

STORIA DELL'ELETTRODINAMICA: W. WEBER E CLAUSIUS SUL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Fabio Bevilacqua

Dipartimento di Fisica "A. Volta"

Via A. Bassi, 6 - 27100 Pavia

I primi quaranta anni del 19^o secolo videro un grande sviluppo delle problematiche connesse con il Principio di conservazione dell'energia. Secondo Kuhn (1) tre fattori principali avrebbero stimolato quest'interesse: la presenza di processi di conversione, il legame con le macchine e la filosofia romantica della natura. Obiettivo principale del suo scritto era quello di dare una spiegazione della "scoperta simultanea" del principio di conservazione dell'energia da parte di diversi scienziati ma, come è stato osservato da Heimann, il suo "approccio sociologico necessita di essere integrato da studi analitici" (2). In effetti lo scopo principale della mia analisi è di mostrare che, anche restringendo l'attenzione al solo ambito della teoria elettromagnetica classica, ci furono molteplici versioni differenti del principio di conservazione dell'energia. Fra le storie standard del principio di conservazione dell'energia meritano di essere menzionate quelle di Hiebert e di Elkana (3). Il testo di Hiebert è limitato alla meccanica e venne criticato da Jammer (4) per l'impostazione storiografica: Hiebert sovrappone due diverse interpretazioni dell'energia, quella relazionale e quella della fattorizzazione. Anche il libro di Elkana fu oggetto di critiche: fra le altre ragioni, perché si limitava ad un principio di conservazione dell'energia connesso con il modello delle forze centrali newtoniane (5). Jammer fece un tentativo di dare una definizione ai diversi significati filosofici e fisici della parola energia. Questo sembra essere un importante requisito preliminare per una storia del principio di conservazione dell'energia mirante a definire le relazioni fra la corrispondenza formale dei risultati quantitativi e l'interpretazione dei significati. Esso potrebbe evitare l'impostazione di Lindsay di ridurre il principio di conservazione dell'energia di Helmholtz al teorema del lavoro e della vis viva di Lagrange (6).

Il mio approccio è il seguente: due erano le fondamentali radici concettuali che generarono principio meccanico di conservazione dell'energia (7). Entrambe erano connesse con il principio dell'impossibilità del motore perpetuo. La prima, sintetizzata nell'affermazione "ex nihilo nil fieri", asseriva l'impossibilità di ottenere una quantità infinita di lavoro in un processo ciclico sotto l'azione di una forza data. La seconda, sintetizzata nell'affermazione: "nil fieri ad nihilum", asseriva l'impossibilità di distruggere una certa quantità di lavoro. Mentre la prima radice era connessa con il teorema che lega il lavoro con la vis viva (oggi: lavoro/energia cinetica) e con la nascita del concetto matematico di potenziale, la seconda era legata all'idea di una relazione di causa (causa aequat effectum) che non si annulla e pertanto era di stimolo alla definizione di una quantità fisica che potesse soddisfare a tale esigenza. La storia del dibattito sul principio di conservazione dell'energia, come è ben noto, non è limitata alla meccanica; ma le due radici del principio ebbero un'influenza anche nel dibattito interno alla teoria elettromagnetica classica. L'approccio dell'azione contigua era collegato con l'idea fisica di un'energia "materiale" localizzata nello spazio, ed in moto secondo un'equazione di continuità (nil fieri ad nihilum). L'approccio dell'azione a distanza era invece correlato con il teorema del lavoro e della vis viva e con il concetto matematico di potenziale (ex nihilo nil fieri).

Entrambe queste concezioni elettrodinamiche dell' energia (una legata alla propagazione locale e l'altra ai potenziali elettrodinamici) non hanno riscosso molta attenzione da parte degli storici della scienza. Questo mio contributo mira ad un'analisi di due interpretazioni del principio di conservazione dell'energia in elettrodinamica: quella di Weber e quella di Clausius, connesse con i potenziali elettrodinamici. Entrambe si riferivano ad una legge di forza di azione a distanza. Ma entrambe le leggi di forza, in contrasto con quella di Coulomb, dipendevano dalle velocità e dalle accelerazioni. E' quindi interessante analizzare in quale modo venne affermata la conservazione dell'energia in questo contesto. In un contributo successivo analizzerò le problematiche legate all'altra radice, e cioè alla localizzazione dell'energia elettromagnetica.

A) Per comprendere il contributo di Weber sono necessarie alcune osservazioni concernenti la storia precedente della teoria elettromagnetica classica. Dal 1875 le interazioni elettrostatiche erano state descritte da

Coulomb mediante una legge dell'inverso del quadrato in una concezione di azione a distanza. Nel 1820 Oersted scoperse un'interazione tra elettricità e magnetismo, descritta da Biot e Savart nel 1820 e da Ampère nel 1820-25. La legge di Ampère era anch'essa una legge dell'inverso del quadrato ma fra elementi di corrente. Seguendo questa impostazione Ampère, diede anche una legge per le interazioni fra correnti elettriche chiuse. Negli anni trenta Faraday scoperse un'interazione fra magnetismo ed elettricità, che venne anche analizzata da Lenz. Negli anni quaranta un problema di rilievo era: tutte queste interazioni possono venire spiegate per mezzo di una singola legge?

Contributi sostanziali in questa direzione vennero forniti dalla linea di ricerca dell'azione a distanza. Nel 1835 Gauss aveva dedotto una legge di forza fra particelle elettriche in moto con velocità relative, da cui potevano venir dedotte le leggi di Coulomb e di Ampère ma non gli effetti d'induzione di Faraday. Nel 1845 (e nel 1848) F. Neumann (1798-1895) generalizzava le equazioni delle correnti indotte in circuiti chiusi in moto in quello che ora viene chiamato campo magnetico. Egli osservò che la corrente indotta dipende solo dall'alterazione nel valore di una particolare funzione, alterazione causata dal movimento. Prendendo in considerazione le equazioni di Ampère per un circuito chiuso, Neumann pervenne a quello che è noto come potenziale mutuo di due circuiti, cioè la quantità di lavoro meccanico che deve essere fatto contro le forze elettromagnetiche per separare i due circuiti fino ad una distanza infinita mentre l'intensità delle correnti viene mantenuta inalterata. L'uso, da parte di F. Neumann, della funzione potenziale rientra nella tradizione matematica di Eulero, Lagrange, Laplace, Poisson, Green e Gauss. L'interpretazione fisica di questa funzione venne in seguito messa in relazione da Maxwell con l'idea di Faraday di uno "stato elettrotonico". La matematizzazione da parte di Neumann degli effetti d'induzione di Faraday esercitò un'influenza su W. Weber (9).

W. Weber (1804-1891) fu il principale scienziato dell'approccio all'elettrodinamica mediante l'azione a distanza. I suoi contributi furono fondamentali tanto per la teoria elettromagnetica classica quanto per il principio di conservazione dell'energia. Per quanto riguarda la teoria elettromagnetica classica W. Weber nel 1846 enunciò una legge di forza per le interazioni fra particelle elettriche la quale, pur seguendo ancora l'ipotesi dell'azione a distanza con velocità infinita di Newton, Coulomb ed Ampère, modificava sostanzialmente i risultati precedenti. Infatti Weber

riteneva che le forze dipendono non solo dalla distanza ma anche dalle velocità e dalle accelerazioni. Questa nuova interpretazione del concetto di forza diede origine ad un dibattito che al giorno d'oggi è ancora vivo(10). Un altro notevole aspetto dell'approccio di Weber è l'uso di velocità relative e non assolute, cioè il suo abbandono dell'uso di un sistema di riferimento privilegiato. Infatti, accettando le ipotesi di base di G.T. Fechner, suo predecessore alla cattedra di fisica a Lipsia, Weber sviluppò una concezione atomistica dell'elettricità e assunse che le correnti elettriche fossero particelle elettriche di segno opposto in moto in versi opposti. Weber inoltre riteneva che le particelle fossero dotate di inerzia (meccanica). La legge di forza che egli derivò ed il potenziale ad essa relativo, erano in parte modellati sull'attrazione gravitazionale newtoniana in quanto venivano assunte forze centrali. Le principali novità in questa teoria erano la dipendenza delle forze non solo dalla posizione ma anche dalla velocità e dall'accelerazione (due altri contributi in questo senso erano stati proposti da Gauss nel 1835 e da Riemann (pubblicato postumo nel 1867).

L'espressione della legge di Weber è:

$$F = \frac{e_1 e_2}{r^2} \left[1 - \frac{1}{c_w^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2r}{c_w^2} \frac{d^2 r}{dt^2} \right]$$

in unità elettrostatiche, dove dr/dt è la velocità radiale relativa, d^2r/dt^2 l'accelerazione radiale relativa e c_w una costante che esprime il rapporto fra l'unità di carica elettromagnetica e quella elettrostatica. Questa legge venne pubblicata nella prima delle famose "Elektrodynamische Maassbestimmungen" di Weber, sette lunghe opere condotte a termine fra il 1846 ed il 1878. Questa legge, anche se più elementare di quella di Ampère, può spiegare l'assenza di effetti elettrostatici in una corrente di densità uniforme. Essa è riconducibile alla legge di Coulomb nel caso statico e può spiegare non solo le forze fra correnti di Ampère ma anche i fenomeni d'induzione elettromagnetica di Faraday, ed il potenziale mutuo di Neumann.

Il principio di conservazione dell'energia di Helmholtz pubblicato nell'anno successivo, 1847,(12) era in conflitto diretto con la legge dell'elettrodinamica di Weber. Infatti questa non era una legge di forza centrale dipendente solo dalla distanza, come richiesto da Helmholtz e necessario per una netta separazione dell'energia cinetica da quella

potenziale, bensì una legge di forze dipendenti da velocità ed accelerazioni. Il principio di conservazione dell'energia acquistò rapidamente grande importanza nella comunità dei fisici, e per Weber era un problema grave il disaccordo della sua legge col principio di conservazione dell'energia di Helmholtz (basato su forze newtoniane), nonostante il fatto che la sua legge rendesse conto in maniera soddisfacente di tutti i risultati sperimentali di quel tempo. Questo è il punto di partenza di un lunghissimo dibattito fra Helmholtz e Weber. Nel 1848 Weber rivolse l'attenzione ad un risultato straordinariamente importante (13): la sua legge di forza poteva essere derivata dal potenziale

$$V = -\frac{ee'}{r} \left(\frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} - 1 \right)$$

Ovviamente, essendo la forza dipendente da velocità ed accelerazioni, il potenziale non può essere una funzione delle sole coordinate, ma dipenderà dalle velocità. Questo potenziale è quindi completamente diverso sia dall'energia cinetica che da quella potenziale di Helmholtz. La stessa distinzione tra energia cinetica e potenziale è ora posta in discussione dal punto di vista di Weber: esse non compaiono più come entità fondamentali ma solo come una scelta specifica connessa con il modello newtoniano di forze centrali dipendenti dalle distanze. Un altro aspetto del problema è il seguente: la forza di Weber, se non obbedisce al principio di conservazione di Helmholtz obbedisce ad un altro principio di conservazione dell'energia?

Dal momento che la forza di Weber viene derivata da un potenziale essa è in accordo col primo fondamento del principio di conservazione dell'energia richiamato sopra: "ex nihilo nil fieri". Infatti il lavoro compiuto dalla forza è un differenziale esatto, e lungo una traiettoria chiusa non vi è produzione di lavoro: non esiste disaccordo con l'impossibilità di un motore perpetuo. L'unica novità è che ora la vis viva dipenderà non solo dalle posizioni ma anche dalle velocità in queste posizioni e, nel caso di una traiettoria chiusa, si deve intendere che il punto finale deve avere la medesima posizione e la medesima velocità del punto iniziale (20). Parlando in modo schematico: Weber è in accordo con la maggior parte del primo paragrafo della memoria di Helmholtz del 1847 (ove Helmholtz definisce il principio di conservazione della forza viva), ma non con l'introduzione (ove definisce la propria impostazione metodologica e concettuale) né col secondo paragrafo (ove definisce la

conservazione dell'energia nella forma classica: energia cinetica e potenziale).

Possiamo quindi dire che Weber concorda con un principio di conservazione perché la sua legge ammette un potenziale e quindi il lavoro fatto dalla forza è un differenziale esatto, ma non con la conservazione dell'energia nel senso di Helmholtz, ossia con la distinzione fra energia potenziale e cinetica. Il risultato di Weber fu un grande contributo allo sviluppo della meccanica analitica ed allo sviluppo della teoria delle trasformazioni (15). Infatti il suo potenziale generalizzato, chiamato potenziale elettrocinetico, permetteva anche una derivazione lagrangiana della sua legge di forza. Ma il risultato di Weber, a differenza di quello di Helmholtz, aveva solo potere giustificativo e non euristico. A Weber mancava il contributo metafisico della tradizione leibniziana sull'eguaglianza tra causa ed effetto ed egli era quindi più vicino alla tradizione che vedeva invece nel teorema del lavoro e della vis viva semplicemente un risultato d'interesse per la meccanica.

La relazione di causalità, implicita nell'impostazione di Helmholtz, consentì a questi di generalizzare il principio a tutti i campi della natura, e questa è una differenza fondamentale fra i due fisici. Verso la fine degli anni quaranta alcuni altri contributi al problema delle relazioni fra leggi elettromagnetiche e principi di conservazione provennero da due seguaci di Weber: Kohlrausch e Kirchhoff.

R. Kohlrausch (1809-1858) derivò, nel 1848 e 1849, l'identità fra forze elettrostatiche ed elettromotrici per correnti stazionarie, e considerò ciò un indizio favorevole alla concezione della corrente come movimento di una sostanza elettrica. Egli trasse questa conclusione (16) dal fatto che la differenza di 'tensione' elettrica alle estremità di una cella voltaica, misurata elettrostaticamente a circuito aperto, era, per le diverse celle, proporzionale alla forza elettromotrice misurata dagli effetti elettrodinamici della cella a circuito chiuso; e (nel 1849) dal fatto che a circuito chiuso la differenza delle tensioni, misurata elettrostaticamente fra due punti qualunque del circuito esterno, era proporzionale alla resistenza ohmica esistente fra di essi. Entrambi questi risultati (ed il suo famoso articolo del 1857, scritto con Weber, sulla misura di c_W , rapporto fra le forze elettrostatica ed elettrodinamica) condussero direttamente ad alcuni importanti contributi da parte di G. Kirchhoff (1824-1887).

Nel 1849 G. Kirchhoff mise in rilievo che una formulazione consistente della teoria di Ohm richiedeva, almeno per le correnti

stazionarie, l'identificazione della tensione con il potenziale elettrostatico (17). Pertanto una corretta unificazione matematica fra l'elettrostatica e la teoria delle correnti voltaiche veniva raggiunta dopo più di venti anni di abbandono. Ohm (1828) aveva sempre usato la nozione voltiana di tensione come densità di fluido elettrico in uno stato di densità uniforme. G. Kirchhoff, allo scopo di applicare la teoria elettrostatica alle correnti galvaniche, e quindi unificare i due campi, dovette modificare questa ipotesi: l'elettricità libera, anche in un circuito chiuso, può esistere solo alla superficie del conduttore. Con questa ipotesi, che Kirchhoff dichiarava essere in accordo con le osservazioni di Kohlrausch, il potenziale elettrostatico e la forza agente nell'elettroscopio possono essere identificati. La tensione diventa una differenza di potenziale. Kirchhoff asserisce che, per spiegare i fenomeni elettrodinamici di Ampère ed i fenomeni d'induzione, ha bisogno di una legge unificante più generale. Egli indica la legge di Weber come una di quelle possibili, tuttavia si rende conto della difficoltà dell'unificazione. Nel 1857 egli stesso avrebbe fornito un contributo fondamentale per questo scopo.

Negli anni Cinquanta Weber sviluppò il lavoro fatto a Göttingen insieme a Gauss, nel quale essi stabilivano le unità di misura magnetiche assolute. Cioè, le misure dell'intensità di una proprietà magnetica erano state ridotte da Gauss e Weber a misure di lunghezza, tempo e massa, e quindi diventavano riproducibili ovunque senza la necessità di un particolare strumento magnetico tarato in precedenza. Weber estese il metodo alle misure elettriche. Nelle *Elektrodynamische Maassbestimmungen* del 1852 egli definì una misura assoluta per la resistenza elettrica e nel 1855 con Kohlrausch collaborò alla misura del rapporto fra le unità di carica elettrodinamiche ed elettrostatiche. I risultati vennero pubblicati nel 1857.

Il problema è interessante dal punto di vista concettuale (18): era necessario trovare una misura delle forze statiche fra due quantità di carica elettrica e successivamente una misura delle forze elettrodinamiche fra le due medesime quantità in moto - cioè fra due correnti. Pertanto era necessario che in entrambi i casi le cariche rimanessero le stesse, ma le cariche sono ovviamente misurate dalle forze che esse esercitano. Per superare questo circolo vizioso, Weber progettò di misurare dapprima la forza della carica statica fra le due piastre di un condensatore e poi di misurare la forza della carica in moto connettendo le due piastre mediante un filo di collegamento. In tale modo, la carica sarebbe stata la stessa in

entrambe le misure. Per misurare la carica in moto egli inventò il galvanometro balistico. Il valore del rapporto c_W fra le forze statiche e dinamiche era:

$$c_W = \sqrt{2c}$$

dove c è la velocità della luce. Ma Weber non era interessato alla somiglianza tra c_W e c . Nella pubblicazione del 1857 egli era principalmente interessato a spiegare il significato di c_W nella sua teoria. Effettivamente c_W compare nella legge fondamentale di forza di Weber ed assume il significato della velocità limite alla quale le cariche devono muoversi affinché le loro azioni statiche possano essere bilanciate da quelle dinamiche. Questo duplice aspetto di c_W , come rapporto tra unità di misura e come velocità limite, era importante a quel tempo. Meno importante, agli occhi di Weber, era la sua connessione con la velocità della luce (19):

"Da questa determinazione della costante c_W segue che due masse elettriche devono muoversi con una elevatissima velocità relativa se la forza elettrodinamica deve uguagliare quella elettrostatica, cioè con una velocità di 439 milioni di metri, ovvero 59.320 miglia, al secondo, che è considerevolmente maggiore della velocità della luce. Ma la velocità della luce non è la velocità di moto di un corpo, bensì la velocità di moto di un'onda, mentre tutte le velocità a noi note di moti reali dei corpi, anche quelli celesti, rappresentano proprio una frazione piccolissima della velocità della luce."

Inoltre, nel 1864 (20), nel quinto fascicolo delle sue *Elektrodynamische Maassbestimmungen*, Weber si rese conto, facendo seguito direttamente al lavoro di Kirchhoff, che era possibile, in fili conduttori, avere oscillazioni elettriche con una velocità $c_W/\sqrt{2} = c$, cioè la velocità della luce. Inoltre egli realizzò che questa era una velocità di propagazione di un'onda, non di una particella, come mostrato nella sua prima pubblicazione. Tuttavia Weber non attribuì un significato speciale a questa eguaglianza. La velocità c_W , nella teoria di Weber, era una velocità relativa fra cariche e solo più tardi fu Maxwell a cambiarne il valore in c con una scelta opportuna del sistema di unità di misura: da quello

elettrodinamico a quello elettromagnetico (differiscono per un fattore V^2), ossia utilizzando la legge di Coulomb per il magnetismo al posto della legge di Ampère. In questo modo egli ridusse il valore c_W esattamente a quello della velocità della luce; inoltre, cosa più importante, nella teoria di Maxwell questo valore assumeva il significato di una velocità assoluta delle interazioni di campo nell'etere, fornendo così il legame concettuale fra ottica ed elettromagnetismo.

Dopo i risultati di Weber e Kohlrausch del 1857, Kirchhoff nel medesimo anno fornì un risultato per il moto dell'elettricità nei conduttori che generalizzava le ricerche del 1854 di W. Thomson : in un circuito perfettamente conduttore, delle correnti oscillanti possono propagarsi con una velocità costante, indipendente dalla natura dei conduttori, e numericamente uguale alla velocità della luce (21). Sia Kirchhoff che Weber, sottolineando il carattere limite della condizione di conducibilità infinita, trascurarono questo risultato considerandolo una coincidenza accidentale. La legge cui Kirchhoff era pervenuto era:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

dove V è il potenziale elettrico e c la velocità della luce.

Nel medesimo anno, in una seconda pubblicazione, egli estese le equazioni di propagazione di perturbazioni elettriche al caso di conduttori tridimensionali. La legge di Ohm è allora espressa dall'equazione

$$\underline{J} = \sigma \left(-\text{grad } \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \right) = \sigma (E_{el} + E_{ind})$$

dove \underline{J} è la corrente, σ la conducibilità, Φ il potenziale elettrostatico ed \underline{A} un potenziale vettore calcolato coll'ausilio della formula di Weber o quella di Neumann. Questa legge doveva assumere grande importanza in connessione col lavoro di L. Lorenz e con l'introduzione da parte di quest'ultimo dei potenziali ritardati, e doveva influire sul lavoro di Weber del 1864 (già citato) perché, forse per la prima volta, erano presenti nella medesima equazione forze statiche ed elettrodinamiche correlate da un fattore di conversione uguale alla velocità di propagazione delle onde elettriche (22).

I principali contributi di Weber alla teoria elettrodinamica furono pubblicati tra il 1846 ed il 1878. Durante questo periodo Weber ebbe una polemica, che continuò per lungo tempo, con Helmholtz e Clausius: entrambi contestavano la legge di Weber. Ma questa opposizione alla legge di Weber aveva due radici differenti. Helmholtz criticava la sua relazione col principio di conservazione dell'energia, Clausius metteva in dubbio l'assunzione fatta da Weber che particelle di carica opposte fossero in moto con velocità relative opposte. Quest'ultimo problema sarà discusso nel paragrafo su Clausius, in quanto costituisce la base della controversia tra Weber e Clausius. Il primo problema era invece l'argomento principale della controversia tra Weber e Helmholtz.

Questa controversia è a mio avviso estremamente rilevante. Infatti essa dimostra che il principio di conservazione dell'energia era alla base del dibattito sulla teoria classica dell'elettromagnetismo; che le due radici concettuali del principio erano sempre in gioco ed erano connesse a differenti interpretazioni, e mostra pure quanto sofisticata fosse l'interpretazione del principio di conservazione dell'energia da parte di Weber.

La lunga controversia può essere suddivisa in due parti: a) dal 1847 al 1870 e, b) dal 1870 al 1898. La prima parte faceva riferimento alla compatibilità della legge di Weber con il principio di conservazione dell'energia; la seconda parte riguardava la possibilità di derivare conseguenze assurde dal principio di conservazione di Weber.

a) Come riferito sopra, nel 1846 Weber pubblicò la sua legge di una forza che non dipendeva unicamente dalla posizione e nel 1848 pubblicò una derivazione di questa legge dall'espressione di un potenziale. Ambedue questi risultati contraddicevano la formulazione del principio di conservazione dell'energia di Helmholtz del 1847. Nel caso di Weber le forze non erano centrali e non poteva essere operata una chiara distinzione tra energia cinetica e potenziale. Eppure esisteva un potenziale, il lavoro fatto dalla forza di Weber era un differenziale esatto; il problema era pertanto il seguente: la legge di Weber doveva essere considerata in accordo con un più generale principio di conservazione dell'energia, nonostante il suo contrasto con lo specifico principio enunciato da Helmholtz?

Ancora nel 1868 Tait e Thomson davano una risposta negativa a questo quesito:

" ... la conclusione (della teoria di Weber) sarebbe in contraddizione con la 'Conservazione dell'Energia' che noi, da innumerevoli esperimenti, assumiamo essere una legge generale della natura. Teorie del genere sono a maggior ragione pericolose se esse casualmente spiegano altri fenomeni, come quella di Weber spiega le correnti indotte" (23)

Tait, nuovamente, nel 1868:

"Ma le indagini di questi autori (Riemann e Lorenz) sono fondate interamente sull'inammissibile teoria di Weber delle forze esercitate l'una sull'altra da particelle elettriche in movimento, per le quali non è vera la conservazione dell'energia, mentre il risultato di Maxwell è perfettamente consistente con quel grande principio." (24)

L'obiezione di Tait (e di Thomson) riguarda la contraddizione tra la legge di Weber ed il principio di conservazione dell'energia di Helmholtz, ma non può negare la compatibilità della legge con l'impossibilità di un motore perpetuo. L'esistenza di un potenziale per la legge di Weber implica che il lavoro fatto dalle forze elettriche sia un differenziale esatto. Ciò significa che in un processo ciclico non può essere generata una quantità illimitata di lavoro da parte di una particella che si muova sotto l'azione della forza assunta da Weber. Pertanto non si crea lavoro dal nulla. Sia Helmholtz (nel 1870 e 1872) che Maxwell (nel 1873) concordavano su questo importante punto: nella misura in cui esiste un potenziale, la legge di forza corrispondente non contraddice l'impossibilità di un motore perpetuo; trova quindi spazio nella formulazione di Weber la prima radice concettuale: l' "ex nihilo nil fieri". Questo approccio al principio di conservazione dell'energia veniva chiamato sovente la legge del potenziale (25). Ritengo utile citare il paragrafo del Trattato di Maxwell relativo a questo problema:

" La formula di Gauss è in disaccordo con questo principio, e perciò deve essere abbandonata, in quanto conduce alla conclusione che dell'energia dovrebbe essere generata indefinitamente in un sistema finito con mezzi fisici. Questa obiezione non si applica alla formula di Weber

poiché egli ha mostrato che se assumiamo come energia potenziale di un sistema costituito da due particelle elettriche

$$\Psi = \frac{ee'}{r} \left| - \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\partial r}{\partial t} \right)^2 \right|$$

la repulsione fra di esse, ottenuta differenziando questa quantità rispetto ad r e cambiando di segno, è quella data dalla formula (19).

Quindi il lavoro fatto da una particella in moto per effetto della repulsione da parte di una particella fissa è dove sono i valori di all'inizio ed alla fine della sua traiettoria. Ora dipende solo dalla distanza, r , e dalla velocità calcolata nella direzione di r . Se, quindi, la particella descrive una traiettoria chiusa qualsiasi, così che la sua posizione, la velocità e la direzione del moto sono le stesse tanto alla fine che all'inizio, sarà uguale a, e nessun lavoro sarà fatto per l'intera durata del ciclo di operazioni. Pertanto una quantità illimitata di lavoro non può essere generata da una particella che si muove in maniera periodica sotto l'azione della forza assunta da Weber." (26)

b) Helmholtz nel 1870, pur riconoscendo quanto sopra, mosse nuove obiezioni contro Weber, sempre riferendosi al principio di conservazione dell'energia. Infatti Helmholtz mise in rilievo che la legge di Weber conduceva alla conclusione che due particelle elettricamente cariche possono inizialmente avere velocità finite, e poi, mentre si trovano ancora ad una distanza finita l'una dall'altra, possono acquistare un'energia cinetica infinita ed effettuare una quantità infinita di lavoro (27)

Il sesto fascicolo delle *Elektrodynamische Maassbestimmungen* (1871) di Weber è dedicato a respingere questi attacchi e ad una profonda analisi della relazione fra la sua legge ed il principio di conservazione dell'energia. Questo scritto, che sfortunatamente non è ben noto, costituisce un importante contributo sia alla teoria elettrodinamica che all'interpretazione del principio di conservazione dell'energia. Lo scopo di Weber non è limitato alla dimostrazione dell'assenza di contraddizione fra la sua legge ed il principio di conservazione dell'energia, ma mira a dimostrare che, assumendo la sua legge, lo stesso principio può essere generalizzato. Ciò introdurrà un nuovo significato per il principio di conservazione dell'energia:

"L'energia cinetica relativa fra due particelle e l'energia potenziale totale, che esse possiedono insieme a questa energia cinetica, danno insieme sempre la medesima somma".

Con questa formulazione il principio di conservazione viene supposto valido non solo per sistemi separati (isolati) ma anche per quelli interagenti. L'energia cinetica relativa è quella parte di energia cinetica di due particelle che dipende solo dalla relazione diretta fra di esse, ossia vengono esclusi la rivoluzione dell'una attorno all'altra nello spazio ed il moto del loro centro di gravità nello spazio. L'energia potenziale totale è composta da un'energia potenziale libera e da una latente. La prima è uguale ed opposta al potenziale e la seconda è il lavoro, preso con segno negativo, che viene fatto durante il trasferimento delle particelle dalla distanza attuale, r , alla distanza minore RO definito dalle particelle e, e' , dalle loro masse elettriche ϵ, ϵ' e dalla costante c nel modo seguente:

$$\rho = 2 \frac{\epsilon + \epsilon'}{\epsilon \epsilon'} \cdot \frac{e e'}{c c}$$

Una più chiara comprensione della definizione precedente richiede un'analisi dello scritto: i suoi punti più notevoli sono: 1) l'introduzione di masse elettriche; 2) la legge del potenziale, con la distinzione fra potenziale ed energia potenziale, come pure fra vis viva ed energia cinetica; 3) l'estensione della conservazione dell'energia dai sistemi separati a quelli non separati. Nella visuale di Weber, una quantità determinata di energia si conserva anche durante uno scambio di energia: ciò implica che mentre un sistema di due particelle elettriche e, e' riceve dall'esterno una quantità di energia cinetica $= a$, esso realmente subisce un'alterazione $= -a$ della sua energia potenziale; sicché l'energia totale del sistema deve conservare sempre il medesimo valore.

1) Il primo paragrafo dello scritto di Weber riguarda la distinzione fra particelle elettriche e masse elettriche (28). Questo paragrafo mostra come il pensiero di Weber fosse profondamente radicato nella tradizione meccanica e quanto vicino egli sia arrivato al concetto di "elettrone". Weber infatti osservava che nella legge di Coulomb dell'elettrostatica, $F = ee'/r^2$, e ed e' non hanno il significato di masse nel senso meccanico (e ed e' possono avere di volta in volta valori positivi o negativi). Ma le particelle elettriche e ed e' possiedono masse i cui valori sono sempre positivi. Infatti Nonostante la mancanza di una conoscenza precisa dei valori di a e b , si può affermare che i valori numerici delle masse elettriche

modificheranno la legge di Weber del 1846. La modifica avviene in due gradi: il primo concerne l'eliminazione nell'espressione dell'accelerazione $d^2r/dt^2 = d^2r'/dt^2 + d^2r''/dt^2$ del termine d^2r'/dt^2 , ossia l'accelerazione relativa dovuta all'azione mutua delle due particelle, la quale è proporzionale alla forza proveniente dalla stessa azione mutua, cioè la forza stessa che deve essere determinata. Il primo passo (già realizzato nello scritto del 1846) fornisce la legge:

$$\frac{ee'}{rr - \frac{2r}{cc}(e+e')} \left(1 - \frac{1}{cc} \frac{d^2r}{dt^2} + 2 \frac{rf}{cc} \right)$$

dove $f = d^2r''/dt^2$, cioè la componente dell'accelerazione dovuta all'azione di altri corpi.

Il secondo passo introduce la considerazione delle masse elettriche, cioè le masse meccaniche delle particelle elettriche:

$$\frac{ee'}{rr - \frac{2r}{cc} \frac{\epsilon + \epsilon'}{\epsilon \epsilon'} ee'} \left(1 - \frac{2r}{cc} \frac{d^2r}{dt^2} + \frac{2rf}{cc} \right)$$

Una conseguenza di quest'ultima formulazione è che due particelle del medesimo tipo "non devono in alcun modo respingersi sempre". Infatti quando $dr^2/dt^2 \ll cc + 2rf$ esse si respingono solo fintanto che $r > (2/cc) \cdot (\epsilon + \epsilon' / \epsilon \epsilon') \cdot ee'$ ed al contrario si attirano quando $r < (2/cc) \cdot (\epsilon + \epsilon' / \epsilon \epsilon') \cdot ee'$. Un'eccezione a questa regola si presenta solo quando le due particelle sono permanentemente in quiete l'una rispetto all'altra, nel qual caso si ottiene la legge fondamentale dell'elettrostatica.

L'introduzione della distinzione fra particelle elettriche e masse elettriche doveva, nella seconda parte dello scritto, condurre alle equazioni del moto e delle oscillazioni delle particelle elettriche e doveva avere un'influenza sul problema dell'inerzia dell'elettricità, ripetutamente contestata da Helmholtz e dai primi esperimenti di Hertz del 1879.

2) Weber spostò presto il suo interesse dalla legge di forza a quella del potenziale. Quest'ultima è molto più semplice e, nelle parole di Weber, probabilmente è più importante:

"Il collocare la legge del potenziale in primo piano come legge fondamentale, ed il derivare da essa la forza, non dovrebbe dare origine ad alcun timore. Noi abbiamo sotto molti aspetti una migliore giustificazione nel parlare dell'esistenza fisica del lavoro espresso dal potenziale che non per parlare dell'esistenza fisica di una forza, nei cui riguardi tutto quello che possiamo dire è che essa tende a cambiare le relazioni fisiche fra corpi".(29)

L'espressione matematica del potenziale è quella già pubblicata nel 1848:

$$V = \frac{ee'}{r} \left(\frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2} - 1 \right)$$

e l'interpretazione fisica è:

“il lavoro che viene speso nel fare sì che le particelle si avvicinino fra loro da una distanza infinita mentre sono sotto l'azione della loro repulsione reciproca ed arrivino alla distanza r con la velocità relativa dr/dt ”.

Da questa legge del potenziale elettrico segue che il lavoro fatto dalla forza dipende solo dalle disposizioni e dai movimenti iniziali e finali delle particelle, la qual cosa, come già stabilito, consente la compatibilità con l'impossibilità di un motore perpetuo.

Ma Weber spezza la sua legge del potenziale in due leggi più semplici: la legge della dipendenza del potenziale dalla distanza per un moto relativo costante e la legge di dipendenza del potenziale dal moto relativo per una distanza costante (30). La seconda delle due leggi è un'espressione che assomiglia al principio di conservazione dell'energia di Helmholtz, ed il fatto che Weber la deduca come parte della sua legge del potenziale getta una luce interessante sul suo concetto di potenziale generalizzato. La prima legge afferma che le quantità di lavoro spese nel separare due particelle a distanze diverse sono inversamente proporzionali a queste distanze:

$$V : U = \rho : r$$

La seconda afferma che il lavoro (U) necessario per separare due particelle fino ad una certa distanza, più la vis viva (x) delle particelle a quella medesima distanza, è uguale ad una costante:

$$U + x = a.$$

Combinando le due espressioni con una scelta opportuna delle costanti si ottiene la legge del potenziale.

Infatti il potenziale generalizzato di Weber uguaglia il lavoro ad una differenza tra una velocità al quadrato ed un termine dipendente dall'inverso della distanza. In un certo senso esso include tanto un'energia cinetica che una potenziale. Assumendo che l'energia potenziale (il termine posizionale) sia costante, questa costante uguaglia il lavoro e l'energia cinetica.

3) Interessanti conseguenze delle caratteristiche del potenziale generalizzato sono portate avanti da Weber in relazione al principio di conservazione dell'energia in senso stretto. Ossia, Weber si riferisce ora non solo all' "ex nihilo nil fieri" ma anche al "ad nihilum nil fieri", cioè i due fondamenti del principio presi assieme. Weber utilizza la sua espressione del potenziale per generalizzare il principio di conservazione dell'energia dal caso di sistemi isolati a quello dei sistemi non isolati. Per raggiungere questo scopo, egli utilizza anche una distinzione molto sottile fra potenziale ed energia potenziale da un lato, e fra vis viva ed energia cinetica dall'altro (31).

Queste distinzioni erano realmente degne di nota. Infatti nella tradizione classica della meccanica analitica la distinzione formale fra

a) lavoro:

$$W(P, P_0) = \int_{P_0}^P (Xdx + Ydy + Zdz);$$

b) funzione forza W:

$$W : X = \frac{\partial W}{\partial x}; \quad Y = \frac{\partial W}{\partial y}; \quad Z = \frac{\partial W}{\partial z}$$

c) potenziale U:

$$(X, Y, Z) = \text{grad } U = \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z} \right)$$

d) energia potenziale $V = \lambda W(P, P_0)$ (qui λ è una costante dipendente dalle unità di misura usate) era solo una questione di fattori costanti e di segni.

In questa tradizione il concetto principale era l'energia potenziale dipendente solo dalle posizioni. Ma da un punto di vista moderno, che in larga misura è il risultato del contributo di Weber, la situazione è diversa. Ora, in coordinate generalizzate, le distinzioni sono

- a) $d\bar{w} = F_1 dq_1 + F_2 dq_2 + \dots + F_n dq_n$ che in generale non è un differenziale esatto,
- b) funzione lavoro U , quando $d\bar{w} = dU$ (differenziale esatto). U , in generale, dipende non solo dalle posizioni ma anche dalle velocità $U = U(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$; la forza generalizzata è data da:

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i}$$

- c) $V = \sum \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - U$

Solo se la funzione lavoro non dipende dalle velocità l'energia potenziale è uguale ed opposta alla funzione lavoro. La distinzione formale fatta sopra tra potenziale (funzione lavoro) ed energia potenziale fu riconosciuta chiaramente da Weber nel suo scritto del 1871.

Probabilmente, solo nel 1873 venne fatto un tentativo da parte di E. Shering di introdurre in meccanica analitica il potenziale di Weber del 1848 ed i conseguenti risultati del 1871 (32).

Pertanto Weber fu assai originale e "moderno" nel considerare la funzione lavoro (potenziale generalizzato), e non l'energia potenziale, come la quantità basilare in meccanica. Considerando la profonda influenza che la meccanica ebbe sullo sviluppo della teoria elettromagnetica, il passo di Weber è estremamente rilevante.

La tesi principale di Weber nella sua generalizzazione del principio di conservazione dell'energia è la seguente. L'uguagliare il potenziale (la nostra funzione lavoro) all'energia potenziale è una restrizione che limita la validità del principio di conservazione dell'energia soltanto a sistemi separati. L'eliminazione di questa restrizione consente un allargamento alla validità del principio di conservazione dell'energia, ossia il principio di conservazione di Weber. Tutto ciò dipende dall'accettazione del suo potenziale generalizzato (una funzione lavoro che dipende anche dalle velocità). Seguendo Weber, il principio di conservazione dell'energia distingue tre forme di energia: energia di movimento, energia potenziale ed energia termica. Quest'ultima può essere lasciata cadere nel caso di due particelle elementari. L'energia di movimento richiede una specificazione della sua dipendenza dalla massa e dalla velocità con cui questa massa si muove. Allo stesso modo, è necessaria una specificazione del modo in cui l'energia potenziale dipende dal potenziale. Nella tradizione classica,

afferma Weber, questa determinazione è stata fatta uguagliando l'energia potenziale (senza riguardo per il segno) al potenziale. La giustificazione di questo fatto è stata trovata nella versione di Helmholtz del principio di conservazione dell'energia, in cui il potenziale (preso col segno negativo) sommato con l'energia cinetica dava una somma costante per un sistema isolato. Weber, qui, fa riferimento alla somma helmholtziana delle forze di tensione su una distanza come a un potenziale. Weber mostra che, utilizzando il suo potenziale generalizzato e le masse elettriche nell'espressione dell'energia cinetica, questa versione del principio di conservazione dell'energia è valida. Per l'estensione a sistemi non isolati, Weber assume che se l'energia potenziale non dipende solo dalla posizione ma anche dal movimento, potrebbe benissimo accadere che un incremento di energia cinetica del sistema venga compensato da un decremento equivalente della sua energia potenziale. Così nonostante il sistema non sia isolato (dato lo scambio di energia con l'esterno) la somma di energia cinetica e potenziale potrebbe essere costante. Perché ciò avvenga, il potenziale e l'energia potenziale non possono essere uguagliati, bensì devono essere determinate le relazioni fra loro.

Weber definisce il potenziale nel solito modo, come il lavoro “che, in conseguenza dell'azione mutua delle due particelle, viene fatto quando esse vengono trasferite, in qualsiasi maniera, da una distanza infinita fino alla distanza r esistente in realtà, con la velocità relativa dr/dt esistente in realtà” (33).

Il riferimento alla velocità è ovviamente necessario nel caso di Weber. L'energia potenziale è definita come il lavoro fatto quando le due particelle vengono trasferite non da una distanza infinita fino alla distanza effettiva r , ma da una distanza infinita fino alla distanza minima ρ . Questa distanza minima, come pure quella infinita, deve essere determinata “per conto proprio, indipendentemente dalle condizioni esistenti in realtà fra le due particelle”. La determinazione per Weber è:

$$\rho = 2 \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon \varepsilon'} \cdot \frac{ee'}{cc}$$

dove e, e' sono le particelle, $\varepsilon, \varepsilon'$ le masse elettriche, c la costante elettrica. L'energia potenziale risultante è $1/2(\varepsilon \varepsilon' / \varepsilon + \varepsilon')(cc - uu)$ (34).

Una distinzione corrispondente viene messa in rilievo fra vis viva ed energia cinetica. La vis viva infatti viene divisa in due parti: una prima parte chiamata vis viva relativa: $1/2(\varepsilon \varepsilon' / \varepsilon + \varepsilon')(dr^2 / dt^2)$, ed una seconda parte che le due particelle possiedono in virtù della rivoluzione dell'una

attorno all'altra nello spazio o per il moto del loro centro di gravità nello spazio. La differenza fisica fra le due parti è che la prima dipende da relazioni dirette tra le due particelle stesse mentre la seconda no. Weber quindi asserisce che l'energia cinetica deve essere intesa come dipendente soltanto dalla vis viva relativa, cioè la prima parte già menzionata della vis viva totale. In questo caso è facile vedere che un incremento nell'energia cinetica dato da $a = 1/2(\varepsilon\varepsilon'/\varepsilon + \varepsilon')vv$ corrisponde ad un decremento equivalente nell'energia potenziale ridefinita sopra:

$$\frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}(cc - uu) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}(cc - u_0u_0) - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}vv$$

dove v è la differenza fra la velocità u_0 prima dello scambio e la velocità u dopo lo scambio (35).

Se chiamiamo energia potenziale libera quella parte di energia potenziale che corrisponde al potenziale e chiamiamo energia potenziale latente la parte rimanente, Weber conclude che il principio di conservazione dell'energia per un sistema isolato prende la forma: la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale libera è sempre la stessa. D'altra parte, per un sistema non isolato: l'energia cinetica relativa di due particelle e la loro energia potenziale totale danno sempre la medesima somma. Quest'ultima definizione sarà considerata nel presente lavoro come il principio di conservazione dell'energia di Weber. Weber è ovviamente consapevole che l'energia potenziale non compete, come invece quella cinetica, alle due particelle prese separatamente. La localizzazione di questa energia potenziale doveva essere il principale problema che gli approcci come quello di Weber, dovevano affrontare. Infatti una caratteristica degli approcci basati sul concetto di energia potenziale è il fatto che questa energia riguarda il sistema nella sua totalità e si propaga istantaneamente. Questa, ovviamente, è la sua debolezza fisica principale. Inoltre l'estensione, da parte di Weber, del principio di conservazione a sistemi non isolati è basata esplicitamente sulla peculiarità del suo potenziale, cioè sul fatto che velocità relative al quadrato fanno parte di esso. E' per questo che l'energia cinetica e quella potenziale possono compensarsi reciprocamente.

In un passaggio interessante, alla fine della prima parte del suo scritto, Weber tenta di modificare il potenziale classico newtoniano per due masse ponderabili (36):

$$V = \frac{mm'}{r}$$

in un potenziale avente la stessa forma di quello elettrico:

$$V = \frac{mm'}{r} \left(1 - \frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2} \right)$$

Ovviamente, per un valore infinitamente grande della costante c si otterrebbe il primo potenziale, ma, dato il valore elevato della costante c nel caso elettrico, non segue alcuna contraddizione con i risultati sperimentali dall'adottare quest'ultima forma di potenziale. Questa osservazione fornisce una spiegazione dell'influenza che la legge di forza e del potenziale di Weber ebbero sui tentativi di modificare la legge gravitazionale di Newton e di spiegare il moto del perielio di Mercurio. Nel 1872 fu mostrato che la legge di Weber poteva render conto per i 3/8 della discrepanza tra la teoria newtoniana e l'esperimento; nel 1890 che la legge di Riemann lo poteva per i 3/4, e nel 1895 che una combinazione delle due poteva rendere conto della discrepanza nel suo intero (37).

Alla fine della seconda parte del suo scritto del 1871 Weber risponde alle critiche di Helmholtz del 1870, critiche che vertevano sull'incompatibilità della legge di forza di Weber con alcune conseguenze del principio di conservazione dell'energia. Questo fu il punto di partenza per la seconda parte della lunga controversia. Weber nella sua risposta sottolinea per prima cosa il nuovo requisito che Helmholtz impone alla propria originaria formulazione del principio di conservazione dell'energia: la vis viva non può diventare infinita, altrimenti potrebbe venire effettuata una quantità infinitamente grande di lavoro (sia passando da una velocità finita ad una infinita, o da una velocità infinita ad una finita). Pertanto deve esistere una velocità limite. Per Weber questa velocità limite è la sua costante c_W ($= \sqrt{2}$ · vel. della luce). Dal punto di vista di Weber, la critica di Helmholtz deve essere respinta in quanto assume per le particelle una velocità iniziale maggiore di c . Assumendo questo valore limite il potenziale di Weber è una quantità sempre positiva. In secondo luogo, annota Weber, la distanza finita a cui le particelle, secondo l'obiezione di Helmholtz, acquisterebbero una velocità infinita è estremamente piccola, al di fuori del campo di indagine. Pertanto l'obiezione è praticamente priva di significato. Ma Helmholtz nel 1872 e

1873 criticò nuovamente la legge di Weber per via del segno negativo in uno dei termini del potenziale generalizzato. Infatti questo implica che una carica si comporti

“in qualche modo come se la sua massa fosse negativa, così che in certe circostanze la sua velocità potrebbe accrescersi indefinitamente sotto l’azione di una forza contraria al moto” (38).

Maxwell nel 1873 concordava con le critiche di Helmholtz del 1872 ed affermava che quest’ultimo

“... impossibile risultato è una necessaria conseguenza dell’assumere per il potenziale qualunque formula che introduca termini negativi nel coefficiente di v^2 ” (39).

Hoppe, uno storico che difese le ipotesi di Weber in due volumi, prima nel 1884 e poi nel 1927, afferma che nel 1875 Weber riuscì a mostrare che, con un’adeguata reinterpretazione della sua equazione per la vis viva, la critica di Helmholtz può venir respinta. Ma di nuovo nel 1881 Helmholtz criticò Weber in base ad un possibile caso fisico in cui la legge avrebbe fornito un valore immaginario per la velocità (40).

Hoppe annotò altri aspetti della controversia: C. Neumann nel 1871, 1875 e 1877 e Zoellner nel 1876 pubblicarono articoli in favore di Weber e contro Helmholtz. Helmholtz nel 1876 riconobbe che gli esperimenti di Rowland sulla convezione non erano in disaccordo con la legge di Weber. Nel 1877 Budde fece un’analisi molto sofisticata delle teorie di Weber, Clausius e Riemann e progettò una serie di esperimenti “allo scopo di provarne la validità” (41). I contributi di C. Neumann del 1877 e 1898 sono estremamente interessanti per un obiettivo giudizio su questa lunga disputa. C. Neumann, infatti, era un difensore della posizione di Weber. Ancora nel 1877 egli rispondeva alle critiche di Helmholtz del 1872 contro Weber nei termini seguenti:

“L’obiezione che segue (nella argomentazione di Helmholtz) non si riferisce al solito principio dell’energia, ma ad un principio completamente nuovo che viene espresso qui per la prima volta. Mentre il principio usuale richiede per ogni sistema l’esistenza di una funzione energia, - cioè l’esistenza di una funzione che abbia la proprietà di crescere, in ogni intervallo di tempo, della stessa quantità pari al lavoro che viene compiuto sul sistema dall’esterno - questo nuovo principio richiede non solo l’esistenza di una tale funzione, ma nel medesimo tempo una caratteristica assai specifica di

essa, in quanto asserisce che la parte cinetica di questa funzione deve essere invariabilmente positiva.”(42)

Nell'impostazione di Weber il potenziale elettrocinetico ha dei termini che contengono velocità al quadrato, come quelli dell'energia cinetica. Ma, in contrasto con i termini cinetici classici, i quali sono moltiplicati per un coefficiente positivo come m , questi nuovi termini possono essere moltiplicati per dei coefficienti negativi, quali le cariche elettriche. La somma dei termini risultanti positivi e negativi contenenti velocità al quadrato può essere negativa. Dal punto di vista di Helmholtz, questa somma rappresenta un'energia cinetica negativa e perciò veniva da lui postulata la nuova esigenza di T positivo.

C. Neumann afferma esplicitamente che i principi fisici non sono da considerare stabiliti una volta per tutte. Modificazioni sono possibili e proprio quella introdotta da Helmholtz deve essere analizzata accuratamente. C. Neumann pone in rilievo tre slittamenti concettuali nel principio di conservazione dell'energia: il principio di conservazione della vis viva, il principio di conservazione dell'energia ed il nuovo principio dell'energia cinetica positiva di Helmholtz. Trattandosi di un principio nuovo, esso non può, secondo Neumann, essere considerato una base sicura per un dibattito. Le obiezioni di Helmholtz contro Weber devono essere analizzate “a prescindere da tale principio”. Ossia, viene negata la necessità di energia cinetica positiva come regola generale, ma è accettata la possibilità di conclusioni specifiche inammissibili dalla legge di Weber (la quale ammette energia cinetica negativa). Ma anche per questo secondo problema C. Neumann osserva che le critiche di Helmholtz possono venire respinte:

“Il fatto messo in rilievo da Helmholtz, cioè il verificarsi di accelerazioni infinitamente grandi, conduce o alla conclusione che la legge di Weber è inammissibile, oppure che non sono possibili gli stati singolari. E sarebbe perciò troppo frettoloso saltare alla conclusione che una alternativa sia preferibile all'altra e cogliere questo fatto per parlare contro la legge di Weber”. (43)

Di fatto, nella sua analisi del 1877, C. Neumann ammette la seconda alternativa e rifiuta la prima:

“In realtà questo fatto costituirebbe un’evidenza contro la legge di Weber solo se si potesse provare, con un esempio, che quegli stati singolari sono appunto possibili. Più tardi vedremo quanto siamo lontani dal riuscire a trovare una tale prova.”(44)

Ma venti anni dopo, nel 1898, la sua posizione cambiò. Egli pubblicò finalmente il secondo volume su “Electric forces”. Il primo volume era stato pubblicato nel 1873 ed era dedicato ad un’analisi delle teorie di Ampère e di F. Neumann. Seguendo lo schema del primo volume, il secondo avrebbe dovuto trattare le teorie di Weber e di Kirchhoff. Ma invece il volume del 1898 fu dedicato alla teoria di Helmholtz. Io penso che valga la pena riportare in tutta la sua estensione la spiegazione di C. Neumann del suo spostamento verso la teoria di Helmholtz.

“Ci sono ovviamente tre effetti che devono essere tenuti complessivamente in considerazione nel considerare i fenomeni elettrici, se si intende rimanere attaccati al concetto convenzionale dell’azione a distanza. Primo: l’effetto della materia elettrica su se stessa; secondo: l’effetto della materia elettrica sulla materia non elettrica ed infine, terzo: l’effetto della materia non elettrica su se stessa. La materia non elettrica potrebbe comprendere qui tanto la materia ponderabile quanto l’etere. Una legge che pretenda di fornire la ragione definitiva dei fenomeni elettrici e spiegare completamente tali fenomeni dovrebbe tenerli in conto tutti e tre. Tuttavia la legge di Weber si riferisce soltanto al primo di questi e perciò non può soddisfare tale pretesa. In breve, la legge di Weber come tale è incompleta e richiede alcune ipotesi aggiuntive. Di conseguenza la legge di Weber, presa in se stessa, difficilmente può condurre a qualche seria conclusione che possa essere confrontata con l’esperienza o con l’osservazione. Poiché, se si dovesse usare questa legge per ottenere informazioni sugli effetti ponderomotori, sarebbe necessario fare ipotesi aggiuntive sul modo in cui le forze esercitate sulla materia elettrica trasportano se stesse attraverso la materia ponderabile, etc. (cfr. Neumann ... 1874). Assumendo che, in base alla legge di Weber, insieme con tali ipotesi aggiuntive, noi otteniamo un risultato insoddisfacente, p. es. una contraddizione con l’esperienza, sarebbe dubbio se ciò sia per colpa della legge di Weber oppure di

quelle ipotesi addizionali. Come conseguenza della sua incompletezza, la legge di Weber è esposta ad attacchi. Ad ogni modo, in una investigazione più puntuale della legge di Weber in prima istanza il compito sarebbe di trovare quelle ipotesi addizionali che sono richieste per completare questa legge, ed attraverso le quali si giungerebbe ad una concordanza con i fenomeni osservati. Nel corso degli ultimi anni ho fatto diversi tentativi in questa direzione (concezione dualistica ed unitaria), senza essere riuscito ad ottenere un risultato veramente soddisfacente. Di conseguenza ho modificato il programma che avevo stabilito nella mia prima parte, e qui, nella seconda parte, ho fatto oggetto della mia indagine gli studi di Helmholtz e non la legge di Weber. Ciò fornisce pure una spiegazione del perché il titolo di questa parte non è completamente in sintonia con quello della prima parte. Qualunque cosa si possa pensare riguardo alla legge di Weber, nessuno vorrà negare che noi le dobbiamo diversi passi essenziali in avanti. Fra questi io annovero in modo speciale l'estensione del principio della forza viva e del principio di Hamilton a quei casi in cui il potenziale non dipende solo dalle coordinate ma contemporaneamente dalle velocità. (Cfr. C. Neumann: General investigation on Newton principle of action-at-a-distance ... 1896). Io penso anche che le prospettive offerte dalla legge di Weber verranno presto o tardi riprese e portate avanti.”

(45)

A mio vedere, lo spostamento di C. Neumann da Weber a Helmholtz chiude una controversia che durò per cinquanta anni, ma introduce una domanda interessante: perché lo spostamento fu verso Helmholtz e non verso Maxwell? A quel tempo, infatti, lo stesso Helmholtz si era spostato verso Maxwell e l'analisi di C. Neumann degli ultimi lavori di Helmholtz è estremamente accurata. Secondo me C. Neumann nel 1898 (come pure Duhem nel 1902) non afferrò il punto principale dell'intero dibattito sull'energia. Infatti a quel punto l'importanza di un principio locale di conservazione, implicante un flusso di energia e l'azione contigua (cioè azione a distanza brevissima), era ampiamente nota. Ma C. Neumann non era interessato a questo. La sua preferenza per Helmholtz rispetto a Weber era connessa con la polarizzazione dell'etere e della materia ponderabile e con la conseguente interpretazione del ritardo temporale come ritardo

dovuto alla polarizzazione. Pertanto l'abbandono di Weber da parte di Neumann era fondato su ragioni molto deboli: negli anni novanta Lorentz doveva dematerializzare l'etere pur mantenendo l'azione contigua. Nonostante ciò, l'abbandono di Weber da parte di C. Neumann costituisce un'evidenza delle difficoltà sopra menzionate che l'impostazione originale di Weber del 1848 dell' "ex nihilo" e della legge del potenziale incontrò con l' "ad nihilum" e la conservazione dell'energia. Inoltre, una conservazione globale, istantanea, dell'energia nel senso che intendeva Helmholtz nel 1847, era difficile da accettare nel senso in cui l'intendeva Weber nel 1871.

B) Clausius

I contributi principali di Clausius al principio di conservazione dell'energia ed alla teoria elettromagnetica classica furono pubblicati negli anni Settanta (46). La sua impostazione è collegata con l'impossibilità del motore perpetuo, secondo la radice del "ex nihilo nil fieri", cioè con una legge del potenziale. Egli non è tanto interessato all'euristica offerta dal considerare l'energia come una quantità indistruttibile che assume forme diverse, né alla metafisica leibniziana del principio di causalità, né al modello newtoniano delle forze centrali che dipendono solo dalla distanza, quanto invece all'aspetto giustificativo del principio di conservazione dell'energia: la legge della forza deve essere compatibile col principio di conservazione. Il principio di conservazione dell'energia è interpretato come l'esigenza che nel teorema che lega il lavoro alla vis viva il lavoro debba essere un differenziale esatto. Pertanto non vi è restrizione per la forma assunta dalle forze: esse non devono necessariamente essere centrali, e possono dipendere dalla velocità e dalle accelerazioni. E nemmeno è rilevante la netta distinzione tra energia potenziale e cinetica: tutto ciò che importa è che il lavoro fatto dalle forze in gioco sia un differenziale esatto. Lo stesso Clausius enunciò una legge di forza dipendente dalle velocità e dalle accelerazioni e la sua impostazione analitica ebbe conseguenze importanti.

Questo approccio analitico era già evidente nei precedenti lavori di Clausius degli anni Cinquanta, i quali erano in contrasto con lo sviluppo di Helmholtz. Nel 1852, in uno scritto sugli effetti meccanici e sul calore generato da una scarica elettrica e da una corrente elettrica stazionaria,

Clausius introduce la sua linea principale di pensiero. Il legame con la tradizione meccanica è esplicito:

“Nello scritto che segue io ho cercato di ridurre ad un’unità definita derivata dai principi della meccanica l’effetto prodotto da una scarica elettrica ...”. (47)

Come viene raggiunta questa riduzione? La legge fondamentale presa in considerazione è il teorema del lavoro e della vis viva:

“l’incremento della vis viva nel sistema durante un dato tempo è uguale alla quantità di lavoro meccanico prodotto nel sistema durante lo stesso tempo”. (48)

Il problema è ora di determinare la vis viva ed il lavoro nei casi elettrici considerati (scarica elettrica e correnti costanti). Il calore è considerato come

“un movimento delle particelle ultime dei corpi, ed è la misura della vis viva di questo moto”.(49)

Ma l'affermazione precedente si riferisce al moto di masse ponderabili. Il teorema del lavoro e della vis viva è applicabile all'elettricità? Clausius dà una risposta positiva, citando esplicitamente lo scritto di Helmholtz del 1847 sull'argomento. Ma riguardo alla questione più specifica se l'elettricità sia dotata d'inerzia, così che possa esserle attribuita della vis viva, Clausius lascia aperto il problema. Nonostante l'importanza generale della questione (v. la risposta affermativa di Weber nel 1871) Clausius asserisce che essa non infirma i due casi specifici in esame (prima e dopo la scarica l'elettricità è in quiete, e l'inerzia è in ogni caso troppo piccola per essere comparata con la resistenza del conduttore).

Quindi la parte cinetica del teorema del lavoro e della vis viva può essere costituita solamente da a) movimenti effettivamente visibili; b) calore provocato dalle correnti. Per quanto concerne il lavoro esso può essere suddiviso in due parti. La prima prodotta dalle forze attrattive e repulsive dell'elettricità e la seconda dovuta agli effetti addizionali di altre forze (scoccare di scintille, decomposizione chimica, eccitazione di correnti indotte o effetti magnetici su altri corpi, ecc.). Tutti questi ultimi effetti devono essere considerati come lavoro negativo e possono venire addizionati alla parte cinetica dell'equazione lavoro-energia cinetica:

$$\frac{1}{2} \sum mv^2 - \frac{1}{2} \sum mv_0^2 = \int_0^t \Sigma (Xdx + Ydy + Zdz)$$

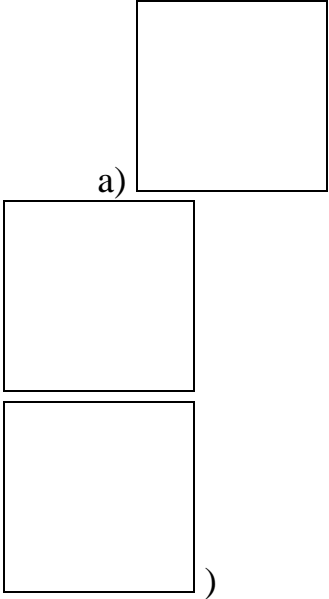
La parte di lavoro che si trova al secondo membro dell'equazione e che ora uguaglia tutti gli effetti prodotti (moto reale, calore, lavoro dovuto ad altre forze), è la più importante per il mio discorso. Infatti essa è il lavoro prodotto dalle forze attrattive e repulsive dell'elettricità. Lo scopo di Clausius è ora di dimostrare che questo lavoro è

“uguale all'incremento del potenziale di tutta l'elettricità su se stessa”. (50)

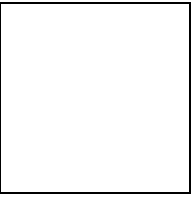
Pertanto il suo problema principale nel seguito sarà di trovare il valore del potenziale nei casi specifici.

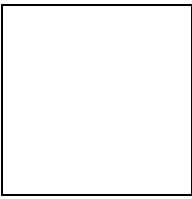
L'importanza di questa impostazione consiste nel fatto che se una differenza di potenziale elettrico soddisfa al teorema del lavoro e della vis viva, la sola condizione per le forze elettriche è che esse ammettano un potenziale (in termini moderni: una funzione lavoro), ossia che il loro lavoro sia un differenziale esatto. Questa è l'interpretazione di Clausius del principio di conservazione dell'energia. Non è menzionato alcun riferimento alla conservazione di una specifica quantità, nè vengono assunti modelli specifici per le forze.

E' interessante seguire la determinazione del lavoro fatto nel caso statico, nello scritto del 1852. Il lavoro totale $\Sigma(Xdx + Ydy + Zdz)$ è considerato il risultato di tre diversi contributi. Una prima parte $\Sigma_1(Xdx + Ydy + Zdz)$ è dovuta alle forze che restano uguali durante tutto il tempo. Questo è un differenziale esatto e quindi il valore dell'integrale corrispondente dipende solo dalle posizioni iniziale e finale. La seconda parte è dovuta alle forze che agiscono fra un sistema esterno di masse immobili μ, μ' ecc., ed il sistema di masse m, m' , ecc. Pertanto: $\Sigma_2(Xdx + Ydy + Zdz) = \Sigma \pm (m\mu / \rho) + \text{cost.}$ (+ e - significano attrazione e repulsione), considerando le forze inversamente proporzionali al quadrato delle distanze. La terza parte si riferisce alla mutua azione delle masse m di un dato sistema, sempre supposta inversamente proporzionale al quadrato delle distanze. Pertanto è $\Sigma_3(Xdx + Ydy + Zdz) = \Sigma \pm (mm' / r) + \text{cost.}$. Ora Clausius introduce una terminologia parzialmente nuova (51):

a)  è la funzione potenziale (potenziale della massa
sull'unità di massa posta alla distanza
)

b)  è il potenziale (della massa  sulla
massa m posta  alla distanza )

c)  è il potenziale del sistema di masse esterne sul
sistema dato

d)  è il potenziale del dato sistema di masse su se
stesso.

Il lavoro complessivo prodotto dall'elettricità è facilmente riconoscibile nell'incremento di quest'ultimo potenziale soltanto: infatti le forze in azione consistono solo nell'attrazione o repulsione mutua delle

particelle di elettricità, che è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Quindi:

“il detto lavoro è indipendente dal modo in cui si effettua l’alterazione, e dipende solo dalle condizioni iniziali e finali, e (che) il lavoro è misurato dall’incremento del potenziale di tutta l’elettricità su se stesso.” (52)

Questa accurata determinazione delle relazioni fra lavoro e differenza di potenziale, come pure la distinzione fra i diversi tipi di potenziale, consente a Clausius di annotare, tra l’altro, un errore di Helmholtz nella parte relativa all’elettricità dello scritto del 1847. Infatti in un esempio presentato da Helmholtz, l’espressione del lavoro prodotto è: $-(V + (W_a + W_b)/2)$, dove W è il potenziale dei corpi su se stessi e V il loro potenziale mutuo, mentre l’incremento corrispondente del potenziale è: $-(V + W_a + W_b)$. Pertanto il lavoro non è equivalente alla differenza di potenziale. Clausius afferma che l’errore di Helmholtz sta nel valutare il potenziale di una massa rispetto a se stessa al doppio di quanto esso sia in realtà (dopo una accesa controversia negli anni 52-54, nel 1881 Helmholtz doveva riconoscere, almeno in parte, la validità di questa critica).(53)

Infine Clausius può affermare che

“la somma di tutti gli effetti prodotti da una scarica elettrica è uguale all’incremento del potenziale dell’intera elettricità rispetto a se stessa”.

Il concetto di potenziale elettrico è fondamentale per il lavoro di Clausius. (54)

Questa medesima impostazione veniva ampliata nel 1859 in un trattato su *Funzione potenziale e Potenziale*, dove il problema viene nuovamente discusso nella sua generalità analitica e la restrizione al caso particolare delle forze newtoniane è sempre esplicitamente considerata come non necessaria ma dovuta allo speciale interesse che queste forze rappresentano per i fisici. Nella seconda parte del libro viene effettuata la derivazione del teorema del lavoro e dell’energia cinetica dal Principio delle Velocità Virtuali e dal principio di d’Alembert. (55) Pertanto l’approccio variazionale assume priorità rispetto al principio di conservazione dell’energia, in accordo con le formulazioni moderne, e invertendo la priorità stabilita da Helmholtz nel 1847. L’accordo consiste

nel fatto che secondo il punto di vista contemporaneo la funzione forza (funzione lavoro in moderna terminologia) e non l'energia potenziale è considerata la quantità fondamentale della meccanica analitica (56). I casi specifici di forze centrali, che conducono al concetto classico di energia potenziale, sono sempre visti da Clausius come particolari limitazioni sotto cui la funzione che rappresenta il lavoro può essere facilmente integrata. Nel 1876, nel primo libro della seconda edizione della sua *Die Mechanische Wärmetheorie*, Clausius torna a riferirsi a questo problema e specifica che nel caso in cui l'espressione del lavoro fatto durante uno spostamento infinitamente piccolo sia un differenziale esatto di una funzione di x, y, z , questa funzione “gioca un ruolo importantissimo nei nostri calcoli”. Infatti:

“Hamilton le conferì il nome speciale di ‘funzione forza’; un nome applicabile anche al caso più generale dove, invece di un singolo punto in movimento, viene considerato un numero qualsiasi di tali punti, e dove è soddisfatta la condizione che il lavoro fatto dipende solo dalla posizione dei punti. Nelle indagini successive e più estese riguardo alle quantità che sono espresse da questa funzione, si è reso necessario introdurre un nome speciale per il valore negativo della funzione o, in altre parole, per la quantità la cui sottrazione fornisce il lavoro effettuato; Rankine propose per questa il termine ‘energia potenziale’. Questo nome evidenzia molto chiaramente il carattere della quantità; ma è piuttosto lungo, e l'autore ha osato proporre al suo posto il termine ‘Ergal’.”(57)

Il termine scelto da Clausius non ebbe molto successo, ma è importante osservare la generalità che egli attribuisce al suo significato:

“Fra i casi in cui la forza agente su un punto ha un ergal, il più importante è il caso in cui la forza può essere classificata come una forza centrale.”

E di nuovo:

“L'assunzione che sta alla radice dell'analisi precedente, cioè che forze centrali siano le uniche agenti, è ovviamente soltanto una fra tutte le assunzioni matematicamente possibili

riguardo alle forze; ma essa costituisce un caso di peculiare importanza in quanto tutte le forze che sono presenti in natura possono in apparenza essere classificate come forze centrali.” (58)

Una migliore espressione non si potrebbe trovare per l'impostazione di Clausius: la struttura matematica fornisce molte possibilità, alcune delle quali sono fisicamente interessanti. Questo punto di vista ha un merito ed un demerito rispetto a quello di Helmholtz. Il merito risiede nella sua più ampia generalità. L'anno precedente Clausius introduceva una forza elettrodinamica dipendente dalle velocità, abbandonando la limitazione 'apparente' delle forze centrali, ed il suo approccio analitico al teorema del lavoro e della vis viva non doveva richiedere modificazioni. Invece nel principio di conservazione dell'energia di Helmholtz le forze centrali giocavano un ruolo fondamentale, non facilmente modificabile. Il demerito risiede nella mancanza di potere euristico: il potenziale elettrodinamico di Clausius era derivato dall'impostazione di Helmholtz e fu il solo contributo di Clausius al principio di conservazione dell'energia. Infine, Clausius formula una prima versione del principio di conservazione dell'energia in cui dice che se le forze agenti sul sistema hanno un ergal (cioè se il lavoro è un differenziale esatto di una certa funzione delle coordinate) la somma della vis viva con l'ergal rimane costante durante il moto. Questa espressione del principio di conservazione dell'energia doveva essere ristampata esattamente nello stesso modo nell'edizione del 1887 del libro. La condizione richiesta dal principio di conservazione dell'energia di Clausius è che il lavoro deve essere un differenziale esatto e non che le forze debbano essere centrali. Questa impostazione molto 'moderna' doveva trovare una applicazione in un contributo dato dallo stesso Clausius alla teoria elettromagnetica classica. Nel 1875 infatti, in uno scritto molto breve, egli enuncia una legge fondamentale dell'elettromagnetismo e, nel 1876, in un secondo breve scritto, analizza le relazioni di questa legge con il suo personale principio di conservazione dell'energia. La legge di Clausius dipende da un potenziale che egli deriva da F. Neumann attraverso la riformulazione di Helmholtz. Ma invece degli elementi di corrente, Clausius utilizza cariche in movimento con una determinata velocità rispetto all'etere. La caratteristica principale della legge di forza di Clausius è la sua dipendenza dalle velocità e dalle accelerazioni, ma differisce da quella di Weber:

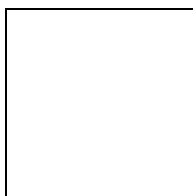
“ ... per ragioni abbastanza indipendenti da quelle di Helmholtz, si è fissata in me la convinzione che essa (la legge di Weber) non corrisponde alla realtà.” (59)

Le differenze tra Clausius e Weber sono essenzialmente due: a) Clausius non accettava l'ipotesi di Fechner di due cariche opposte in movimento con velocità opposte; b) Clausius considerava velocità assolute e non relative; ossia egli introduceva un sistema di riferimento privilegiato. (La controversia Clausius/Weber è riportata più avanti).

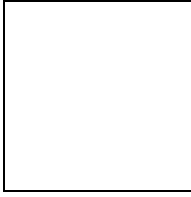
Come abbiamo visto le critiche di Helmholtz a Weber erano invece connesse con l'interpretazione del principio di conservazione dell'energia.

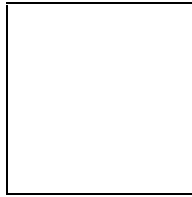
Riguardo alla propria formula, Clausius non fornisce ancora i “motivi che mi hanno indotto a presentarla”, ma piuttosto due appunti “di chiarimento”: il primo si riferisce al fatto che supponendo un'azione elettrodinamica che “abbia luogo attraverso una sostanza intermedia”, non può esservi dipendenza solo dal moto relativo delle particelle ma anche dal loro moto assoluto rispetto al mezzo. Secondo, in questo caso l'azione fra le particelle non deve avvenire necessariamente sulla linea che unisce le due particelle; ossia, le forze centrali vengono superate.

La componente X della forza è



dove e, e' sono due particelle di elettricità in moto aventi al tempo t le

coordinate ortogonali x, y, z , ed x', y', z' ; , r è la distanza delle due particelle l'una dall'altra, ds e ds' due elementi di traiettoria

percorsi simultaneamente da esse,  l'angolo fra i due elementi di traiettoria, v e v' le velocità, K è il rapporto tra la forza elettrodinamica ed elettrostatica ed n una costante per il momento indeterminata e $X_{e,e'}$ la componente della forza totale (elettrostatica ed elettrodinamica).

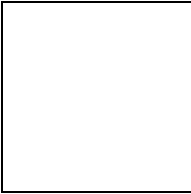
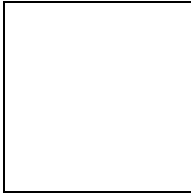
“Da queste equazioni possono venir dedotte tutte le forze ed azioni d’induzione esercitate l’una sull’altra dalle ... correnti.”(60)

Rimane un' incertezza sul valore di n . Per $n = 1$ si ottiene la legge di Ampère, ma questa non è l’unica scelta possibile. Mentre gli esperimenti non sono in grado di fornire la risposta (per correnti chiuse, le sole accessibili, il valore è $n = 0$), Clausius lascia aperto il problema, propendendo per $n = 0$.

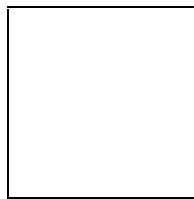
In un secondo breve scritto del 1876 Clausius indaga sull’ammissibilità e su una semplificazione della sua legge. L’ammissibilità è presa in considerazione rispetto al principio di conservazione dell’energia. Bisogna nuovamente notare che Clausius non usa il principio di conservazione dell’energia come un mezzo euristico ma piuttosto come strumento di controllo dei suoi risultati teorici:

“Sorge ora la questione se la legge delle forze espressa da queste equazioni sia compatibile con il principio di Conservazione dell’Energia.”(61)

L’espressione del lavoro fatto durante l’intervallo di tempo dalle due

forze agenti su  ed ,

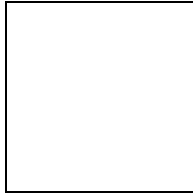
“se per il momento i termini legati al fattore n vengono omissi, si può porre nella forma seguente:



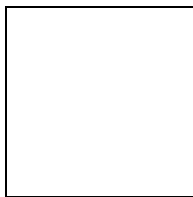
Il primo termine è un differenziale esatto, e quindi corrispondente al principio di conservazione dell’energia, mentre il secondo termine non soddisfa a questa condizione.”

Qui il principio di conservazione dell’energia di Clausius viene chiaramente espresso, essendo stato eliminato qualsiasi riferimento a forze centrali. Allo scopo di essere in accordo con la “condizione” Clausius modifica le sue equazioni (se $n = 0$, il principio di conservazione

dell'energia è valido anche per singoli elementi di corrente) e, eliminando l'ipotesi che le due forze siano uguali ed opposte fra loro:

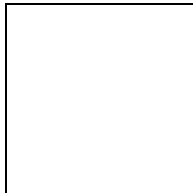


Il lavoro fatto dalle due forze corrispondenti durante un intervallo di tempo è un differenziale esatto:

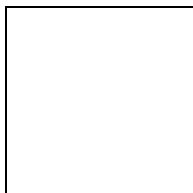


e quindi la legge della forza è in accordo col principio di conservazione dell'energia.

A questo punto Clausius introduce una derivazione lagrangiana, per esprimere più semplicemente le componenti della forza. Egli introduce un potenziale elettrodinamico costituito da due termini



dove U è una funzione delle sole coordinate e V è funzione delle coordinate e del loro "coefficiente differenziale rispetto a t ". Per la componente X :



La derivazione lagrangiana è esplicitamente usata in senso più ampio: non c'è più alcun riferimento a T e ad U come energia cinetica e

potenziale in senso classico, come in Maxwell, bensì c'è l'introduzione del potenziale cinetico $T = V - U$. (62)

Tutto questo doveva ricevere una formulazione più dettagliata nel secondo volume della seconda edizione di *Die Mechanische Wärmetheorie.*, intitolato *Die Mechanische Behandlung der Electricität*, pubblicato nel 1879.

“La revisione della mia precedente investigazione resa necessaria dalla seconda edizione del mio libro ... mi ha condotto a nuove indagini ... questi sviluppi più completi non devono più essere considerati una semplice applicazione di teoria meccanico-termica a fenomeni elettrici, bensì come una trattazione meccanica dell'elettricità parzialmente indipendente.” (63)

Al capitolo 9 Clausius inizia a discutere le varie leggi elettrodinamiche. Fra i suoi argomenti principali c'è un'analisi della legge di Weber e di Riemann, una derivazione completa della propria legge ed una sintesi della lunga polemica contro Weber.

Il problema della differenza tra legge elettrodinamica e legge elettrostatica è noto. E' possibile

“stabilire una legge generale per le forze che due particelle di elettricità in movimento esercitano l'una sull'altra, legge che spiegherebbe tutti gli effetti elettrostatici ed elettrodinamici, e che nel medesimo tempo non contraddica alcuno dei fenomeni noti”? (6).

Clausius riconosce che Weber fu il primo ad esprimere una tale legge, ma immediatamente rileva un problema nelle assunzioni di Weber: le quantità uguali di elettricità positiva e negativa in moto con velocità identiche in versi opposti. Sarebbe un'idea molto più semplice considerare che la corrente consista nel movimento di un unico fluido. Clausius asserisce che effettivamente C. Neumann propose una tale teoria, equivalente a quella di Riemann (1853), in cui viene supposto

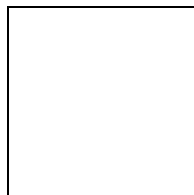
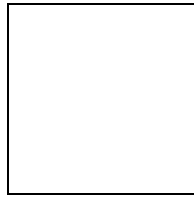
“che sebbene un conduttore metallico contenga in ogni sua parte particelle di elettricità positiva e negativa, solo la prima è mobile in modo da poter fluire lungo il conduttore, mentre la seconda è fissata rigidamente agli atomi ponderabili.”(6)

Clausius analizza in dettaglio se la legge di Weber si possa dire in accordo con la proposizione sperimentale che una corrente galvanica costante che ha luogo in un conduttore non esercita alcuna forza su cariche elettrostatiche in quiete. L'accordo esiste solo se vengono presupposti i

due tipi di elettricità, una presupposizione che Weber fa. Ossia, la legge di Weber

“è incompatibile con l’idea che in un conduttore rigido con corrente galvanica si muova solo l’elettricità positiva .”(6)

La medesima analisi è portata avanti da Clausius per la legge di Riemann pubblicata nel 1867 ed il risultato è lo stesso come per la legge di Weber (67). A questo punto Clausius comincia un’accurata derivazione analitica della propria legge, già pubblicata, come abbiamo visto, nel 1875. Viene dapprima derivata un’espressione molto generale:



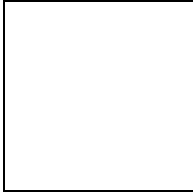
Poi viene applicato il principio di conservazione dell'energia di Clausius per semplificare la formula precedente:

“Assumeremo ora che tutte le forze che vengono esercitate l’una sull’altra da due particelle elettriche in movimento siano da sole sufficienti per il Principio di Conservazione dell’Energia, il che significa che il lavoro compiuto da queste forze durante l’elemento di tempo dt può essere rappresentato dal differenziale di una grandezza che dipende dalle posizioni istantanee e dallo stato di moto delle particelle.”(68)

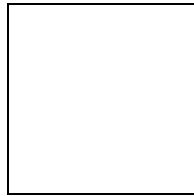
Il fatto che il potenziale dipenda non solo dalle posizioni ma anche “dallo stato di moto delle particelle” è espresso esplicitamente, cioè che si tratta di un potenziale generalizzato. Ora il principio di conservazione dell’energia è applicato come un principio euristico alla legge di forza: la legge di forza espressa nella sua forma generale viene modificata e semplificata secondo le richieste del principio di conservazione dell’energia. La richiesta è che il lavoro fatto

“deve essere un differenziale esatto di un’espressione formata dalle coordinate e dalle componenti della velocità delle particelle.”(69)

In base a questa esigenza, Clausius mostra che la sua precedente espressione generale della legge può essere semplificata in (70):

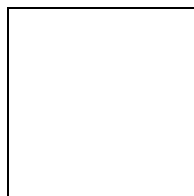


“In accordo con i precedenti risultati delle nostre osservazioni il lavoro che due particelle di elettricità mobili esercitano l’una sull’altra nell’intervallo di tempo dt , può essere rappresentato dal differenziale di questa espressione:



Come è ben noto osservando le forze elettrostatiche, questa grandezza è chiamata il Potenziale delle due particelle di elettricità il cui differenziale negativo rappresenta il lavoro. Di conseguenza noi possiamo anche chiamare l’espressione sopra menzionata ... il Potenziale nel senso più ampio della parola.”(71)

A questo punto Clausius, come nello scritto del 1876, divide il potenziale in elettrostatico ed elettrodinamico:

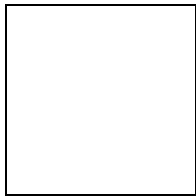


Questa espressione per il potenziale elettromagnetico è dichiarata essere l’unica possibile se viene supposto un solo tipo di elettricità mobile entro il conduttore.

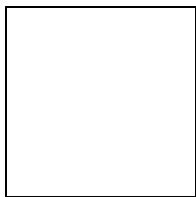
Clausius ora confronta le diverse impostazioni:

“Dal momento che l’espressione del potenziale elettrodinamico è più corta e più semplice da capire che non quella per le componenti della forza, essa è particolarmente conveniente per il confronto delle leggi fondamentali stabilite fin qui in elettrodinamica (con l’eccezione di quella di Gauss, la quale non si accorda col principio di conservazione dell’energia). Io ne presenterò qui un elenco. L’equazione che serve a determinare il potenziale elettrodinamico è

1) secondo Weber:

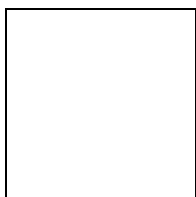


2) secondo Riemann:

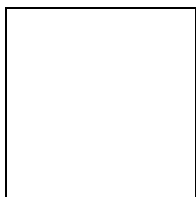


3) secondo il mio procedimento:

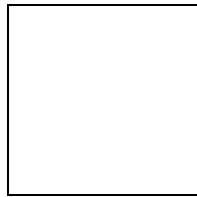
(a) nella forma più generale:



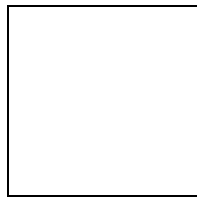
(b) in una forma semplificata:



(c) nella forma la più semplice, e perciò la più probabile:



Quest'ultima espressione potrebbe anche essere scritta:



Dopo aver derivato il proprio potenziale elettrodinamico, Clausius comincia a derivare le componenti della forza mediante un approccio lagrangiano. Questo mostra che la modificazione introdotta da Weber in meccanica analitica, come notò Whittaker, era già completata. Infatti Clausius fa esplicito riferimento al potenziale elettrodinamico e non alle energie potenziale e cinetica:

“Allo scopo di derivare le componenti di forza dal potenziale elettrostatico ed elettrodinamico, dobbiamo applicare equazioni in cui sia presente il potenziale elettrodinamico allo stesso modo come lo è la forza viva nelle equazioni fondamentali meccaniche lagrangiane relative a sistemi generali di coordinate.”(73)

Di nuovo, al pgf. 14, Clausius deduce dal suo potenziale elettrodinamico la legge che aveva derivato nel suo scritto del 1876 e deriva inoltre la legge di forza per elementi di corrente. I risultati sono in accordo con una precedente derivazione di H. Grassmann:

“H. Grassmann già nel 1845 derivò per la forza esercitata da un elemento di corrente su un altro un'espressione che è in pieno accordo con questa, partendo da considerazioni di altro

genere, confermando perciò le nostre idee enunciate sopra.”(74)

Alla fine del trattato (cap. 11) Clausius analizza in dettaglio alcune obiezioni sorte contro la sua legge. Egli tratta principalmente dei lavori di Zoellner, Weber e Lorberg e l'ipotesi di Fechner è l'oggetto principale della discussione. Proprio alla fine di questo paragrafo, l'ultimo del trattato, Clausius esprime su tutta la controversia un giudizio molto equilibrato che vale la pena riportare:

“per concludere l'aspro contrasto fra i risultati di queste investigazioni sarebbe meglio disporli uno accanto all'altro, in forme che possano essere confrontate.

Se partiamo dall'assunzione che solo il moto relativo nel senso di Weber può influenzare le forze elettrodinamiche, giungiamo alla conclusione che la legge fondamentale di Weber è l'unica possibile e che in una corrente galvanica entrambe le elettricità devono scorrere con velocità uguali ed opposte. Tuttavia il risultato dei miei esperimenti è il seguente. Se non si vuole fare l'assunzione che in correnti galvaniche, ed in altre correnti elettriche per le quali si applicano le leggi elettrodinamiche, entrambe le elettricità scorrono con velocità uguale ed opposta non si deve neanche assumere che solo il moto relativo (nel senso di Weber o in quello usuale della parola) influenza le forze elettrodinamiche, ma si deve anche attribuire un'influenza ai moti assoluti - così si giunge alla conclusione che la mia legge fondamentale è l'unica possibile.”(75)

L'impostazione di Clausius doveva venir corroborata dai risultati posteriori. La grande importanza della legge di Clausius per le ricerche successive viene enfatizzata da Whittaker (76). Secondo Whittaker, la teoria di Lorentz è “una combinazione tra la teoria dell'elettricità di Clausius e la teoria dell'etere di Maxwell.” L'unica modifica che occorre fare nella teoria di Clausius è quella del ritardo dei potenziali nel modo indicato da L. Lorenz. Con queste modifiche, la teoria di Clausius doveva dare un contributo essenziale alla teoria di Lorentz, ossia il potenziale

cinetico dal quale una derivazione per via lagrangiana fornisce la forza di Lorentz.

Inoltre, il potenziale cinetico di Clausius rappresenta un passo verso la derivazione del sistema completo di equazioni per il campo elettromagnetico, inclusa l'equazione ponderomotrice (forza di Lorentz), dal Principio della minima azione. Questa derivazione doveva essere realizzata da Schwarzschild nel 1903.

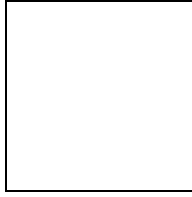
L'approccio di Schwarzschild è infatti un'interessante rivalutazione del lavoro elettrodinamico di Clausius. Il contributo principale di Schwarzschild non è di valore euristico, bensì giustificativo. Egli non produce nuovi risultati ma presenta un riassetamento finale di tutta la materia dell'elettrodinamica. Il fatto notevole è che questo assetamento è realizzato sulla base dell'azione ritardata a distanza, facendo uso della derivazione lagrangiana con i potenziali ritardati senza un'immediata interpretazione energetica sostanziale.

Schwarzschild pubblicò il suo scritto nel 1903. Esso rappresenta la prima derivazione per via variazionale tanto delle equazioni del campo che delle forze ponderomotrici. Questa derivazione divenne classica e doveva essere riconosciuta come relativisticamente invariante. Una breve descrizione dell'impostazione analitica è utile. Nell'elettrodinamica di Lorentz-Wiechert la componente della forza di Lorentz è

$$F_x = K_x - v_y H_z + v_z H_y$$

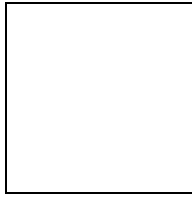
dove \underline{K} e \underline{H} sono i vettori forza elettrica e magnetica, $c = 1$ e v la velocità della particella e.

Sostituendo il potenziale scalare ed il potenziale
 al posto di \underline{K} e \underline{H} e tenendo conto che
 vettore



Schwarzschild perviene immediatamente al risultato che:

“In un dato campo elettrico il moto dell’elettricità è tale che la variazione dell’integrale



fra due istanti fissati, corrispondenti alle posizioni iniziale e finale, deve tendere a zero.”(77)

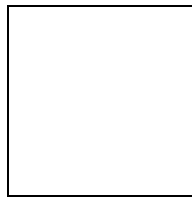
L è chiamato il potenziale elettrocinetico e T è la vis viva delle masse ponderabili. Il potenziale elettrocinetico L appare essere quello di Clausius e se si introducono i potenziali ritardati

“il passaggio dalla teoria dell’azione a distanza all’accettazione di una propagazione temporale della forza elettrica si compie nel modo più semplice.”(78)

La relazione dell’ elettrodinamica con la meccanica è resa estremamente chiara da Schwarzschild:

“Otteniamo che tutta l’elettrodinamica è collocata nella meccanica che è supposta valida fino ad oggi, attraverso questa concisa affermazione:

Quando sono presenti cariche elettriche deve essere

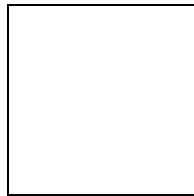


introdotto anche il termine nell’integrale del

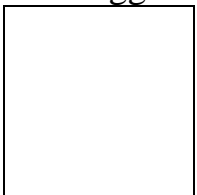
principio di Hamilton , dove la somma è estesa a tutte le cariche.”(79)

E' chiaro che questa impostazione è molto differente da quella dell'azione contigua britannica e che essa rappresenta il contributo della scuola tedesca dell'azione a distanza. Ciò appare ancor più chiaramente nelle pagine successive dello scritto, dove la “desiderabilità” delle equazioni di campo è ristretta all'ottica. Per dedurre queste equazioni da un principio variazionale, Schwarzschild si riferisce all'approccio di Helmholtz ai problemi variazionali. Il risultato è:

“Per considerare le azioni elettromagnetiche, la grandezza



deve essere aggiunta all'integrale di Hamilton” (80);

dove .

Da questa espressione, si possono ricavare due delle equazioni di Maxwell (le altre due possono essere dedotte dalle equazioni che legano i potenziali ai campi).

Finalmente Schwarzschild può asserire che l'intera elettrodinamica di Lorentz ha ottenuto una deduzione variazionale. Inoltre, in due scritti successivi del 1903, Schwarzschild sviluppa la teoria dell'azione ritardata a distanza (81).

Riassumendo i risultati degli scritti sull'elettrodinamica di Weber e Clausius si può dire che essi fornirono contributi fondamentali. Entrambi fornirono leggi di forza in sostanziale accordo con la maggior parte dei risultati sperimentali. Ciò che più importa è che essi fornirono espressioni del principio di conservazione dell'energia che si accordavano con le loro leggi di forza. Pertanto la tradizione dell' “ex nihilo nil fieri” mostrò un grande potere giustificativo. Ma l'effettiva differenza con la scuola dell'azione contigua risiede a mio parere nel potere euristico dei due approcci e soprattutto nel potere euristico dello specifico principio di

conservazione adottato. Dopo il 1885 (Poynting) ci furono pochi dubbi che un principio di conservazione dell'energia nella concezione della propagazione contigua fosse più "semplice" che non quello nella concezione dell'azione a distanza. La localizzazione dell'energia consentiva la separazione della totalità dell'universo (richiesta per la definizione di energia potenziale) in piccole parti. L'energia di queste parti era definita semplicemente dalla considerazione del loro volume e della superficie. Ma il riconoscimento dei meriti giustificativi del principio di conservazione dell'energia di Weber e Clausius è un requisito indispensabile per comprendere la complessità del dibattito, la sua soluzione non sperimentale, il confronto euristico fra le differenti versioni del principio di conservazione dell'energia.

NOTE

- 1) Kuhn (1959)
- 2) Heimann (1974a) p. 206
- 3) Hiebert (1962) e Elkana (1974)
- 4) Jammer (1963-4) e (1967)
- 5) Clark (1976)
- 6) Lindsay (1976) p. 14
- 7) Bevilacqua (1983)
- 8) Maxwell (1873) pgf. 540
- 9) Whittaker (1960) pp. 198-200; v. anche Hoppe (1928) p. 580
- 10) Feynman (1963) I 28, 3
- 11) v. N. Wise (1981a) p. 276
- 12) Helmholtz (1847)
- 13) Weber (1848)

- 14) v. nota (26)
- 15) Whittaker (1960) p. 206-7
- 16) Whittaker (1960) p. 225
- 17) Sull'identificazione sperimentale tra tensione e potenziale v. M. Hesse (1974) p. 265
- 18) S. D'Agostino (1976) p. 307
- 19) W. Weber (1864) p. 137
- 21) E. Whittaker (1960) pp. 230-3
- 22) S. D'Agostino (1975a) p. 266
v. anche Rosenfeld (1957) p. 1637-8 e 1644.
- 23) v. C. Neumann (1877) p. 318
- 24) Tait (1868) p. 76
- 25) C. Neumann (1877) p. 337
- 26) Maxwell (1873) pgf. 853
- 27) Helmholtz (1870) p. 55
- 28) Weber (1871) p. 2
- 29) Weber (1871) p. 7, n.
- 30) Weber (1871) p. 8
- 31) Weber (1871) p. 11 e 14-16

Wise (1981a) non analizza le difficoltà di Weber col potenziale e l'energia cinetica classici, e neanche la distinzione con l'energia potenziale (p. 277, 294-5). A mio parere, ciò è dovuto alla mancanza di distinzione tra le tradizioni "ex nihilo" e "ad nihilum". L'accettazione 'a posteriori' da parte di Weber della tradizione dell' "ad nihilum" (conservazione dell'energia) non ebbe mai un

risolto consistente,
completamente quella

mentre egli dal 1848 perfezionò
dell' "ex nihilo" (legge del potenziale).

32) v. Kellogg (1953) pp. 49-53, v. Goldstein (1980) p. 21; v. anche la citazione di C. Neumann alla fine di questo paragrafo.

33) Weber (1871) p. 15

34) Weber (1871) p. 16

35) Weber (1871) p. 17

36) Weber (1871) p. 19

37) Whittaker (1960) pp. 207-8

38) Whittaker (1960) p. 204

39) Maxwell (1873) pgf. 854

40) Hoppe (1928) p. 591

41) Hoppe (1928)

42) C. Neumann (1877) p. 322

43) C. Neumann (1877) p. 324

44) C. Neumann (1877) p. 324

45) C. Neumann (1898) p. 461-2

46) Pochissima attenzione è stata dedicata agli scritti di Clausius sull'elettricità. Whittaker (1960) è ancora fondamentale. v. pure E. Daub (1971) pp. 309-10; menzione in Wise (1981a).

nessuna

47) Clausius (1852) p. 2

48) Clausius (1852) p. 4

49) Clausius (1852) p. 5

50) Clausius (1852) p. 8

- 51) Clausius (1852) p. 5
- 52) Clausius (1852) p. 6
- 53) Clausius (1852) p. 6; v. Helmholtz (1882) nota f
all'Erhaltung del (1847)
- 54) Clausius (1852) p. 8
- 55) Clausius (1870) pgf. XL e XLI, p. 111 e 113
- 56) Lanczos (1970) p. 34
- 57) Clausius (1876b) Ed. inglese p. 11, (1887) pp. 12-13
- 58) “ “ “ “ pp. 16-17, (1887) p. 18
- 59) “ (1875) p. 69
- 60) “ “ p. 70
- 61) “ (1876a) p. 218 62) “ “ p. 221
- 63) “ (1879) p. V-VI
- 64) “ “ p. 227
- 65) “ “ p. 228
- 66) “ “ p. 232
- 67) “ “ p. 235
- 68) “ “ p. 267
- 69) “ “ p. 267
- 70) “ “ p. 275
- 71) “ “ p. 275
- 72) “ “ p. 277
- 73) Clausius (1979) p. 277-8
- 74) “ “ p. 280-1

75) “ “ p. 352

76) E. Whittaker (1960) pp. 234-5; pp. 393-6

77) Schwarzschild (1903) p. 127

78) “ “ p. 128

79) “ “ p. 128

80) “ “ p. 128

81) v. Pyenson (1979) per alcune interessanti osservazioni su Schwarzschild e sul Seminario di Göttingen: p. 66-69. Pyenson non rivolge l'attenzione ai problemi connessi ai differenti Principi della minima azione di Lorentz 1892, Poincaré 1901, Lorentz 1903 e Schwarzschild 1903.

BIBLIOGRAFIA

P. Clark (1976) “Elkana on Helmholtz and the Conservation of Energy” *BJPS*, 27, pp. 165-76.

R. Clausius (1852) “On the Mechanical Equivalent of an Electric Discharge, and the Heating of the Conducting Wire which accompanies it” in Tyndall and Francis *Scientific Memoirs on Nat. Phil.* vol. I, parte I, pp. 1-32; parte III, pp. 200-209, Londra 1853. Tradotto in Pogg. Ann. n. 7, 1852, e vol. LXXXVII p. 415.

(1870) *De la fonction potentielle et du potentiel*, traduzione in francese di F. Folie dalla 2a ed. in tedesco (la prima edizione é del 1859). Paris, Gauthier-Villars, pp. 141.

(1875) “Ueber ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik”, *Ann. d. Phys.*, 156, pp. 657-660; tradotto in *Phil. Mag.*, 1876, I, pp. 69-71.

(1876a) “Ueber das Verhalten des elektrodynamischen Grundgesetzes zum Prinzip von der Erhaltung der Energie und über eine noch weitere Vereinfachung des ersteren”. *Ann. d. Phys.*, 157, pp. 489-494; tradotto in *Phil. Mag.*, pp. 218-221, vol. I, s. 5, n. 3 (marzo)

(1876b) *Die Mechanische Wärmetheorie*. Zweite Auflage; Erster Band, Braunschweig. Trad. inglese: *The Mechanical Theory of Heat*. Londra 1879

(1879) *Die Mechanische Behandlung der Electricität*. Braunschweig (*Die Mechanische Wärmetheorie*, Zweite Auflage, Zweiter Band)

S. D'Agostino (1975) “Hertz's Researches on Electromagnetic Waves”. *HSPS*, 6, pp. 261-323

(1976) “La scoperta di una velocità quasi uguale alla velocità della luce nella elettrodinamica di W. Weber”. *Physis*, XVIII, 3-4, pp. 297-318

E. Daub (1971) R. Clausius. *DSB*, vol. III, pp. 303-11

Y. Elkana (1974) *The discovery of the conservation of energy*. Hutchinson Educational, London

R. Feynman (1963) *The Feynman Lectures on Physics*. Addison Wesley, London

- H. Goldstein (1980) *Classical Mechanics*, 2a ed., Addison Wesley, London
- P.M. Heimann (1974) "Helmholtz and Kant: The Metaphysical Foundations of Über die Erhaltung der Kraft". *SHPS*, vol. 5, n. 3, pp. 205-38
- H. von Helmholtz (1847) "Über die Erhaltung der Kraft". Berlin, Reimer. Trad. ingl. in: Tyndall and Francis, *Scientific Memoirs on Natural Philosophy*, vol. I, parte II, pp. 114-162, London 1853. Tr. it in *Opere di H. Helmholtz* a cura di Vincenzo Cappelletti, UTET, Torino 1967. von
- H. von Helmholtz (1870) "Ueber die Theorie der Elektrodynamik", in *Borchardts Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. 72, pp. 57-129; ristampato in Helmholtz W.A.(1882), vol.I, pp. 545-628
- M. Hesse (1974) *The Structure of Scientific Inference*. Macmillan, London
- E. Hiebert (1962) *Historical Roots of the Principle of Conservation of Energy*. Wisconsin U.P.; ristampa 1981, Arno Press New York
- E. Hoppe (1928) *Histoire de la Physique*. Payot, Paris

- M. Jammer (1963-4) "Factorisation of energy". *BJPS*,14, pp. 160-6
- (1967) "Energy", in *Encyclopedia of Philosophy*. Macmillan and Free Press. Vol. II, p. 511
- O.D. Kellogg (1953) *Foundations of Potential Theory*. Dover. New York
- T. Kuhn (1959) "Energy conservation as an example of simultaneous discovery" in *Critical problems in the history of science*, M. Clagett (ed.). Madison, Wis. Ristampato in T. Kuhn *The essential tension*. Chicago 1977, Chicago U.P.
- C. Lanczos (1970) *The variational principles of mechanics*. Toronto, University of Toronto Press
- R.B. Lindsay (1976) *Applications of energy*, Dowden, Hutchinson and Ross, Stroudsburg, Pennsylvania
- J.C. Maxwell (1873) *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 2 voll.; 3a ed. J.J. Thomson ed. (1891); ristampa Dover 1954, New York
- C. Neumann (1877) *Die Gesetze von Ampère und Weber*, Lipsia, Teubner
- (1898) *Die Elektrischen Kräfte*. Zweiter Teil. Lipsia, Teubner.

- P.G. Tait (1868) *Sketch of Thermodynamics*, Edinburg
- J.J. Thomson (1885a) “Report on Electrical Theories” in *Report of the British Association for the Advancement of Science* (1886) pp. 97-155
- M.N. Wise (1981) “German concepts of force, energy and the electromagnetic ether:1845-1880”.In *Conceptions of Ether*, a cura di Cantor and Hodge, Cambridge U.P., Cambridge1981 pp. 269-307.