:

$$w = \frac{1}{2} \iiint (Pf + Qg + Rh) dx dy dz$$

dove P, Q, R sono le componenti dell'intensità elettromotrice ed f, g, h quelle dello spostamento elettrico.

Ritengo che alcune delle assunzioni fin qui fatte da Maxwell debbano essere formulate esplicitamente : A) il valore iniziale dell'energia potenziale è quello della teoria dell'azione a distanza; B) l'uso della teoria matematica del potenziale nel definire la nuova espressione dell' energia potenziale è esso stesso affidato all'esistenza di un minimo per questa energia potenziale, in pratica una condizione fisica fornisce il minimo matematico; C) la traduzione dell'espressione dell' energia potenziale (A) in termini di azione contigua si basa sull'assunzione che il sistema sia conservativo (nel senso che si assume che l'energia potenziale elettrostatica non varia nel tempo) (17).

Ritornando al "Plan of this Treatise" vediamo che, dopo aver stabilito l'equivalenza fra le due espressioni per l'energia, ora Maxwell procede ad investigare lo stato meccanico del mezzo (18). Come è immagazzinata l'energia? Essa è immagazzinata in una condizione del mezzo chiamata polarizzazione elettrica (19). La polarizzazione elettrica, a sua volta è legata allo spostamento elettrico; la polarizzazione infatti:

*"è uno stato forzato nel quale il mezzo viene posto dall' azione della forza elettromotrice, e che scompare quando la forza viene rimossa. Noi possiamo immaginare che esso consista in quello che possiamo chiamare uno spostamento elettrico prodotto dall'intensità elettromotrice."*(20)

Pertanto l'intensità elettromotrice prodotta dalle cariche è la causa e lo spostamento è l'effetto. In questa fase della reinterpretazione di Maxwell l'eliminazione completa dell'azione a distanza non è stata ancora raggiunta: le cariche sono sempre gli elementi primari. Ancora:

*"Le variazioni dello spostamento elettrico costituiscono evidentemente correnti elettriche"* (21)

e

"i movimenti dell'elettricità sono come quelli di un fluido incompressibile"  
(22)

Nello slittamento concettuale dall'azione a distanza a quella contigua un ruolo fondamentale è svolto dal concetto di energia, ma questo concetto è connesso con quello di spostamento elettrico, un termine nuovo introdotto da Maxwell, apparso nella valutazione dell'energia elettrostatica riportata sopra. Questo termine fu introdotto da Maxwell in vari modi ed è stato l'origine di innumerevoli dibattiti storici e metodologici (23). Talvolta esso è stato collegato con l'etere vorticoso, talaltra con le polarizzazioni dielettriche. Seguire in dettaglio questo dibattito va oltre lo scopo della mia analisi.

A mio avviso la ragione principale per l'introduzione della corrente di spostamento risiede nel tentativo di definire una propagazione a distanze cortissime nello spazio; solo in modo secondario essa è connessa con il problema di un etere:

*"L'azione osservata ad una distanza considerevole è perciò spiegata mediante un grande numero di forze che agiscono fra corpi a distanze piccolissime, per le quali noi siamo tanto poco in grado di render conto quanto per l'azione a qualsiasi distanza comunque grande."*

ed anche

*"... con lo stabilire la necessità di assumere queste forze interne ... noi siamo avanzati di un passo ... che non andrà perduto, anche se noi fallissimo nel render conto di queste forze interne, o nello spiegare il meccanismo mediante il quale esse possono venir mantenute".* (24)

La rilevanza fisica dell'azione a distanze piccolissime in contrapposizione a quella attraverso l'etere ed anche in contrapposizione alla propagazione ritardata viene compresa in modo appropriato attraverso un'analisi dello sviluppo del concetto di energia nella scuola dell'azione contigua. L'equivalenza per i valori di energia fra un modello concettuale di azione a distanza ed un modello di azione contigua è basilare nell'impostazione di Maxwell.

Verrà qui nel seguito mostrato l'esplicito collegamento stabilito da Maxwell fra spostamento e polarizzazione, tra polarizzazione ed energia (già messo in rilievo nell'espressione dell'energia elettrostatica) e gli sviluppi successivi verranno seguiti attraverso lo sviluppo del concetto di energia. Verrà mostrato infine come la localizzazione dell'energia alla fine avrà il sopravvento sul ruolo dello spostamento (v. il paragrafo su Poynting, più avanti).

La prospettiva di Maxwell è quindi chiaramente delineata all'inizio del Trattato. L'attenzione sarà ora rivolta allo sviluppo del concetto di energia nel Trattato. Utilizzando il legame mostrato sopra con il concetto di spostamento, illustrerò ora ad un livello più astratto gli stessi passaggi già messi in rilievo: precisamente l'azione a distanza come punto di partenza, l'equivalenza con l'azione contigua, la predizione (non realizzata) di una priorità per l'azione contigua.

Si possono trovare in Maxwell molte interpretazioni diverse del concetto di energia e della sua conservazione.

Viene affermata la basilare distinzione, per l'azione a distanza, tra energia potenziale e cinetica:

*"L'energia di una corrente elettrica è sia di quella forma che consiste nell'effettivo movimento di materia, che di quella forma che consiste nella capacità di esser messi in movimento, proveniente da forze agenti fra corpi posti in certe posizioni relative l'uno rispetto all'altro.*

*Il primo tipo di energia, quello di movimento, è chiamato energia cinetica, e una volta capito esso appare un fatto talmente fondamentale della natura che noi difficilmente possiamo immaginare la possibilità di convertirlo in qualcosa d'altro.*

*Il secondo tipo di energia, quello dipendente dalle posizioni, è chiamato energia potenziale ed è dovuto all'azione di ciò che noi chiamiamo forze, vale a dire tendenze verso il cambiamento della posizione relativa." (25)*

Sono espliciti anche i riferimenti alla scomposizione dell'energia in fattori secondo la tradizione inaugurata da Rankine:

*"Le quantità 'Elettricità' e 'Potenziale' quando sono moltiplicate fra loro producono la quantità Energia'. E' impossibile, perciò, che elettricità ed energia debbano essere quantità della medesima categoria, poiché l'elettricità è soltanto uno dei fattori dell'energia, l'altro fattore essendo il 'potenziale'.*

*L'energia, che è il prodotto di questi fattori, può anche essere considerata come prodotto di diverse altre coppie di fattori..." (26)*

Contemporaneamente Maxwell fa riferimento all'energia come capacità di compiere lavoro:

*"Ma un circuito conduttore in cui è stata stabilita una corrente ha il potere di compiere lavoro in virtù di questa corrente, e non si può dire che questo potere sia qualcosa di molto simile ad energia, poiché esso è realmente e veramente energia." (27)*

ed anche:

*"... Ora la capacità di effettuare lavoro non è altro che energia, in qualunque modo essa sorga, e tutta l'energia è della medesima natura, comunque possa differire nella forma."(28)*

Anche la legge di Weber, che ammetteva un potenziale cinetico e che quindi non accettava la separazione tra energia cinetica e potenziale, è accettata nell'ultimo capitolo del Trattato, nonostante la sua divergenza radicale dalla linea di pensiero di Maxwell (29):

*"853 La formula di Gauss è inconsistente con questo principio, e perciò deve essere abbandonata, in quanto essa conduce alla conclusione che l'energia potrebbe venir generata indefinitamente in un sistema finito ad opera di mezzi fisici. Questa obiezione non si applica alla formula di Weber, poiché essa ha mostrato che se noi assumiamo come energia potenziale di un sistema costituito da due particelle elettriche*

$$\psi = \frac{ee'}{r} \left| -\frac{1}{2c^2} \left( \frac{\partial r}{\partial t} \right)^2 \right|, \quad (20)$$

la repulsione fra di esse, che si ottiene differenziando rispetto ad  $r$  questa quantità e cambiando segno, è quella data dalla formula (19).

Quindi il lavoro fatto su una particella in moto mediante la repulsione da parte di una particella fissa è  $\Psi_0 - \Psi_1$ , dove  $\Psi_0$  e  $\Psi_1$  sono i valori di  $\Psi$  all'inizio e alla fine della traiettoria. Ora  $\Psi$  dipende solo dalla distanza,  $r$ , e dalla velocità lungo la direzione di  $r$ . Se, quindi, la particella descrive una traiettoria chiusa, così che la sua posizione, velocità e direzione del moto sono le medesime alla fine come all'inizio,  $\Psi_1$  sarà uguale a  $\Psi_0$ , e nessun lavoro sarà fatto in totale durante il ciclo delle operazioni. Quindi una quantità illimitata di lavoro non può essere prodotta da una particella in moto periodico sotto l'azione della forza assunta da Weber."

Probabilmente le osservazioni più interessanti sull'energia sono quelle che prevedono lo slittamento concettuale finale (non realizzato) verso la propagazione contigua (30): si trovano all'inizio ed alla fine del Trattato e stabiliscono la conservazione locale ed il concetto di energia come sostanza:

"... (l'equazione di continuità) ... non è vera anche per l'energia in generale se noi ammettiamo l'azione immediata di corpi a distanza. Poiché un corpo al di fuori della superficie chiusa può effettuare uno scambio di energia con un corpo all'interno della superficie. Ma se tutta l'apparente azione a distanza è il risultato dell'azione fra le parti di un mezzo interposto, è concepibile che in tutti i casi d'incremento o diminuzione dell'energia all'interno di una superficie chiusa noi possiamo essere in grado, quando la natura di questa azione delle parti del mezzo sia chiaramente compresa, di descrivere il passaggio dell'energia verso l'interno o verso l'esterno attraverso quella superficie."(31)

e:

"Ora noi non siamo in grado d'immaginare la propagazione nel tempo, eccetto che o come il volo di una sostanza materiale attraverso lo spazio, o come la propagazione di uno stato di moto o di perturbazione in un mezzo già esistente nello spazio. ... Infatti, ogni volta che energia è trasmessa da un corpo ad un altro nel tempo, deve esserci un mezzo o una sostanza in cui l'energia esiste dopo che essa ha lasciato un corpo e prima che essa raggiunga l'altro ..."(32)

La questione ora è: in quale modo Maxwell definì, anche se solo parzialmente, il concetto di energia in un quadro di azione contigua?

Una corretta soluzione deve tener conto di un concetto inizialmente appartenente alla tradizione dell'azione a distanza: il concetto di potenziale.

Partendo da D. Bernoulli e Clairaut il concetto di potenziale e la teoria matematica del potenziale si sono sviluppati in connessione con la teoria della gravitazione e con l'elettrostatica. Le innovazioni principali negli anni Quaranta sono state l'applicazione della teoria matematica del potenziale ai fenomeni d'induzione da parte di F. Neumann nel 1845, con la formulazione del famoso potenziale mutuo di due circuiti  $M$ , e l'identificazione di tensione e potenziale stabilita da Kirchhoff nel 1849. Sviluppi di rilievo negli anni cinquanta furono l'uso del potenziale scalare e del potenziale vettore nelle equazioni dei conduttori, e negli anni sessanta l'uso del potenziale ritardato nella propagazione spaziale da parte degli scienziati che seguivano

un modello di azione a distanza. ritardata Il danese Lorenz in particolare fornì leggi equivalenti a quelle di Maxwell del 1865.

Qual'è dunque il significato dell'affermazione di Maxwell che vi erano due metodi di interpretare la teoria del potenziale e che l'applicazione della concezione di Faraday al potenziale era più appropriata (33)? Maxwell ritiene che la concezione originaria di Faraday dello stato elettrotonico sia la radice concettuale per la successiva formalizzazione, nella scuola tedesca, del potenziale mutuo  $M$ . Riteneva inoltre proprio compito fornire la reinterpretazione di  $M$  in termini di azione contigua. Infatti nel paragrafo 405 Maxwell deriva le relazioni fra il potenziale vettore e l'induzione magnetica, e nel paragrafo 423 le relazioni fra il potenziale vettore e l'energia potenziale  $M$  dovuta all'azione reciproca dei due "gusci" magnetici. Questo  $M$  "è una quantità di grande importanza nella teoria delle correnti elettriche".

Infatti,

*"se adottiamo il sistema elettromagnetico, così chiamato perchè esso è in accordo con il sistema già stabilito per le misure magnetiche, il valore di  $M$  (ora il potenziale mutuo di due circuiti) dovrebbe coincidere con quello del potenziale di due "gusci" magnetici d'intensità unitaria i cui contorni siano i due circuiti rispettivamente"*(34).

Il potenziale mutuo  $M$  esprime il

*"lavoro fatto dalle forze elettromagnetiche su l'uno o l'altro circuito conduttore quando esso viene mosso parallelamente a se stesso da una distanza infinita fino alla sua posizione attuale."*(35)

Nel capitolo sull'induzione magneto-elettrica Maxwell, analizzando il lavoro di Faraday, asserisce:

*"Questi esperimenti, perciò, mostrano che la corrente totale d'induzione dipende dal cambiamento che ha luogo in una certa quantità  $My$  e che questo cambiamento può insorgere o dalla variazione della corrente primaria,  $y$ , o da un qualsiasi movimento del circuito primario o secondario che alteri  $M$ ".*(36)

L'importanza di  $M$  è nuovamente messa in rilievo, come pure la sua doppia interpretazione matematica e fisica:

*"La concezione di una tale quantità, dalle cui variazioni, e non dal cui valore assoluto, dipende la corrente d'induzione, si presentò a Faraday ad uno stadio iniziale delle sue Ricerche"*

e

*"... Egli perciò riconobbe nel circuito secondario, quando è nel campo elettromagnetico, una 'condizione elettrica peculiare della materia', cui diede il nome di Stato Elettrotonico"*

e

*"... egli fu condotto a riconoscere l'esistenza di qualcosa che noi ora sappiamo essere una quantità matematica, e che può anche essere chiamata la quantità fondamentale nella teoria dell'elettromagnetismo",*

e

*"Altri ricercatori molto tempo dopo furono condotti alla medesima idea da un percorso puramente matematico ma, per quanto ne so, nessuno di essi riconobbe"*

*nell'idea matematicamente raffinata del potenziale di due circuiti, l'ardita ipotesi di Faraday di uno stato elettrotonico."*(37)

Fra questi è F. Neumann:

*"Su questa legge (di Lenz) F.E. Neumann fondò la sua teoria matematica dell'induzione, in cui stabilì le leggi matematiche del conduttore. Egli mostrò che la quantità M, che noi abbiamo chiamato il potenziale di un circuito rispetto all'altro, è la stessa quantità del potenziale elettromagnetico di un circuito rispetto all'altro, che noi abbiamo già investigato in connessione con la formula di Ampère. Possiamo perciò considerare F.E. Neumann come colui che ha completato per l'induzione delle correnti il trattamento matematico che Ampère aveva applicato alla loro azione meccanica."*(38)

Come Maxwell reinterpreta ora M in termini di azione contigua? Il potenziale mutuo M è un'energia potenziale, l'energia potenziale di due circuiti percorsi da corrente. L'idea importante di Maxwell è di considerare questa energia (potenziale) come l'energia del mezzo interposto fra i conduttori e di scinderla in due parti: un'energia potenziale del mezzo ed un'energia cinetica del mezzo. Avviene uno slittamento dalla meccanica delle particelle alla meccanica dei mezzi continui: l'energia potenziale del mezzo è (formalmente) energia di tensione così come quella posseduta da un solido elastico. Pertanto le due forme di energia sono state localizzate nel mezzo interposto fra i conduttori e tutte due insieme corrispondono all'energia potenziale del sistema visibile di conduttori (39). Ciò che è interessante notare è che Maxwell è effettivamente in una posizione intermedia fra azione a distanza ed azione contigua: egli usa ancora un principio di conservazione dell'energia con la distinzione fra energia potenziale e cinetica e non usa alcuna equazione di continuità per la conservazione, nonostante abbia localizzato l'energia. E' anche interessante notare come Maxwell interpretava la nuova energia potenziale e quella cinetica e come esse venivano messe in relazione con risultati acquisiti in precedenza.

Nella divisione del potenziale mutuo M in due parti, la parte elettrostatica è considerata come l'energia potenziale del mezzo e quella elettromagnetica (la parte dipendente dalle correnti) come l'energia cinetica del mezzo.

Infatti

*"La corrente elettrica non può essere immaginata diversamente da un fenomeno cinetico"* (40)

e

*"Noi possiamo ora restringere la nostra attenzione a quella parte dell'energia cinetica del sistema che dipende dai quadrati e dai prodotti delle intensità delle correnti elettriche. Noi la possiamo chiamare l'Energia Elettrocinetica del sistema."*(41)

Vengono dati i valori delle due forme di energia:

*"L'energia del campo consiste perciò soltanto di due parti, l'energia elettrostatica o potenziale*

$$w = \frac{1}{2} \iiint (Pf + Qg + Rh) dx dy dz$$

e l'energia elettromagnetica o cinetica

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint (a\alpha + b\beta + c\gamma) dx dy dz \quad (42)$$

(ove P,Q,R sono le componenti dell'intensità elettromotrice; f,g,h quelle dello spostamento elettrico; a,b,c dell' induzione magnetica;  $\alpha, \beta, \gamma$  della forza magnetica).

Queste sono espressioni che corrispondono alla teoria della propagazione contigua ma i valori espressi sono equivalenti alle espressioni in termini di azione a distanza (43).

Maxwell riconosce chiaramente questi risultati come fondamentali per la teoria elettromagnetica della luce che include la precedente teoria ondulatoria elastica. Vale la pena di riportare l'intero paragrafo 782:

*"Quando viene emessa della luce, una certa quantità di energia viene spesa dal corpo luminoso, e se la luce è assorbita da un altro corpo, questo viene riscaldato, mostrando che esso ha ricevuto energia dall'esterno. Durante l'intervallo di tempo dopo che la luce ha lasciato il primo corpo e prima che raggiunga il secondo, essa deve essere esistita come energia nello spazio interposto.*

*Secondo la teoria dell'emissione, la trasmissione di energia è prodotta dall'effettivo trasferimento di corpuscoli di luce dal corpo luminoso a quello illuminato, i quali portano con sé la loro energia cinetica, insieme con ogni altro tipo di energia di cui essi possono essere ricettacolo.*

*Secondo la teoria ondulatoria, c'è un mezzo materiale che riempie lo spazio fra i due corpi, ed è per l'azione delle parti contigue di questo mezzo che l'energia è trasferita, da una porzione alla successiva, finché essa raggiunge il corpo illuminato.*

*Il mezzo luminifero è perciò, durante il passaggio della luce attraverso di esso, un ricettacolo di energia. Nella teoria ondulatoria, come fu sviluppata da Huygens, Fresnel, Young, Green & C., si suppone che questa energia sia in parte potenziale e in parte cinetica. L'energia potenziale è supposta essere dovuta alla distorsione delle porzioni elementari del mezzo. Dobbiamo perciò riguardare il mezzo come elastico. L'energia cinetica è supposta essere dovuta al moto vibratorio del mezzo. Dobbiamo perciò riguardare il mezzo come avente densità finita.*

*Nella teoria dell'elettricità e del magnetismo adottata in questo trattato, vengono riconosciute due forme di energia, quella elettrostatica e quella elettrocinetica, (v. gli art. 630 e 636), e queste vengono supposte aver la loro sede, non semplicemente nei corpi elettrizzati o magnetizzati, bensì in ogni parte dello spazio circostante, dove si osserva l'azione della forza elettrica o magnetica. Pertanto la nostra teoria è in accordo con la teoria ondulatoria nell'assumere l'esistenza di un mezzo che è in grado di diventare un ricettacolo delle due forme di energia\**

*Nota*

*\* Da parte mia, considerando la relazione tra il vuoto e la forza magnetica ed il carattere generale dei fenomeni magnetici all'esterno del magnete, sono molto più incline al concetto che nella trasmissione della forza vi sia una tale azione, esterna al magnete, piuttosto che gli effetti siano semplicemente attrazione e repulsione a distanza. Un'azione del genere può essere una funzione dell'etere; giacché non è del*

*tutto improbabile che, se esiste un etere, esso possa avere altri usi che non semplicemente il trasporto di radiazioni.' - Faraday, Experimental Researches, 3075."*

Riassumendo vorrei sottolineare che uno slittamento fondamentale è avvenuto nell'analisi di Maxwell: la localizzazione fisica dell'energia potenziale M. Ovviamente M è definita come energia potenziale secondo una terminologia che si riferisce ancora ad un approccio meccanico. La sua localizzazione in un etere doveva implicare una sua riconsiderazione sia come energia cinetica che come energia potenziale (dell'etere questa volta). Questo è un primo importante passo verso il superamento della concezione meccanica: più tardi sarà riconosciuto che le energie cinetica e potenziale dell'etere (identificate rispettivamente con le energie magnetostatica ed elettrostatica) non sono separabili e costituiscono l'energia elettromagnetica del campo. Questo secondo passo doveva essere compiuto da Poynting. Maxwell fece il primo passo, cioè quello di localizzare l'energia potenziale del sistema nel mezzo e di separarla nelle parti cinetica e potenziale.

E' da notare che in notazione moderna l'energia potenziale maxwelliana è quella elettrostatica

$$\frac{1}{2} \int \rho \phi dv \quad \text{ovvero} \quad \int \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} dv \quad (1)$$

e la sua energia cinetica è l'energia della corrente stazionaria

$$\frac{1}{2} \int \vec{J} \cdot \vec{A} dv \quad \text{ovvero} \quad \int \frac{\epsilon_0 C^2}{2} \vec{B} \cdot \vec{B} dv \quad (2)$$

Queste due forme di energia possono essere considerate come potenziale e cinetica solo nel caso stazionario. In generale l'energia del campo è

$$\int \left( \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{\epsilon_0 C^2}{2} \vec{B} \cdot \vec{B} \right) dv$$

la quale, nonostante la corrispondenza formale con la somma dei due secondi membri di (1) e (2), ha un significato concettuale diverso: infatti non corrisponde alla somma dei due primi membri di (1) e (2). Questo, secondo un punto di vista moderno, è il limite di Maxwell: l'equivalenza stabilita fra azione a distanza e azione contigua nel caso di espressioni di energia per casi stazionari, non comportava come risultato la priorità dell'espressione tramite il campo né una generalizzazione dell'espressione dell'energia del campo per casi non stazionari (44). La prevista equazione di continuità per l'energia era ancora assente. Essa doveva essere raggiunta da Poynting nel 1884.

Un aspetto importante della metodologia maxwelliana nel Trattato è il suo uso delle equazioni di Lagrange per un tentativo di deduzione delle equazioni del campo. Già nella prefazione alla prima edizione del Trattato, Maxwell afferma che una delle conquiste principali del suo lavoro è di mettere in chiara luce le relazioni fra la forma matematica della teoria quella della scienza fondamentale della dinamica (45).

*"Finalmente, un certo progresso è stato raggiunto nella riduzione dell'elettromagnetismo a scienza dinamica mostrando che nessun fenomeno*

*elettromagnetico è in contraddizione con l'ipotesi che esso dipenda da una azione puramente dinamica"(46)*

L'uso da parte di Maxwell dei principi della dinamica nel Trattato, principalmente delle equazioni di Lagrange, è stato oggetto di diverse indagini.(47)

Una valutazione dell'approccio lagrangiano di Maxwell è di fatto un compito difficile. Egli occupa una posizione intermedia fra la concezione più astratta e matematica di Weber, Clausius e C. Neumann, e il punto di vista più meccanicistico di J.J. Thomson e W. Thomson. E' interessante notare che leggi della interazione elettromagnetica dipendenti dalla velocità potevano anche venir derivate da un'impostazione lagrangiana, attraverso i potenziali generalizzati. Ma in questi casi andava perduta la netta distinzione fra energia cinetica e potenziale (48). Anche W. Thomson utilizzò ampiamente l'approccio lagrangiano, ma lo considerava un artificio provvisorio da eliminare una volta che potesse venir spiegato il meccanismo interno dell'etere. A questo livello il punto di vista di Maxwell era fortemente in contrasto con quello di W. Thomson, nonostante quest'ultimo avesse in precedenza fornito i valori dell'energia utilizzati da Maxwell stesso. Questa frattura nell'approccio meccanicista britannico, la rassegna critica da parte di Maxwell della seconda edizione del Treatise on Natural Philosophy di Thomson e Tait (1879), e le diversità della loro concezione della dinamica lagrangiana sono state ampiamente analizzate.(49)

La localizzazione dell'energia nel mezzo risultante dall'identificazione dell'energia magnetica con quella cinetica e dell'energia elettrostatica con quella potenziale, è il punto rilevante che distingue l'uso da parte di Maxwell delle equazioni di Lagrange rispetto a quello degli scienziati tedeschi (50). Il potenziale mutuo M, nonostante l'assenza di distinzione fra energia potenziale e cinetica, poteva essere usato in una deduzione lagrangiana. Ma Maxwell oltre a separare i due termini, li riferisce ad un mezzo interposto e pertanto li localizza. La sua definitiva mancanza d'interesse per qualsiasi effettivo modello meccanico non nasconde questo profondo distacco dalle teorie dell'azione a distanza (51). Tutto questo sottolinea che il ruolo giustificativo del principio della minima azione era sostenuto da molte teorie e, pertanto, l'importanza della formulazione specifica di Maxwell va ricercata nel valore euristico della sua localizzazione. Ma questo è un aspetto che è stato purtroppo ignorato dalla letteratura secondaria.

L'uso di Maxwell del principio di conservazione dell'energia non riscosse molta attenzione e l'uso del principio della minima azione venne analizzato solo da un punto di vista giustificativo.

Ma ancora una volta bisogna evidenziare che il lavoro di Maxwell non è completo. Nelle parole di Hirosige:

*"Come metodo 'per ricondurre i fenomeni elettrici entro la provincia della dinamica', Maxwell tentò, nella parte IV, cap. V-VIII del suo Trattato, di esprimere la teoria elettromagnetica in una forma lagrangiana. Egli presentò una teoria dinamica di un sistema di circuiti; questa formulazione tuttavia è ristretta a circuiti costituiti da conduttori lineari e, inoltre, le variabili indipendenti che intervengono nelle equazioni dinamiche rappresentano soltanto la corrente in ciascun circuito. Nessuna variabile indipendente che rappresenti il campo elettromagnetico è presente. Perciò la dinamica del campo elettromagnetico non è sviluppata nel Trattato di Maxwell. Il tentativo di Lorentz di sviluppare un'analogia dinamica per la teoria elettromagnetica consisteva nel rivedere ed integrare il lavoro di Maxwell in questo senso."(52)*

Sono stati fin qui messi in rilievo il concetto maxwelliano di energia ed il suo uso del principio di conservazione dell'energia e del principio della minima azione. Nei tre

casi fu affermata, ma non completamente realizzata una concezione di azione contigua. L'aspetto principale dell'approccio di Maxwell è la localizzazione delle due parti del potenziale mutuo di due circuiti nello spazio interposto. In questa localizzazione risiede il grande valore euristico della teoria di Maxwell. Ma queste due parti furono ancora in parte inserite in una struttura concettuale basata sull'azione a distanza. Il completamento dell'approccio maxwelliano fu ottenuto da Poynting.

## B) Poynting

Le due pubblicazioni principali di Poynting (1884 e 1885) rappresentano la svolta nell'applicazione del principio di conservazione dell'energia alla teoria elettromagnetica classica. Il pieno sviluppo della teoria di Maxwell avviene con l'introduzione dell'idea della conservazione locale dell'energia. L'ambiguità, ancora presente nel Trattato di Maxwell, fra azione a distanza ed azione contigua viene chiarita ed un ruolo fondamentale nella definizione del principio di conservazione dell'energia viene attribuito tanto al mezzo intermedio quanto alla propagazione finita delle interazioni.

Per effetto della sua 'traduzione' nel linguaggio di Faraday dei risultati dell'azione a distanza, le concezioni di Maxwell erano ancora incastonate in una struttura teorica che presentava aspetti meccanici, discussa nel paragrafo precedente. Infatti ho analizzato i problemi connessi con l'idea di 'spostamento' di Maxwell, con il suo uso della formulazione lagrangiana e con la sua netta distinzione dell'energia potenziale "localizzata" del sistema in energia potenziale ed energia cinetica del mezzo. Questa derivazione lagrangiana era nella tradizione della meccanica del continuo. Entrambe le energie si supponevano concentrate nel mezzo: la prima veniva interpretata come elettrostatica mentre la seconda come elettromagnetica. Ma tutte due erano collegate in modo 'istantaneo' con le correnti; le correnti erano supposte stazionarie e pertanto non era data alcuna legge riguardo al movimento di energia (53); la priorità era sempre attribuita alle correnti, ossia alle sorgenti del campo. Maxwell supponeva che il collegamento fra le correnti e le loro energie fosse un'azione a distanza (istantanea), non spiegava completamente il perché la sede delle energie fosse nel mezzo. Inoltre supponeva che le due energie, elettrostatica ed elettromagnetica, fossero rigidamente distinte e correlate con le vecchie concezioni meccaniche di energia potenziale e cinetica dei mezzi continui. Supponeva inoltre che l'energia potenziale (quella elettrostatica) non contenesse termini dipendenti dalle velocità.

Partendo da queste premesse Poynting condusse a termine una reinterpretazione dei risultati di Maxwell: il mezzo viene ora considerato come il luogo dove le energie vengono trasferite. Viene respinta l'idea che le correnti trasportino un'energia è generata istantaneamente attorno ad esse. Le correnti sono invece viste come effetti delle trasformazioni delle energie, sia come risultato di una 'convergenza' di energia dallo spazio esterno che come 'divergenza' verso di esso (1884). Ma tanto la convergenza che la divergenza richiedono del tempo (1885). Come risultato, l'energia 'di campo', cioè l'energia della porzione di spazio riempita di materia, non è più suddivisibile in potenziale e cinetica poichè l'azione a distanza è completamente superata. L'energia elettromagnetica richiede tempo per propagarsi ed acquista un significato 'autonomo' indipendente da ed anteposto al meccanismo dell'etere materiale (54). Il punto di vista di Maxwell sull'energia, nonostante la sua localizzazione nel mezzo circostante, riflette ancora la priorità attribuita alle sorgenti, cariche e correnti, come 'produttori' di queste

energie. Il tentativo di Maxwell di operare una derivazione lagrangiana, con la rigorosa distinzione fra energia potenziale e cinetica, mostra chiaramente, nella sua interpretazione dei due termini rigidamente separati, questa incapacità di superare completamente il punto di partenza meccanico iniziale. L'approccio di Maxwell all'elettromagnetismo era fondato sullo slittamento dalla meccanica delle particelle a quella del continuo ma non perveniva ad un completo superamento di quest'ultimo.

Maxwell nell'ultima parte del suo Trattato esprime l'esigenza che la velocità di propagazione finita debba essere collegata con una propagazione di energia attraverso il mezzo, ma non offre uno specifico principio di conservazione dell'energia per rendere conto di ciò. Un tale risultato doveva essere raggiunto per l'appunto da Poynting nel 1884. La pubblicazione di Poynting è molto chiara quanto alle ipotesi iniziali, la dimostrazione e i risultati. Egli sottolinea esplicitamente di voler effettuare una reinterpretazione della teoria di Maxwell non suggerita da risultati sperimentali e incapace di offrire immediatamente nuove predizioni. Ancora una volta viene posto l'accento sul ruolo euristico del principio di conservazione dell'energia. In questo caso, il principio di conservazione dell'energia è legato al principio dell'azione contigua per dare un'equazione di continuità per il trasferimento di energia. L'articolo di Poynting del 1884 inizia con una descrizione del problema ancora aperto nella teoria di Maxwell, precisamente il trasferimento di energia nel campo elettromagnetico:

*"Prima d'ora una corrente veniva considerata come qualcosa che viaggiasse lungo un conduttore, l'attenzione era principalmente rivolta al conduttore, e l'energia che appariva in una parte del circuito, se considerato nel suo insieme, si supponeva essere convogliata in quel punto dalla corrente attraverso il conduttore."*

Ma secondo Faraday e Maxwell il mezzo esercita un ruolo importante:

*"Se noi crediamo nella continuità del moto di energia, cioè se noi crediamo che quando essa scompare in un punto e riappare in un altro essa deve essere passata attraverso lo spazio interposto, siamo costretti a concludere che il mezzo circostante contiene almeno una parte di energia, e che esso è in grado di trasferirla da punto a punto."(55)*

Questa è la prima chiara affermazione di un principio di conservazione locale dell'energia: non è fatta alcuna distinzione tra energia potenziale e cinetica, non c'è alcun riferimento alla legge fondamentale delle interazioni. La concezione che sta alla base è piuttosto quella di un'energia come sostanza, la quale ha un luogo specifico, il mezzo, ed un modo specifico di propagazione contigua. Planck, tre anni più tardi, (1887) doveva segnalare le somiglianze tra questa interpretazione del concetto di energia e quello di materia (56). Poynting si basa sulla teoria di Maxwell e principalmente sulle espressioni ricavate da Maxwell per le energie: egli non discute in quale modo queste espressioni siano state ottenute. In questa accettazione di precedenti risultati formali vi è una specie di principio di corrispondenza con la conoscenza precedente. Poynting infatti accetta le specifiche espressioni dell'energia di Maxwell ma modifica la loro interpretazione, allo stesso modo in cui Maxwell aveva accettato i valori di energia della teoria dell'azione a distanza e li aveva trasformati (attraverso la teoria matematica del potenziale) in valori equivalenti, ma li aveva interpretati come localizzati nel mezzo.

"Su questa base Maxwell ha indagato quale energia sia contenuta nel mezzo, ed ha fornito espressioni che assegnano a ciascuna parte del campo una quantità di energia dipendente dalle intensità elettromotrice e magnetica e dalla natura del materiale in quella parte per quanto riguarda la sua capacità induttiva specifica e la sua permeabilità magnetica. Queste espressioni rendono conto, per quanto ne sappiamo, di tutta l'energia. In accordo con la teoria di Maxwell, le correnti consistono essenzialmente in una certa distribuzione di energia entro ed intorno a un conduttore, accompagnata da trasformazione e conseguente movimento di energia attraverso il campo."(57)

Mentre questa è l'impostazione fondamentale della teoria di Maxwell nulla è detto esplicitamente nel Trattato circa a) il movimento specifico di energia attraverso il campo, b) la specifica produzione di energia dalle correnti o, cosa che potrebbe essere più importante, la produzione contraria. Quindi Poynting afferma:

"... noi siamo naturalmente indotti a considerare il problema: In che modo l'energia attorno ad una corrente elettrica passa da punto a punto, ossia per quali percorsi e secondo quale legge essa viaggia dalla parte del circuito dove essa è inizialmente riconoscibile come elettrica e magnetica verso le parti dove essa è trasformata in calore o in altre forme?"(58)

L'approccio di Poynting al problema è estremamente interessante per la sua semplicità ed il radicale allontanamento da interpretazioni meccaniche standard. Egli parte dai valori di Maxwell dell'energia elettrostatica ed elettromagnetica:

$$\frac{1}{2} \iiint (Pf+Qg+Rh) dx dy dz + \frac{1}{8\pi} \iiint (a\alpha+b\beta+c\gamma) dx dy dz$$

(dove P,Q,R sono le componenti dell' intensità elettromotrice; f,g,h quelle dello spostamento elettrico; a,b,c dell'induzione magnetica;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  della forza magnetica; K è la capacità induttiva specifica e  $\mu$  la permeabilità magnetica) e (dopo una semplice sostituzione di termini) ne calcola il differenziale rispetto al tempo; il tasso d'incremento dell'energia per secondo è:

$$\frac{K}{4\pi} \iiint \left( \frac{PdP}{dt} + \frac{QdQ}{dt} + \frac{RdR}{dt} \right) dx dy dz + \frac{\mu}{4\pi} \iiint \left( \alpha \frac{d\alpha}{dt} + \beta \frac{d\beta}{dt} + \gamma \frac{d\gamma}{dt} \right) dx dy dz$$

Il primo termine è uguale alla corrente di spostamento moltiplicata per l'intensità elettromotrice (la prima componente della corrente di spostamento è:  $df/dt = (K/4\pi) \cdot (dP/dt)$ , e nella teoria di Maxwell la corrente di spostamento è la differenza tra la corrente totale e la corrente di conduzione ( $df/dt = u-p$ ). Pertanto (59)

$$(1) \frac{K}{4\pi} \iiint \left( P \frac{dp}{dt} + Q \frac{dQ}{dt} + R \frac{dR}{dt} \right) dx dy dz + \iiint (Pp+Qq+Rr) dx dy dz = \iiint (Pu+Qv+Rw) dx dy dz$$

Il primo termine è la velocità di variazione di energia elettrica, il secondo è l'energia che compare in forma di calore nel circuito secondo la legge di Joule (prodotto della corrente di conduzione per l'intensità elettromotrice). Il terzo termine può venire trasformato utilizzando le equazioni delle componenti della forza elettromotrice (60), i valori della corrente totale in termini di forza magnetica (61) e le equazioni della forza elettromagnetica (62). Il risultato è la sua decomposizione in tre termini:

$$(2) \quad \iiint (Pu+Qv+Rw)dx dy dz = - \iiint (X\dot{x}+Y\dot{y}+Z\dot{z})dx dy dz \\ - \frac{\mu}{4\pi} \iiint \left( \alpha \frac{d\alpha}{dt} + \beta \frac{d\beta}{dt} + \gamma \frac{d\gamma}{dt} \right) dx dy dz + \frac{1}{4\pi} \iint \{l(R'\beta - Q'\gamma) + m(P'\gamma - R'\alpha) + n(Q'\alpha - P'\beta)\} dS$$

Il secondo termine al secondo membro è ottenuto attraverso la relazione esposta nel Trattato di Maxwell al pgf. 598. Il primo termine al secondo membro è interpretato come l'energia trasformata mediante il movimento della materia in cui esiste la corrente, il secondo è la velocità di variazione dell'energia magnetica. Sostituendo la (2) nella (1), otteniamo che la variazione di energia elettrica e magnetica più il calore di Joule più il lavoro delle forze elettromotrici è uguale a:

$$+ \frac{1}{4\pi} \iint \{l(R'\beta - Q'\gamma) + m(P'\gamma - R'\alpha) + n(Q'\alpha - P'\beta)\} dS.$$

Pertanto questo termine, secondo Poynting, esprime il guadagno totale in energia per secondo all'interno della superficie chiusa, ed egli afferma che questa energia passa attraverso la superficie di confine.

*"Se la superficie viene presa dove la materia non ha velocità ...  
la quantità di energia per secondo che attraversa l'unità di area  
perpendicolare al flusso è*

$$\frac{\text{intens. di f. elettromotrice} \times \text{intens. magn.} \times \text{seno d. angolo d'incl.}}{4\pi}$$

*"Siccome la superficie può essere tracciata dovunque ci piaccia  
allora dovunque esista sia intensità magnetica che forza  
elettromotrice vi è flusso di energia." (63)*

Secondo la moderna terminologia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = - \int \underline{I} \cdot \underline{E} dV - \int \underline{S} df$$

dove  $\underline{S} = \frac{c}{4\pi} \underline{E} \times \underline{H}$  è il 'vettore di Poynting' e la densità di energia elettromagnetica del campo è  $W = (E^2 + H^2)/8\pi$ . Questa è l'espressione formale del principio di conservazione locale.

Viene riportato un diagramma che indica le direzioni di  $\underline{E}$ ,  $\underline{B}$  ed  $\underline{S}$ :

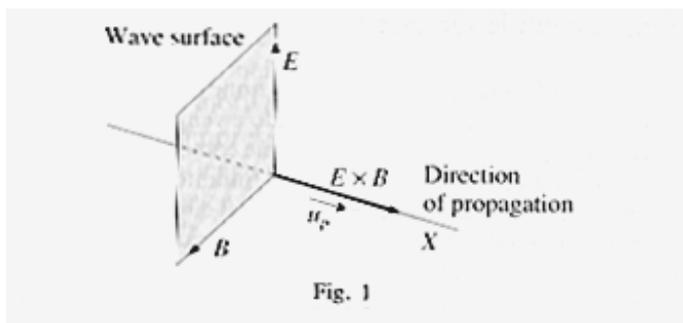


Fig. 1

Fig. 1

(fonte: Alonso-Finn (...))

Poynting fornisce alcune applicazioni della sua legge di trasferimento dell'energia; il cambiamento dalle concezioni precedenti si può vedere nel caso semplice di un filo rettilineo che conduce corrente: l'energia (perpendicolare sia all'intensità elettromotrice sia a quella magnetica) si suppone che "fluisca verso l'interno perpendicolarmente attraverso la superficie, ossia in direzione radiale verso l'asse."(64) In questo caso, se AB rappresenta il filo e la corrente procede da A a B, allora un piano tangente alla superficie in un punto contiene le direzioni sia dell'intensità elettromotrice che di quella magnetica.

Attraverso le estremità A e B non fluisce energia (non c'è alcuna componente per l'intensità elettromotrice) e perciò tutta quanta l'energia deve entrare attraverso la superficie esterna del filo. Secondo la rappresentazione di Poynting nessuna parte dell'energia di una corrente viaggia lungo il filo, bensì entra dal

mezzo non conduttore che circonda il filo ed inizia immediatamente ad essere trasformata in calore, mentre la quantità che attraversa gli strati successivi del filo decresce fino a quando è raggiunto il centro (dove non c'è forza magnetica e quindi non c'è energia in transito) ed è stata tutta trasformata in calore.

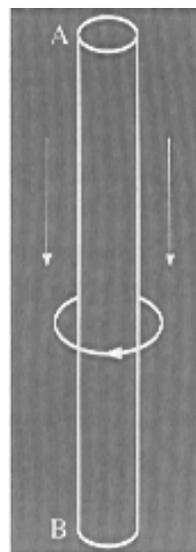


Fig. 2

(fonte: Poynting (1884))

Sono molto interessanti le sue osservazioni sulle correnti indotte:

*"Non è tanto facile formarsi una rappresentazione mentale del movimento di energia che ha luogo quando il campo sta cambiando e vengono create delle correnti indotte. Tuttavia possiamo vedere in modo generale come vengano giustificate queste correnti. Se è presente un circuito secondario, fintanto che la corrente primaria è costante, non vi è forza elettromotrice indotta nel circuito secondario in quanto*

*esso è tutto al medesimo potenziale. L'energia non si muove né verso l'interno né verso l'esterno di esso, bensì scorre attorno ad un ostacolo solido. Ma se la corrente primaria cambia vi è una redistribuzione dell'energia nel campo. Mentre questo avviene ci sarà una temporanea formazione di forza elettromotrice indotta nel materiale conduttore del circuito secondario, attraverso di esso si muoverà dell'energia ed una parte di essa sarà in esso trasformata in calore oppure in lavoro, cioè verrà indotta una corrente nel circuito secondario."*(65)

Questa descrizione piuttosto vaga doveva essere chiarita nella pubblicazione dell'anno successivo (1885). Tuttavia è importante notare già la presenza dell'idea che una corrente variabile modifica l'energia circostante (e viceversa) e che questa modifica richiede del tempo. Il caso in cui il legame temporale fra energia e corrente non appare è ovviamente quello delle correnti stazionarie, l'unico trattato da Maxwell.

Per questa via Poynting giunge più vicino al concetto di "campo" come entità autonoma, anche se egli è ancora interessato a una teoria dell'etere: energia e materia non sono così distinte come prima. Il distacco dall'idea maxwelliana di spostamento e l'impostazione teorica menzionata sopra sono esplicite nell'articolo di Poynting:

*"Gli esempi che precedono saranno sufficienti a mostrare che è facile adattare alcuni dei fatti sperimentali noti in accordo con la legge generale del flusso di energia."*

e:

*"E' difficilissimo avere chiaramente in mente che questo spostamento', per quanto finora siamo garantiti nel descriverlo, è semplicemente qualcosa con una direzione che ha alcune delle proprietà di un effettivo spostamento in fluidi incompressibili o in solidi. Quando noi impariamo che lo'spostamento' in un conduttore percorso da corrente cresce continuamente nel tempo, è quasi impossibile evitare d'immaginarsi qualcosa che si muova lungo il conduttore, e sembra allora l'unica cosa naturale dotare questo qualcosa di potere di trasporto di energia."*

*"Mi sembra allora che l'uso che noi facciamo del termine sia alquanto infelice, in quanto suggerisce alle nostre menti tante cose non verificate o false, mentre è così difficile tener a mente quel poco che esso realmente significa."*

*"... Io penso che sia necessario che noi ci rendiamo conto completamente che se accettiamo la teoria di Maxwell dell'energia residente nel mezzo, non dobbiamo più considerare una corrente come qualcosa che trasporti energia lungo il conduttore."*(66)

Tutta la concezione di 'spostamento' non si adatta più al punto di vista di Poynting per due motivi: a) l'attenzione si è spostata verso il mezzo che circonda i conduttori. Pertanto le vere correnti di spostamento nei dielettrici non sono più le sorgenti delle interazioni elettriche; b) l'energia elettromagnetica non si comporta più come un fluido incompressibile: essa nei conduttori viene convertita in calore di Joule.

In tal modo le principali motivazioni per l'idea di una corrente di spostamento (le sorgenti come fluidi incompressibili) vengono respinte. La validità del termine introdotto da Maxwell nella legge di Ampère è vista nel fatto che esso connette la variazione dell'intensità elettrica con l'intensità magnetica nel medesimo posto. Ora la priorità è assegnata a  $\underline{E}$  e  $\underline{B}$ , ed al fatto che la variazione dell'uno nel tempo implica una

variazione nel tempo dell'altro. La propagazione dell'energia  $\underline{E} \times \underline{B}$  con velocità finita nello spazio implica una propagazione finita di  $\underline{E}$  e  $\underline{B}$ . Seguendo Poynting una corrente in un conduttore deve essere considerata come una "convergenza" di energia elettrica e magnetica dal mezzo. Nella visuale di Maxwell l'equazione

$$\nabla \times \underline{B} = \mu_0 \left( \underline{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \right) \quad (1)$$

applicata al caso di un condensatore ha la seguente localizzazione dei termini:

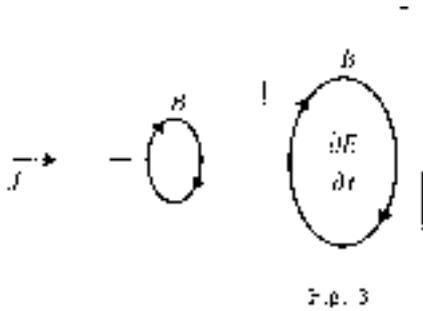


Fig. 3

Le correnti, tanto di conduzione che di spostamento, sono viste come le sorgenti dell'energia che viaggia "trasportata" da esse. Il movimento, cioè lo spostamento, è nella direzione dei tubi di flusso. Nella visuale di Poynting invece  $\underline{E}$  e  $\underline{B}$  sono i vettori dell'energia, la loro interpretazione meccanica non viene analizzata, e si suppone che l'energia fluisca trasversalmente ai tubi di flusso, ossia radialmente e non longitudinalmente rispetto al conduttore. Questa è ovviamente anche la direzione del flusso di  $\underline{E}$  e  $\underline{B}$ . In questo modo Poynting giunge alla propagazione trasversale delle onde elettromagnetiche. In questa concezione la relazione (1) tra  $\underline{B}$ ,  $\underline{J}$  ed  $\underline{E}$  vale in un medesimo punto nello spazio.

E' interessante notare che Poynting mise dapprima in rilievo la propagazione trasversale dell'energia ed in secondo luogo la propagazione trasversale di  $\underline{E}$  e  $\underline{B}$  (67). Infatti il distacco dallo spostamento longitudinale non era facile. La situazione è descritta nel caso della scarica di un condensatore: l'energia situata nel dielettrico fra le piastre A e B fluisce esternamente lungo le linee equipotenziali fino a convergere sul filo LMN, dove viene dissipata come calore di Joule. (Nella visuale maxwelliana l'energia sarebbe stata trasferita attraverso la linea chiusa LMN, trasportata in parte dalla corrente di spostamento ed in parte dalla corrente di conduzione). Pertanto il concetto di spostamento perde molto della sua importanza.

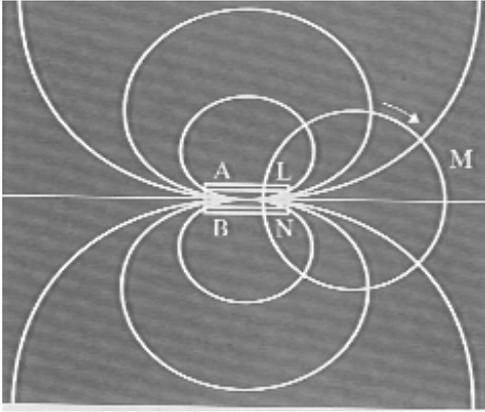


Fig. 4

(fonte: Poynting (1884))

Poynting è consapevole di aver introdotto delle rilevanti modifiche teoriche, come pure del carattere piuttosto astratto delle modifiche stesse, che si distaccano radicalmente dalla precedente interpretazione meccanica:

*"Questo modo di considerare le relazioni fra le varie parti del circuito è, me ne rendo conto, molto differente da quello praticato abitualmente, ma mi sembra che ci dia una migliore giustificazione dei fatti noti."*

*"Può sembrare a prima vista che noi dovremmo avere nuove indicazioni sperimentali di questo tipo di moto dell'energia, se esso ha realmente luogo ... Infatti, l'equazione fondamentale che descrive il movimento di energia è soltanto una deduzione dalle equazioni di Maxwell, che sono strutturate in modo da esprimere i fatti sperimentali per quanto sono fino ad ora noti ..."*

*"Possiamo allora difficilmente sperare in qualche ulteriore prova della legge al di là della sua concordanza con gli esperimenti già noti finché non venga scoperto qualche metodo per verificare che cosa avviene nel dielettrico indipendentemente dal circuito secondario." (68)*

Poynting in definitiva raggiunse un meraviglioso perfezionamento della teoria di Maxwell, spostando definitivamente la priorità dalle cariche e correnti alle intensità elettriche e magnetiche. Egli attribuì importanza al flusso di energia e trovò che questo flusso di energia è proporzionale a  $\underline{E} \times \underline{B}$ . In questo senso, egli rivolse l'attenzione al mezzo ed alla conservazione locale dell'energia, ottenendo un nuovo fondamentale significato per la conservazione, cioè quello di una conservazione connessa con la propagazione nel tempo. Inoltre egli non era interessato all'aspetto meccanico dell'etere. Pertanto la sua espressione del flusso di energia aprì la strada alla desostanzializzazione dell'etere, anche se implicava che il flusso non potesse essere definito in modo univoco e localizzato con precisione.

In terminologia moderna, come la pone Feynmann:

*"C'è, infatti, un numero infinito di differenti possibilità per  
 $\underline{u}$  | densità di energia | ed  $\underline{S}$  | vettore di Poynting | e finora nessuno  
 ha pensato una via sperimentale per perdere quale sia la giusta!"*

*Qualcuno ha tirato a indovinare che quella più semplice sia probabilmente quella corretta, ma dobbiamo dire che non sappiamo per certo che cosa sia l'effettiva collocazione nello spazio dell'energia del campo elettromagnetico." (69)*